



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Der symmetrische Stockwerkrahmen mit zwei senkrechten Pfosten

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

und die Längskräfte in den Riegeln Null, die Schnittkräfte daher bei frei drehbaren Pfostenenden statisch bestimmt, bei starrer Einspannung der Pfostenenden einfach statisch unbestimmt. Die statisch unbestimmte Querkraft im Scheitel oder das statisch unbestimmte Einspannmoment können nach Abschn. 26 berechnet werden. In zahlreichen Fällen genügen die Angaben der Tabelle 47.

Beispiel. Die Windbelastung des Rahmens (Abb. 445a) wird in den symmetrischen und den antisymmetrischen Anteil umgeordnet (Abb. 445b, c). Der symmetrische Anteil erzeugt bei Vernachlässigung der Längenänderung der Stäbe in den Riegeln nur Druckkräfte. Bei antisymmetrischer Belastung sind die

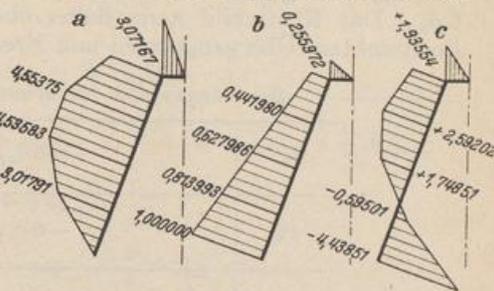


Abb. 446.

Riegel spannungslos. Querkraft im Scheitel: $Q_0 = 2W \frac{h/2}{l/2} = 2,04778 W$. Momente siehe

Abb. 446a. Bei eingespannten Pfosten wird das Einspannmoment $X_1 = \delta_{10}/\delta_{11}$ unter Verwendung der Momente M_1 nach Abb. 446b berechnet. $\delta_{10} = 32,83283 W$, $\delta_{11} = 7,39710$, $X_1 = 4,43851 W$. Statisch unbestimmte Momente: Abb. 446c.

Der symmetrische Stockwerkrahmen mit zwei senkrechten Pfosten. Das Tragwerk kann als Sonderfall der Abb. 425 mit $\alpha_r = 0$ nach der allgemeinen Rechenvorschrift auf S. 457ff. statisch untersucht werden. Die Lösung ist aber mit anderen überzähligen Größen, die auf Grund der besonderen Eigenschaften des symmetrischen oder antisymmetrischen Verschiebungs- und Spannungszustandes ausgewählt werden, einfacher.

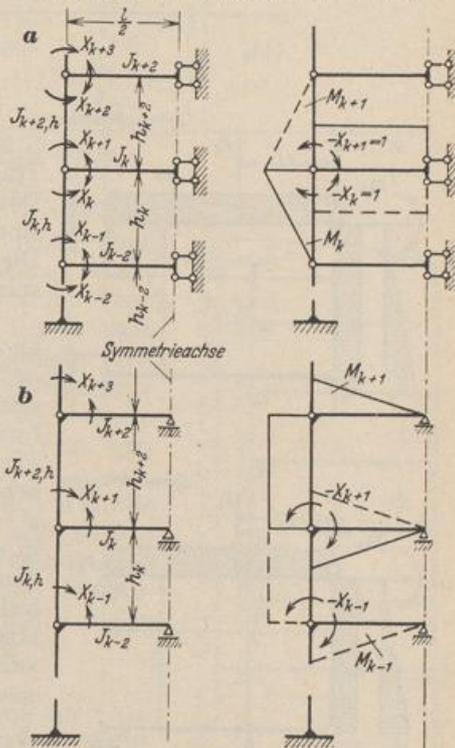


Abb. 447.

a) Symmetrische Belastung: Spannungs- und Verschiebungszustand sind symmetrisch. Daher sind in der Symmetrieachse die Tangenten an die Biegelinien der Riegel waagrecht und die Querkräfte Null. Die statische Untersuchung kann daher auf die linke Hälfte des Rahmens beschränkt und der Riegel in der Symmetrieachse mit $Q = 0$, $dw/dx = 0$ beweglich eingespannt angenommen werden. Die dem Riegelanschluß k benachbarten Biegemomente X_k, X_{k+1} des Pfostens sind statisch unbestimmt. Auf diese Weise entsteht das Hauptsystem Abb. 447a mit den folgenden geometrischen Bedingungen für die Formänderung:

$$\left. \begin{aligned} X_{k-1} \delta_{k(k-1)} + X_k \delta_{kk} + X_{k+1} \delta_{k(k+1)} &= \delta_{k0}, \\ X_k \delta_{(k+1)k} + X_{k+1} \delta_{(k+1)(k+1)} + X_{k+2} \delta_{(k+1)(k+2)} &= \delta_{(k+1)0}. \end{aligned} \right\} (761)$$

Sechsfacher Betrag der Vorzahlen unter Berücksichtigung einer Riegelverstärkung nach Tabelle 29:

$$\left. \begin{aligned} 6 \delta_{k(k-1)} &= h'_k, & 6 \delta_{kk} &= 2h'_k + (2\mu_k + \lambda_k) l'_k, \\ 6 \delta_{k(k+1)} &= -(2\mu_k + \lambda_k) l'_k = 6 \delta_{(k+1)k}, \\ 6 \delta_{(k+1)(k+1)} &= 2h'_{k+2} + (2\mu_k + \lambda_k) l'_k, & 6 \delta_{(k+1)(k+2)} &= h'_{k+2}. \end{aligned} \right\} (762)$$

Konstantes Trägheitsmoment des Riegels l_k : $\mu_k = 1, \lambda_k = 1$.

