Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Näherungsberechnung eines Rahmenträgers

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

suchung des Rahmenträgers ist durch die Wahl eines Hauptsystems Abb. 471c möglich. In beiden Lösungen ergeben sich dreigliedrige Bedingungsgleichungen.

$$X_{k-1}\,\delta_{k\,(k-1)} + X_k\,\delta_{k\,k} + X_{k+1}\,\delta_{k\,(k+1)} = \delta_{k\,0}.$$

Nach Abb. 471c ist

$$\left.\begin{aligned} 3\,\delta_{k\,(k-1)} &= -\left(h'_{k-1} + 3\,\frac{v_{k-1}}{h}\right), \qquad 3\,\delta_{k\,(k+1)} = -\left(h'_k + 3\,\frac{v_k}{h}\right), \\ 3\,\delta_{k\,k} &= \left[3\,c'_k + h'_{k-1} + h'_k + \frac{3}{h}\,(v_{k-1} + v_k) + 3\,\frac{c_k}{h^2}\left(\frac{J_c}{F_o} + \frac{J_c}{F_u}\right)\right], \\ 3\,\delta_{k\,0} &= \frac{c'_k}{2}\left[3\,V_{k\,0}\,c_k + p_k\,c_k^2 + \frac{3}{c_k}\,\Sigma\,P_k\,z_k^2\right] \\ &\quad + 3\,\frac{M_{k\,0}}{h^2}\left(\frac{J_c}{F_o} + \frac{J_c}{F_u}\right)c_k + V_{k\,0}\left(c_k\,h'_{k-1} + 3\,\frac{c_k}{h}\,v_{k-1}\right) \\ &\quad - V_{(k+1)\,0}\left(c_{k+1}\,h'_k + 3\,\frac{c_{k+1}}{h}\,v_k\right). \end{aligned}\right\} \qquad (790)$$

Näherungsberechnung eines Rahmenträgers. Die statische Untersuchung eines Rahmenträgers mit parallelen Gurten und elastischer Symmetrie in bezug auf eine waagerechte Achse lehrt, daß die Biegungsmomente bei senkrechten Einzellasten in den Knotenpunkten nicht nur in der Mitte der Pfosten, sondern auch in der Nähe der Gurtstabmitten Null sind. Es liegt daher nahe, diese zur angenäherten Beschreibung des Kräftebildes dort ebenfalls Null zu setzen, also den Rahmenträger durch ein statisch bestimmtes System mit Gelenken nach Abb. 472 zu ersetzen. Werden die auf die Mitten $\bar{k}$ der Gurtstäbe c_k bezogenen Querkräfte

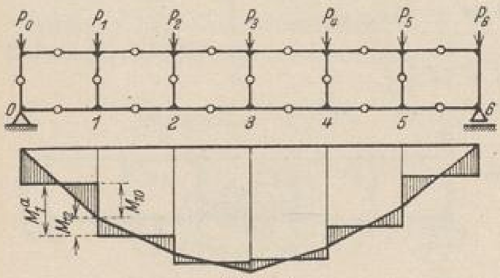

Abb. 472.

und Momente aller äußeren Kräfte links von dem Felde mit $\overline{V}_{k\,0}$, $\overline{M}_{k\,0}$ bezeichnet, so lassen sich die folgenden Schnittkräfte anschreiben:
Gurtstäbe:

$$\left.\begin{aligned} -N_k^a = N_k^b = \frac{\overline{M}_{k\,0}}{h}, \qquad Q_k^a = Q_k^b = \frac{1}{2}\,\overline{V}_{k\,0}, \\ M^a_{k\,(k-1)} = -M^a_{(k-1)\,k} = \tfrac{1}{4}\,\overline{V}_{k\,0}\,c_k, \qquad M^b_{k\,(k-1)} = -M^b_{(k-1)\,k} = \tfrac{1}{4}\,\overline{V}_{k\,0}\,c_k. \end{aligned}\right\} \qquad (791)$$

