



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zahlenbeispiel

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Bei antimetrischer Belastung des Tragwerks durch Winddruck sind das Biegemoment und die senkrechte Verschiebung der Querschnitte 4 und 8 der Symmetrieachse Null. Die Schnittkräfte werden daher mit dem Hauptssystem Abb. 421 berechnet.

$$Y_1 = -M_2 = M_6, \quad Y_2 = -M_3 = M_5, \quad M_4 = 0;$$

$$\delta_{11} = \frac{l_1}{3} + l_2 + \frac{l_3}{3}, \quad \delta_{12} = \frac{l_3}{6}, \quad \delta_{22} = \frac{l_3 + l_4}{3}.$$

51. Der Stockwerkrahmen.

Der Stockwerkrahmen ist in der Gegenwart ein wichtiges Traggerüst des Brücken- und Hochbaues. Während die Verbindung von Zwischenstütze und Riegel bei Ausführungen in Stahl für den Festigkeitsnachweis in der Regel frei drehbar angenommen wird, gilt sie bei der einfachen Ausbildung der Rahmenknoten im Eisenbetonbau als steif. Die Unterteilung in Tragwerke mit zwei und mehr als zwei Pfosten ist durch die Verwendung des Stockwerkrahmens im Bauwesen entstanden; sie läßt sich noch besser durch die statische Untersuchung begründen.

Der Stockwerkrahmen mit zwei Pfosten. Die Rahmenknoten liegen beliebig zueinander oder symmetrisch zu einer Mittellinie. Unter diesen Stockwerkrahmen ist die Anordnung mit senkrechten Pfosten ausgezeichnet.

Die Schnittkräfte des Tragwerks lassen sich stets aus den überzähligen Größen X_k eines statisch bestimmten oder statisch unbestimmten Hauptsystems ableiten. Der statisch bestimmte Aufbau von Dreigelenrahmen führt zu geometrischen Bedingungsgleichungen mit acht oder fünf überzähligen Größen. Die geometrischen Bedingungen für die Formänderung eines statisch unbestimmten Hauptsystems aus Zweigelenrahmen enthalten je sechs oder drei statisch überzählige Größen. Die Auflösung des Ansatzes leidet in beiden Fällen durch ungünstige Fehlerfortpflanzung. Daher werden bei einem Stabnetz mit beliebiger Knotenpunktfigur nach Abschn. 38 ff. zunächst die Knoten- und Stabdrehwinkel φ_j, ϑ_h aus den Gleichgewichtsbedingungen (523) der Schnittkräfte berechnet und diese dann selbst als Funktionen der Komponenten φ_j, ϑ_h des Verschiebungszustandes angegeben. Die Gleichgewichtsbedingung $\delta A_j = 0$ enthält vier unbekannte Knotendrehwinkel φ_j und zwei unabhängige Parameter ψ_c des Verschiebungszustandes, die Gleichgewichtsbedingung $\delta A_c = 0$ je vier Knotendrehwinkel φ_j und einen Parameter ψ_c . Da diese nach S. 311 voneinander unabhängig sein sollen, werden dafür die relativen Drehwinkel eines der beiden Pfosten h_k zum Riegelstab l_k der Stabkette (k) verwendet. Die Gleichungen lassen sich für jeden Belastungsfall am besten durch Iteration auflösen.

Berechnung der waagerechten Verschiebung u_F und der Verdrehung ϑ_i des Stabes i des Gerüsts Abb. 422 infolge einer exzentrisch zur Stabachse angreifenden waagerechten Kraft W .

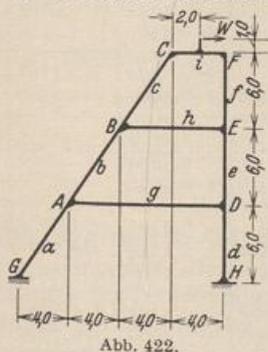


Abb. 422.

