



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Rahmenträger mit parallelen Gurten und Belastung zwischen den
Stabknoten

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Die Vorzahlen und Belastungszahlen des Ansatzes sind wesentlich einfacher, wenn die Biegung der Pfosten durch Querkräfte ($v_k = 0$) allein oder gemeinsam mit der Längenänderung der Gurtstäbe ($J_c/F_k^a = 0, J_c/F_k^b = 0, k = 1, \dots, n$) vernachlässigt wird. Die Regelgleichungen bleiben dabei dreigliedrig. Sie gestatten auch ohne Zahlen leicht, die Größenordnung der Vorzahlen abzuschätzen. Die Nebenglieder der Matrix sind bei Trägern mit starken Pfosten wesentlich kleiner als die Glieder der Hauptdiagonale. Die Annahme $\delta_{k(k-1)} = \delta_{k(k+1)} = 0$ führt daher zu einer Näherungslösung, mit der das Kräftebild im Felde c_k abgeschätzt werden kann. Die Vorzahlen $\delta_{k(k-1)}, \delta_{k(k+1)}$ werden mit h'_{k-1}, h'_k Null. Dies gilt für einen Rahmenträger mit sehr steifen Pfosten ($J_k^h = \infty$). Die statisch überzähligen Größen Y_k sind dann voneinander unabhängig. Für senkrechte Knotenlasten ist mit

$$M_{k0}^a = M_{k0}^b = M_{k0}$$

$$Y_k \approx \frac{1}{4} \frac{2h_{k-1} + h_k}{h_{k-1}^2 + h_{k-1}h_k + h_k^2} (M_{k0}h_{k-1} - M_{(k-1)0}h_k)$$

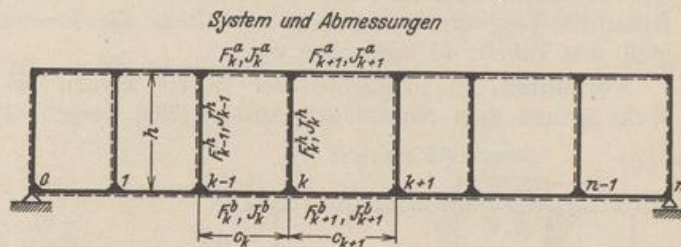
$$= \frac{1}{2} \left(M_{k0} - M_{k0}^* \frac{h_k}{h_k^*} \right). \quad (770)$$



Abb. 463.

Hierin bedeutet h_k^* den Trägerabstand in der vertikalen Schwerlinie $S-S$ des Trapezes aus den Stäben $s_k^a, s_k^b, h_{k-1}, h_k$ und M_{k0}^* das Moment der äußeren Kräfte links vom Feld c_k in bezug auf einen Punkt dieser Schwerlinie. (Abb. 463.) Das Ergebnis läßt sich leicht auch für ein beliebiges Verhältnis der Trägheitsmomente der Gurtstäbe eines Feldes anschreiben, um damit auf die Bedeutung der Annahme $J_k^a \cos \alpha_k = J_k^b \cos \beta_k$ einer allgemeinen Lösung zu schließen.

Rahmenträger mit parallelen Gurten ($J_k^a = J_k^b$) und Belastung zwischen den Stabknoten. Die Untersuchung wird auf einen



Rahmenträger beschränkt, dessen elastische Eigenschaften in bezug auf die waagerechte Mittellinie des Stabnetzes symmetrisch sind. Die Längskräfte der Pfosten sind klein, so daß deren Längenänderungen vernachlässigt werden können. Die $3n$ statisch un-

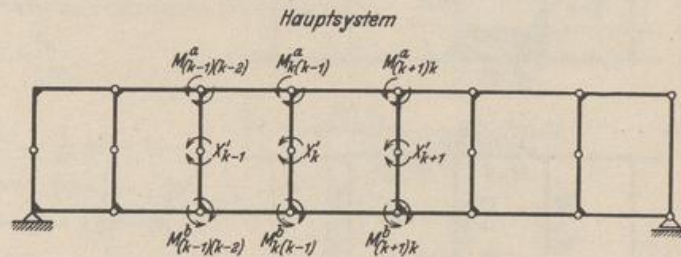


Abb. 464.

bestimmten Schnittkräfte eines Trägers mit n Feldern werden zur Symmetrieachse symmetrisch angeordnet. Für die Auswahl des Hauptsystems sind dieselben Gesichtspunkte maßgebend wie bei der Untersuchung des Stockwerkrahmens mit zwei Pfosten, mit der diejenige des Rahmenträgers, abgesehen von der Stützung, übereinstimmt. Im Gegensatz zu S. 458 wird eine Kette von Dreigelenkrahmen als Hauptsystem gewählt (Abb. 464), so daß die statisch unbestimmten Schnittkräfte des Rahmenträgers $M_{k(k-1)}^a, M_{k(k-1)}^b, X_k'$ zu den folgenden überzähligen Größen zusammengefaßt werden können:

$$Y_k = \frac{1}{2} (M_{k(k-1)}^a + M_{k(k-1)}^b); \quad X_k = \frac{1}{2} (M_{k(k-1)}^a - M_{k(k-1)}^b); \quad X_k' = M_k'. \quad (771)$$

Die statisch unbestimmten Gruppenlasten Y_k sind nach Abb. 464 antisymmetrisch, die Gruppenlasten X_k, X'_k symmetrisch zur Achse. Sie sind daher unabhängig voneinander. Die n Gruppenlasten Y_k werden aus n Gleichungen mit je drei Unbekannten berechnet.

