Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Senkrechte Belastung der Gurtstäbe zwischen den Stabknoten

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Senkrechte Belastung der Gurtstäbe zwischen den Stabknoten. Die Kräfte $\mathfrak{P}$ werden in einen antimetrischen und einen symmetrischen Anteil zerlegt $\mathfrak{P} = {}^{(2)}\mathfrak{P} + {}^{(1)}\mathfrak{P}$ (Abb. 468a, b). Jeder wirkt in einem Dreigelenkrahmen, welcher die Belastung zunächst als Tragwerk zweiter Ordnung auf die Knoten k^a, k^b der Rahmenkette überträgt. Das Hauptsystem erhält daher in den Knotenpunkten Einzelkräfte T_k^a, T_k^b. Diese sind bei antimetrischer Belastung des Tragwerks gleich groß und gleichgerichtet (${}^{(2)}T_k$), bei symmetrischer Belastung entgegengesetzt gleich (${}^{(1)}T_k$). Die Belastungsglieder δ_{k0}, $\tau_{k0}^{(1)}$ lassen sich daher aus je zwei Teilen zusammensetzen ($\delta_{k0} = \delta_{k0,1} + \delta_{k0,2}$, $\tau_{k0}^{(1)} = \tau_{k0,1}^{(1)} + \tau_{k0,2}^{(1)}$). Die Anteile $\delta_{k0,2}$, $\tau_{k0,2}^{(1)}$ gelten für die Rahmen als Tragglieder zweiter Ordnung (Abb. 467). Der Anteil $\delta_{k0,1}$ wird nach (777) berechnet, der Anteil $\tau_{k0,1}^{(1)}$ ist Null, da das Hauptsystem, abgesehen von der Längskraft der Pfosten, spannungslos ist.

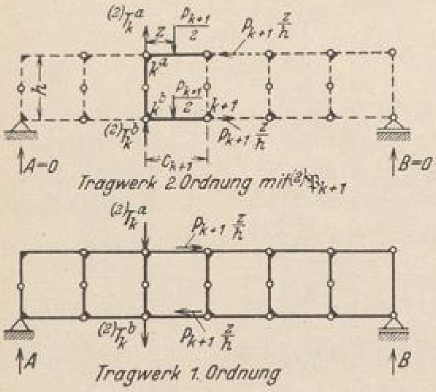


Abb. 467.

$$\delta_{k0,2} = \frac{p_k c_k^2}{12}(2c_k' + h_{k-1}') - \frac{p_{k+1} c_{k+1}^2}{12} h_k' + \frac{c_k'}{2c_k}\sum_k P z^2 + \frac{h_{k-1}'}{6}\sum_k P z - \frac{h_k'}{6}\sum_{k+1} P z$$
$$+ \frac{2 v_{k-1}}{h}\left(\frac{p_k c_k^2}{2} + \sum_k P z\right) - \frac{2 v_k}{h}\left(\frac{p_{k+1} c_{k+1}^2}{2} + \sum_{k+1} P z\right). \tag{781}$$

$$\left.\begin{aligned} \tau_{k0}^{(1)} = \pm\Bigg[&-\left(\frac{p_k c_k^2 c_k'}{24} + \frac{p_{k+1} c_{k+1}^2 c_{k+1}'}{24}\right) - \left(\frac{c_k c_k'}{6}\sum_k P\omega_D + \frac{c_{k+1} c_{k+1}'}{6}\sum_{k+1} P\omega_D'\right) \\ &+ \frac{c_k' - 6\dfrac{\gamma_k}{c_k}}{2c_k' + 3h_{k-1}' + 6\dfrac{\gamma_k}{c_k}}\left(\frac{p_k c_k^2 c_k'}{24} + \frac{c_k c_k'}{6}\sum_k P\omega_D'\right) \\ &+ \frac{2c_{k+1}' + 6\dfrac{\gamma_{k+1}}{c_{k+1}}}{2c_{k+1}' + 3h_k' + 6\dfrac{\gamma_{k+1}}{c_{k+1}}}\left(\frac{p_{k+1} c_{k+1}^2 c_{k+1}'}{24} + \frac{c_{k+1} c_{k+1}'}{6}\sum_{k+1} P\omega_D'\right)\Bigg]. \end{aligned}\right\} \tag{782}$$

Das positive Vorzeichen gilt bei Belastung des Obergurtes, das negative bei Belastung des Untergurtes.

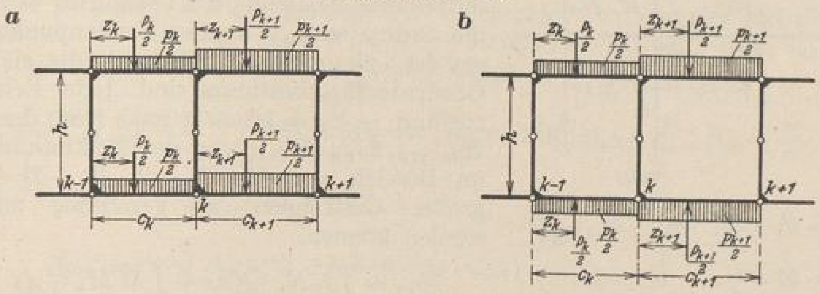
Die statisch überzähligen Gruppenlasten X_k für den symmetrischen Anteil ${}^{(1)}\mathfrak{P}$, Y_k für den antimetrischen Anteil ${}^{(2)}\mathfrak{P}$ sind in zwei dreigliedrigen Gruppen von Gleichungen enthalten, die nach der Rechenvorschrift S. 232 oder durch Iteration aufgelöst werden. Die Gruppenlasten X_k sind bei Lastangriff in den Stabknoten Null. Die für den Festigkeitsnachweis wichtigen Schnittkräfte ergeben sich aus dem Superpositionsgesetz (288) oder aus dem Gleichgewicht der äußeren Kräfte am Hauptsystem.