Die Belastung eines einzelnen Riegels l_k liefert nur die Belastungszahlen $-6\delta_{k0} = 6\delta_{(k+1)0}$, die Belastung eines einzelnen Pfostens h_k nur $6\delta_{(k-1)0}$ und $6\delta_{k0}$. Das Kräftebild kann daher ebenso wie beim durchlaufenden Träger mit Festpunkten, Übergangslinien und Kreuzlinienabschnitten aufgezeichnet werden.

Belastungsglieder für symmetrische Belastung (Abb. 448a).

p_k	$-6\delta_{k0} = 6\delta_{(k+1)0} = \frac{p_k l_k^2 l'_k}{4}$
P_k	$-6\delta_{k0} = 6\delta_{(k+1)0} = 3 P_k l'_k \omega_R$
w_k	$6\delta_{(k-1)0} = 6\delta_{k0} = -\frac{w_k h_k^2 h'_k}{4}$
\bar{w}_k	$6\delta_{(k-1)0} = -\frac{2}{15} w_k h_k^2 h'_k, \quad 6\delta_{k0} = -\frac{7}{60} w_k h_k^2 h'_k$
M_k	$-6\delta_{k0} = 6\delta_{(k+1)0} = 3 l'_k M_k$

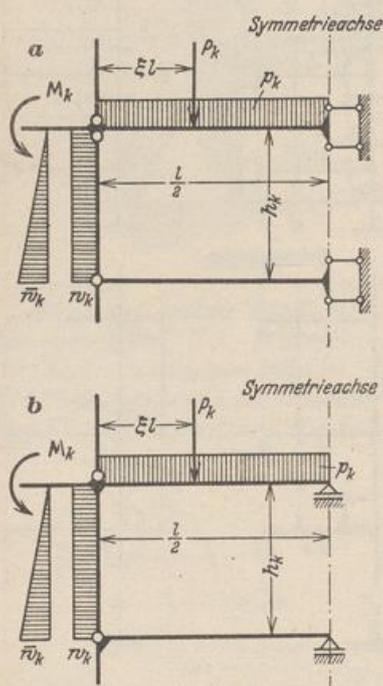


Abb. 448.

Der dreigliedrige Ansatz wird rechnerisch nach S. 232, also ebenso wie für den durchlaufenden Träger mit elastisch drehbaren Stützen gelöst. Dasselbe gilt für die zeichnerische Behandlung eines allgemeinen Belastungsfalles nach Abschn. 32. Die Zahlenrechnung ist in dem folgenden Beispiel ausführlich erläutert worden.

b) Antimetrische Belastung. Spannungszustand und Verschiebungszustand sind antimetrisch. Daher sind nach S. 185 in der Symmetrieachse die Biegemomente und die senkrechten Verschiebungen der Querschnitte Null. Die Untersuchung kann daher auf die linke Hälfte des Tragwerks beschränkt und der Riegel mit $M = 0, N = 0, w = 0$ in der Symmetrieachse durchschnitten und in senkrechtem Sinne gestützt angenommen werden. Die Biegemomente $X_{k-1}, X_{k+1}, X_{k+3}$ am unteren Ende der Pfosten sind statisch unbestimmt. Auf diese Weise entsteht das statisch bestimmte Hauptsystem Abb. 447b. Die geometrischen Bedingungen lauten

$$X_{k-1} \delta_{(k+1)(k-1)} + X_{k+1} \delta_{(k+1)(k+1)} + X_{k+3} \delta_{(k+1)(k+3)} = \delta_{(k+1)0}. \quad (763)$$

Sechsfacher Betrag der Vorzeichen unter Berücksichtigung der Riegelverstärkung nach Tabelle 29:

$$\left. \begin{aligned} 6\delta_{(k+1)(k-1)} &= -l'_k(2\mu_k - \lambda_k), & 6\delta_{(k+1)(k+3)} &= -l'_{(k+2)}(2\mu_{k+2} - \lambda_{k+2}), \\ 6\delta_{(k+1)(k+1)} &= l'_k(2\mu_k - \lambda_k) + 6h'_{k+2} + l'_{k+2}(2\mu_{k+2} - \lambda_{k+2}). \end{aligned} \right\} \quad (764)$$

Konstantes Trägheitsmoment des Riegels l_k : $\mu_k = \lambda_k = 1$.

Bei Belastung eines einzelnen Riegels l_k sind nur die Belastungszahlen $6\delta_{(k+1)0} = -6\delta_{(k-1)0}$ von Null verschieden. Dagegen liefert die Belastung eines Pfostens h_k Belastungsglieder $\delta_{10} \neq 0$ bis $\delta_{(k+1)0} \neq 0$.