1. Geometrische Grundlagen.

k	l_k [m]	J_c/J_k	l_k	$1/l_k$
a	7,211 102	1	7,211 102	0,1387
b	7,211 102	1	7,211 102	0,1387
c	7,211 102	1	7,211 102	0,1387
d	6,000 000	1	6,000 000	0,1667
e	6,000 000	1	6,000 000	0,1667
f	6,000 000	1	6,000 000	0,1667
g	12,000 000	1/2	4,000 000	0,2500
h	8,000 000	1/2	2,666 667	0,3750
i	4,000 000	1	4,000 000	0,2500

2. Die geometrisch überzähligen Größen des Verschiebungszustandes und die statischen Bedingungsgleichungen. Als unabhängige geometrisch überzählige Größen

im Sinne von S. 311 werden neben den 6 Knotendrehwinkeln $\varphi_A \dots \varphi_F$ und dem Stabdrehwinkel $\vartheta_d = \psi_1$ die gegenseitigen Verdrehungen $\vartheta_e - \vartheta_g = \psi_2$ und $\vartheta_f - \vartheta_h = \psi_3$ verwendet. Sie bilden die Wurzeln der 9 statischen Bedingungen.

$$\delta A_J = \sum a_{JK} \varphi_K + \sum a_{Je} \psi_e + a_{J0} = 0 \quad J = A \dots F;$$

$$\delta A_h = \sum a_{hK} \varphi_K + \sum a_{he} \psi_e + a_{h0} = 0 \quad h = 1, 2, 3.$$

Die Vorzeichen bedeuten nach Abschn. 38 die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte an neun verschiedenen zwangläufigen Gebilden I_J, I_h im Geschwindigkeitszustand $\dot{\varphi}_J = 1, \dot{\psi}_h = 1$. Diese äußeren Kräfte in a_{JK}, a_{Je} sind Anschlußmomente des Hauptsystems infolge von $\varphi_K = 1$ oder aus den Stabdrehwinkeln ϑ_{he} infolge von $\psi_e = 1$. Die äußeren Kräfte in a_{J0}, a_{h0} bestehen aus der Belastung \mathfrak{P} und den ihr zugeordneten Anschlußmomenten des Hauptsystems. Diese werden nach (507) oder der Tabelle 25 gebildet (S. 457).

a) Bewegungszustände $\psi_1 = 1, \psi_2 = 1, \psi_3 = 1$ (Abb. 423).

α) Kinematische Kette I_1 (Abb. 423a): $\psi_1 = \vartheta_d = 1, \psi_2 = \vartheta_e - \vartheta_g = 0, \psi_3 = \vartheta_f - \vartheta_h = 0$.

$$\vartheta_I = 1, \quad \vartheta_{II} = -\vartheta_I \frac{6,0}{18,0} = -\frac{1}{3}, \quad \vartheta_{III} = -\vartheta_{II} \frac{3}{1} = +1,$$

$$u_{F1} = -\vartheta_{II} \cdot 6,00 = +2,00.$$

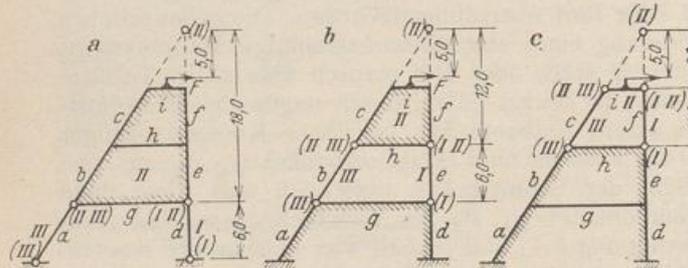
β) Kinematische Kette I_2 (Abb. 423b): $\psi_1 = \vartheta_d = 0, \psi_2 = \vartheta_e - \vartheta_g = 1, \psi_3 = \vartheta_f - \vartheta_h = 0$.

$$\vartheta_I = 1, \quad \vartheta_{II} = -\vartheta_I \frac{6,0}{12,0} = -\frac{1}{2}, \quad \vartheta_{III} = -\vartheta_{II} \frac{2}{1} = +1,$$

$$u_{F2} = -\vartheta_{II} \cdot 6,00 = +3,00.$$

γ) Kinematische Kette I_3 (Abb. 423c): $\psi_1 = \vartheta_d = 0, \psi_2 = \vartheta_e - \vartheta_g = 0, \psi_3 = \vartheta_f - \vartheta_h = 1$.