$$Y_{k-1} \delta_{k(k-1)} + Y_k \delta_{kk} + Y_{k+1} \delta_{k(k+1)} = \delta_{k\otimes}. \quad (772)$$

Die n Gruppenlasten X_k sind in $2n$ Gleichungen gemeinsam mit den n statisch unbestimmten Schnittkräften X'_k enthalten. Diese werden eliminiert, so daß auch die Gruppenlasten X_k aus n dreigliedrigen Gleichungen berechnet werden. Die Schnittkräfte X'_k ergeben sich daraus durch Rekursion.

$$\begin{aligned} X_{(k-1)} \tau_{k(k-1)} + X_k \tau_{kk} + X_{(k+1)} \tau_{k(k+1)} + X'_{(k-1)} \tau_{k(k-1)'} + X'_k \tau_{kk'} &= \tau_{k\otimes}, \\ X'_{(k-1)} \tau_{(k-1)'(k-1)'} + X_{(k-1)} \tau_{(k-1)'(k-1)} + X_k \tau_{(k-1)'k} &= \tau_{(k-1)'\otimes}, \\ X'_k \tau_{k'k'} + X_k \tau_{k'k} + X_{(k+1)} \tau_{k'(k+1)} &= \tau_{k'\otimes}, \\ X_{(k-1)} \left(\tau_{k(k-1)} - \tau_{k(k-1)'} \frac{\tau_{(k-1)'(k-1)}}{\tau_{(k-1)'(k-1)'}} \right) + X_k \left(\tau_{kk} - \tau_{k(k-1)'} \frac{\tau_{(k-1)'k}}{\tau_{(k-1)'(k-1)'}} - \tau_{kk'} \frac{\tau_{kk'}}{\tau_{k'k'}} \right) \\ + X_{(k+1)} \left(\tau_{k(k+1)} - \tau_{k'k'} \frac{\tau_{k'(k+1)}}{\tau_{k'(k+1)'}} \right) &= \tau_{k\otimes} - \tau_{(k-1)'\otimes} \frac{\tau_{k(k-1)'}}{\tau_{(k-1)'(k-1)'}} - \tau_{k'\otimes} \frac{\tau_{k'k'}}{\tau_{k'k'}}. \end{aligned} \quad (773)$$

Diese Bedingungsgleichungen gelten für ein statisch unbestimmtes Hauptsystem, das aus einer Kette von Zweigelenrahmen besteht. Sie können daher auch folgendermaßen angeschrieben werden:

$$X_{k-1} \tau_{k(k-1)}^{(1)} + X_k \tau_{kk}^{(1)} + X_{k+1} \tau_{k(k+1)}^{(1)} = \tau_{k\otimes}^{(1)}.$$

Die Vorzahlen sind in (773) als Funktion der Verschiebungen des statisch bestimmten Tragwerks (Abb. 464) enthalten. Sie können auch unmittelbar nach (489) aus Tabelle 43 angegeben werden.

Vorzahlen. Die Vorzahlen der Matrix werden bei der Eigenart der Kraftwirkung aus dem allgemeinen Ansatz (299) berechnet, in dem nicht allein die

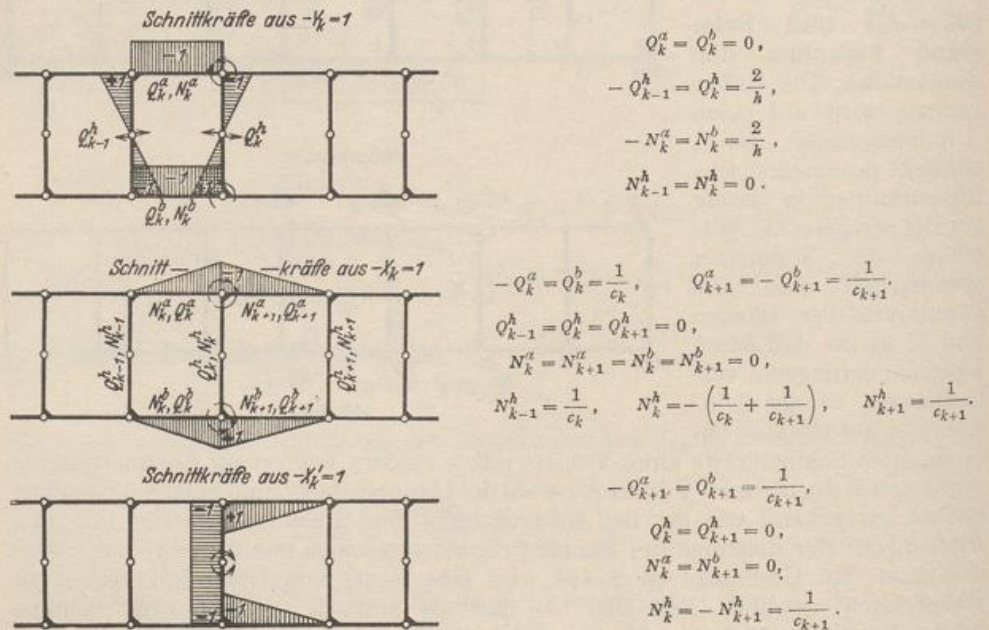


Abb. 465.

Biegemomente, sondern auch Quer- und Längskräfte berücksichtigt sind. Ihr Anteil enthält im Bereich der Gurtstäbe l_k den elastischen Beiwert $\gamma_k = \kappa E J_c : GF_k^a$,