Belastungsglieder für antimetrische Belastung (Abb. 448 b).

p_k	$-6 \delta_{(k-1)0} = 6 \delta_{(k+1)0} = \frac{p_k l_k^2 l'_k}{32}$
P_k	$-6 \delta_{(k-1)0} = 6 \delta_{(k+1)0} = P_k l'_k \omega_R (1 - 2 \xi)$
w_k	$6 \delta_{(k+1)0} = \frac{w_k h_k^3 l'_k}{2}, \quad 6 \delta_{(k-1)0} = -\frac{w_k h_k^3}{2} \left(l'_k + 4 h'_k - 2 \frac{h_{k-2}}{h_k} l'_{k-2} \right)$ $6 \delta_{(k-3)0} = -w_k h_k h_{k-2} \left(l'_{k-2} + 3 h'_{k-2} - \frac{h_{k-4}}{h_{k-2}} l'_{k-4} \right)$ $6 \delta_{(k-5)0} = -w_k h_k h_{k-4} \left(l'_{k-4} + 3 h'_{k-4} - \frac{h_{k-6}}{h_{k-4}} l'_{k-6} \right)$ usw.
\bar{w}_k	$6 \delta_{(k+1)0} = \frac{\bar{w}_k h_k^3 l'_k}{6}, \quad 6 \delta_{(k-1)0} = -\frac{\bar{w}_k h_k^3}{12} \left(2 l'_k + 9 h'_k - 6 \frac{h_{k-2}}{h_k} l'_{k-2} \right)$ $6 \delta_{(k-3)0} = -\frac{\bar{w}_k h_k h_{k-2}}{2} \left(l'_{k-2} + 3 h'_{k-2} - \frac{h_{k-4}}{h_{k-2}} l'_{k-4} \right)$ $6 \delta_{(k-5)0} = -\frac{\bar{w}_k h_k h_{k-4}}{2} \left(l'_{k-4} + 3 h'_{k-4} - \frac{h_{k-6}}{h_{k-4}} l'_{k-6} \right)$ usw.
M_k	$-6 \delta_{(k-1)0} = 6 \delta_{(k+1)0} = l'_k M_k$

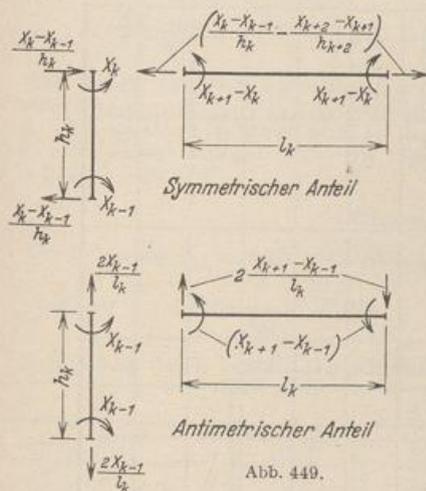


Abb. 449.

Der dreigliedrige Ansatz (763) kann in ähnlicher Weise wie beim durchlaufenden Träger nach der bekannten Rechenvorschrift rechnerisch oder zeichnerisch gelöst werden.

Die Schnittkräfte ergeben sich aus dem statisch bestimmten Anteil und den Anschlußkräften in Abb. 449.

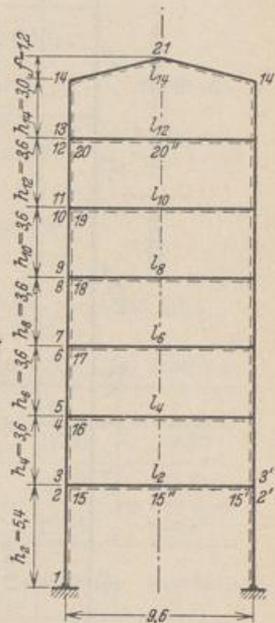


Abb. 450.

Statische Untersuchung eines Stockwerkrahmens mit 7 Geschossen für ständige Last und Windlast. Grenzwerte der Biegemomente bei voller Nutzlast in einzelnen Geschossen.

1. Geometrische Grundlagen. Abb. 450. Die Trägheitsmomente sind im Bereich eines jeden Stabes konstant. $J_c = 72 \text{ dm}^4$.

A. Symmetrische Belastung. Berechnung nach S. 469. Die statisch überzähligen Größen sind die Anschlußmomente X_k, X_{k+1} der Pfosten.

2. Die geometrischen Bedingungsgleichungen (761). Momente M_k und M_{k+1} nach Abb. 447 a, Momente M_{13} und M_{14} nach Abb. 451, Vorzahlen der Matrix nach (762):

k	l_k	J_k	l'_k	k	h_k	J_k	h'_k
2	9,6	171	4,03	2	5,4	307	1,27
4	9,6	171	4,03	4	3,6	256	1,01
6	9,6	108	6,40	6	3,6	256	1,01
8	9,6	90	7,68	8	3,6	143	1,81
10	9,6	90	7,68	10	3,6	143	1,81
12	9,6	72	9,60	12	3,6	72	3,60
14	9,6	72	9,90	14	3,0	60	3,60