$$\vartheta_I = 1, \quad \vartheta_{II} = -\vartheta_I \frac{6,0}{6,0} = -1, \quad \vartheta_{III} = +1, \quad u_{F3} = -\vartheta_{II} \cdot 6,00 = +6,00.$$



	$\psi_1 = 1$	$\psi_2 = 1$	$\psi_3 = 1$
ϑ_a	+1	0	0
ϑ_b	-1/2	+1	0
ϑ_c	-1/2	-1/2	+1
ϑ_d	+1	0	0
ϑ_e	-1/2	+1	0
ϑ_f	-1/2	-1/2	+1
ϑ_g	-1/2	0	0
ϑ_h	-1/2	-1/2	0
ϑ_i	-1/2	-1/2	-1

Abb. 423.

b) Tabelle der Anschlußmomente nach (530).

	$\varphi_A = 1$	$\varphi_B = 1$	$\varphi_C = 1$	$\varphi_D = 1$	$\varphi_E = 1$	$\varphi_F = 1$	$\psi_1 = 1$	$\psi_2 = 1$	$\psi_3 = 1$
$M_A^{(a)}$	+0,5548	0	0	0	0	0	-0,8322	0	0
$M_B^{(a)}$	+0,5548	+0,2774	0	0	0	0	+0,2774	-0,8322	0
$M_A^{(b)}$	+1,0000	0	0	+0,5000	0	0	+0,5000	0	0
$M_B^{(b)}$	+0,2774	+0,5548	0	0	0	0	+0,2774	-0,8322	0
$M_C^{(b)}$	0	+0,5548	+0,2774	0	0	0	+0,2774	+0,4161	-0,8322
$M_B^{(c)}$	0	+1,5000	0	0	+0,7500	0	+0,7500	+1,1250	0
$M_C^{(c)}$	0	+0,2774	+0,5548	0	0	0	+0,2774	+0,4161	-0,8322
$M_G^{(c)}$	0	0	+1,0000	0	0	+0,5000	+0,5000	+0,7500	+1,5000
$M_D^{(d)}$	0	0	0	+0,6668	0	0	-1,0002	0	0
$M_D^{(e)}$	0	0	0	+0,6668	+0,3334	0	+0,3334	-1,0002	0
$M_D^{(g)}$	+0,5000	0	0	+1,0000	0	0	+0,5000	0	0
$M_E^{(e)}$	0	0	0	+0,3334	+0,6668	0	+0,3334	-1,0002	0
$M_E^{(f)}$	0	0	0	0	+0,6668	+0,3334	+0,3334	+0,5001	-1,0002
$M_E^{(h)}$	0	+0,7500	0	0	+1,5000	0	+0,7500	+1,1250	0
$M_F^{(f)}$	0	0	0	0	+0,3334	+0,6668	+0,3334	+0,5001	-1,0002
$M_F^{(i)}$	0	0	+0,5000	0	0	+1,0000	+0,5000	+0,7500	+1,5000
$M_G^{(a)}$	+0,2774	0	0	0	0	0	-0,8322	0	0
$M_H^{(d)}$	0	0	0	+0,3334	0	0	-1,0002	0	0

c) Die Vorzahlen der statischen Bedingungen.

$$a_{AK} = -\dot{i}_A (M_{AK}^{(a)} + M_{AK}^{(b)} + M_{AK}^{(c)}), \quad a_{BK} = -\dot{i}_B (M_{BK}^{(b)} + M_{BK}^{(c)} + M_{BK}^{(d)}).$$

Mit $M_{aK} = M_{AK}^{(a)} + M_{AK}^{(c)}$, der Summe der Stabendmomente im positiven Drehsinn aus $K \equiv A \dots F, 1, 2, 3$, ist

$$a_{1K} = \dot{i}_1 M_{aK} + \dot{i}_1 M_{dK} - \frac{1}{3} \cdot \dot{i}_1 (M_{bK} + M_{cK} + M_{eK} + M_{fK} + M_{gK} + M_{hK} + M_{iK}),$$

$$a_{2K} = \dot{i}_2 M_{bK} + \dot{i}_2 M_{cK} - \frac{1}{2} \cdot \dot{i}_2 (M_{cK} + M_{fK} + M_{hK} + M_{iK}).$$

d) Die Belastungszahlen (Abb. 424).