a) Gurte:

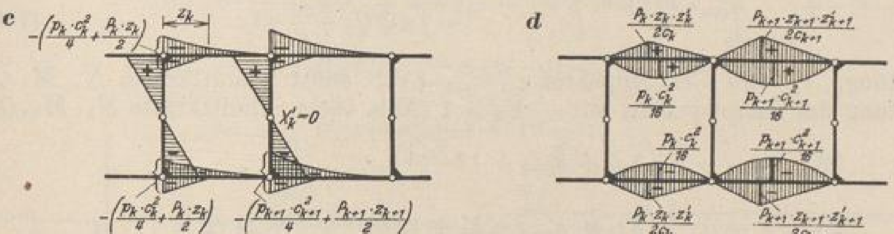
$$\left.\begin{aligned} M_{k(k-1)}^a &= Y_k + X_k; \qquad M_{k(k-1)}^b = Y_k - X_k, \\ M_{(k-1)k}^a &= M_{(k-1)k0}^a + Y_k + X_{k-1} - X_{k-1}', \\ M_{(k-1)k}^b &= M_{(k-1)k0}^b + Y_k - X_{k-1} + X_{k-1}' \\ -N_k^a &= N_k^b = \frac{M_{k0} - 2Y_k}{h}, \\ Q_k^a &= Q_{k0}^a - \frac{1}{c_k}(X_{k-1} - X_k - X_{k-1}'), \\ Q_k^b &= Q_{k0}^b + \frac{1}{c_k}(X_{k-1} - X_k - X_{k-1}'). \end{aligned}\right| \tag{783}$$

$$
\left.\begin{aligned}
\text{b) Pfosten:}\quad X'_k &= \frac{1}{\tau_{k'k'}}\left(\tau_{k'0} - X_k \tau_{k'k} - X_{k+1}\tau_{k'(k+1)}\right),\\
M^a_k &= -M^a_{k(k+1)0} - (Y_{k+1} - Y_k - X'_k) = M^a_{k(k-1)} - M^a_{k(k+1)},\\
M^b_k &= M^b_{k(k+1)0} + (Y_{k+1} - Y_k + X'_k) = M^b_{k(k+1)} - M^b_{k(k-1)},\\
Q^h_k &= -V_{(k+1)0}\frac{c_{k+1}}{h} + \frac{2}{h}(Y_{k+1} - Y_k).
\end{aligned}\right\}\qquad (784)
$$

Belastungsumordnung:



Schnittkräfte im System 2. Ordnung:



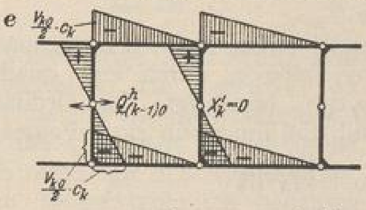
$$Q^h_{(k-1)0} = \frac{1}{h}\left(\frac{p_k c_k^2}{2} + P_k z_k\right),$$

$$-N^a_k = N^b_k = \frac{1}{h}\left(\frac{p_k c_k^2}{2} + P_k z_k\right).$$

$$Q^h_{(k-1)0} = Q^h_{k0} = Q^h_{(k+1)0} = 0,$$

$$N^a_k = N^b_k = N^a_{k+1} = N^b_{k+1} = 0.$$

Schnittkräfte im System 1. Ordnung:



$$-N^a_k = N^b_k = \frac{1}{h}\left(M_{k0} - P_k z_k - \frac{p_k c_k^2}{2}\right),$$

$$Q^h_{(k-1)0} = -\frac{1}{h} V_{k0} c_k.$$

$$^{(2)}T_k = {}^{(2)}T^a_k + {}^{(2)}T^b_k = p_{k+1} c_{k+1} + \sum_{(k+1)} P,$$

A, V_{k0}, M_{k0} wie im Hauptsystem. $V_{k0} = V_{(k-1)0} - T_{k-1}$. Die Längskräfte der beiden Systeme werden addiert und in $\delta_{k0,1}$ eingerechnet. Hierdurch entsteht wieder Gl. (777).

Abb. 468.

Die Einflußlinien. Die Einflußlinien der Schnittkräfte werden in der Regel nur für mittelbare Belastung des Ober- oder Untergurts gezeichnet. Sie sind dann zwischen den Pfosten gerade Linien. Die Gruppenlasten X_k, X'_k sind Null und die Einflußlinien der Schnittkräfte daher nur von den statisch unbestimmten Gruppenlasten Y_k abhängig.

Die Einflußlinien Y_k werden nach (328) aus den Vorzahlen $\beta^{(y)}_{kh}$ der konjugierten Matrix zu (772) berechnet.

$$Y_k = \sum \beta^{(y)}_{kh}\,\delta_{mh}.$$