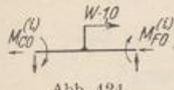


Abb. 424.

$$M_{C0}^{(c)} = M_{F0}^{(f)} = + \frac{W \cdot 1,0}{4} \quad (\text{Tabelle 25}),$$

$$a_{C0} = -\dot{i}_C \cdot M_{C0}^{(c)} = -0,25 W, \quad a_{F0} = -\dot{i}_F \cdot M_{F0}^{(f)} = -0,25 W.$$

$$a_{10} = \dot{i}_1 \left(-\frac{1}{3}\right) (2 \cdot 0,25 W - 5,0 W), \quad a_{20} = \dot{i}_2 \left(-\frac{1}{2}\right) (2 \cdot 0,25 W - 5,0 W),$$

$$a_{30} = \dot{i}_3 (-1) (2 \cdot 0,25 W - 5,0 W).$$

e) Matrix der statischen Bedingungen. ($W = 1$).

	φ_A	φ_B	φ_C	φ_D	φ_E	φ_F	ψ_1	ψ_2	ψ_3	a_{j0}
A	-2,1096	-0,2774	.	-0,5000	.	.	+0,0548	+0,8322	.	
B	-0,2774	-2,6096	-0,2774	.	-0,7500	.	-1,3048	-0,7089	+0,8322	
C	.	-0,2774	-1,5548	.	.	-0,5000	-0,7774	-1,1661	-0,6678	-0,25
D	-5,000	.	.	-2,3336	-0,3334	.	+0,1668	+1,0002	.	
E	.	-0,7500	.	-0,3334	-2,8336	-0,3334	-1,4168	-0,6249	+1,0002	
F	.	.	-0,5000	.	-0,3334	-1,6668	-0,8334	-1,2501	-0,4998	-0,25
1	+0,0548	-1,3048	-0,7774	+0,1668	-1,4168	-0,8334	-5,6459	-0,6392	+0,2216	+1,50
2	+0,8322	-0,7089	-1,1661	+1,0002	-0,6249	-1,2501	-0,6392	-6,4560	+0,3324	+2,25
3	.	+0,8322	-0,6678	.	+1,0002	-0,4998	+0,2216	+0,3324	-6,6648	+4,50

3. Auflösung durch Iteration (Abschn. 30).

φ_A	φ_B	φ_C	φ_D	φ_E	φ_F	ψ_1	ψ_2	ψ_3
+0,2788	-0,1178	-1,1160	+0,3444	-0,0378	-0,9834	+0,5546	+0,8379	+0,9006

4. EJ_c fache waagerechte Verschiebung des Knotens F (Stab i).

$$u_F = \psi_1 u_{F1} + \psi_2 u_{F2} + \psi_3 u_{F3} = \psi_1 \cdot 2,00 + \psi_2 \cdot 3,00 + \psi_3 \cdot 6,00 = 9,0265.$$

EJ_c fache Verdrehung des Stabes i.

$$\vartheta_i = \psi_1 \vartheta_{i1} + \psi_2 \vartheta_{i2} + \psi_3 \vartheta_{i3} = \psi_1 \left(-\frac{1}{3}\right) + \psi_2 \left(-\frac{1}{2}\right) + \psi_3 (-1) = -1,5045.$$

Der symmetrische Stockwerkrahmen mit zwei geneigten Pfosten. Die äußeren Ursachen des Spannungs- und Verschiebungszustandes des Tragwerks (Belastung \mathfrak{P} , Temperaturänderung t und die Stützenverschiebungen) werden nach S. 186 in den symmetrischen und antisymmetrischen Anteil zerlegt. Die Schnittkräfte sind nach Abschn. 28 Funktionen von statisch überzähligen Gruppenlasten eines statisch bestimmten Hauptsystems, die aus den Schnittkräften am unteren Ende