Pfosten:

$$\left.\begin{aligned} N_k^h &= \tfrac{1}{2}\,(P_k^b - P_k^a), \\ Q_{k-1}^h &= -N_{k-1}^a + N_k^a = -\frac{1}{h}\,(\overline{M}_{k\,0} - \overline{M}_{(k-1)\,0}), \\ M_k^a &= -M_k^b = -\tfrac{1}{2}\,Q_k^h\,h = \tfrac{1}{2}(\overline{M}_{k\,0} - \overline{M}_{(k-1)\,0}). \end{aligned}\right\} \qquad (792)$$

Die Abb. 472 zeigt die graphische Verwendung der Ergebnisse. Darnach sind zunächst die Momente für die Einzellasten $P/2$ aufgetragen und daraus die Momente $\overline{M}_{k\,0}$ gebildet worden. Dieses elementare Ergebnis zeigt die ungünstigen statischen Eigenschaften des Rahmenträgers, die sich namentlich aus den großen Querkräften in Pfosten und Gurten nächst den Auflagern ergeben. Sie lassen sich hier durch vollwandige Ausführung des Trägers und engere Stellung der Pfosten mildern.

Näherungsrechnung für den Rahmenträger (Abb. 474).

Belastung $P = 2{,}5$ t in den Knoten 1, 2, 3, 4, 5, 6.

k	0	$\bar{1}$	1	$\bar{2}$	2	$\bar{3} = 3'$	3	$\bar{4} = 4'$
P	(− 7,5)	0	2,5	0	2,5	0	2,5	0 t
V_{k0}	0	7,5	7,5	5	5	2,5	2,5	0 t
$c/2$	—	1,25	1,25	1,25	1,25	2,5	2,5	2,5 m
$V_{k0}c/2$	—	9,38	9,38	6,25	6,25	6,25	6,25	0 mt
$M_{k0}/2$	—	4,69	9,38	12,50	15,63	18,75	21,88	21,88 mt
$M_{k(k+1)}$	− 4,69		− 3,12		− 3,12		0	mt
$M_{k(k-1)}$			4,69		3,12		3,12	mt

Die Momente sind in Abb. 473 dargestellt. Die genauen Werte sind nach S. 497 berechnet und das Ergebnis in Klammern und gestrichelten Linien eingetragen.

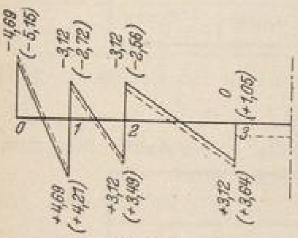

Abb. 473.

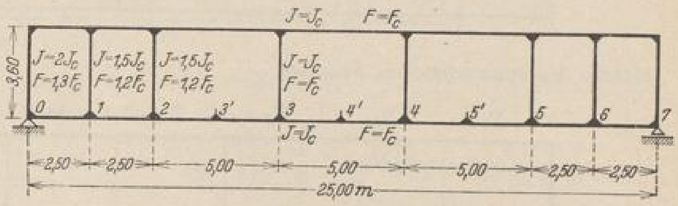

Abb. 474.

Zahlenbeispiel für die Berechnung eines Rahmenträgers (Abb. 474).

Das Tragwerk ist symmetrisch zu einer waagerechten und zu einer senkrechten Mittellinie.

Geometrische Grundlagen.

$$h_0' = 1{,}8\,, \qquad h_1' = h_2' = 2{,}4\,, \qquad h_3' = 3{,}6\ \mathrm{m}\,,$$

$$c_1' = c_2' = 2{,}5\,, \qquad c_3' = c_4' = 5{,}0\ \mathrm{m};$$

$$\varkappa = 1{,}2\,, \qquad E/G = 2\,, \qquad J_c = 0{,}0533\ \mathrm{m}^4\,, \qquad F_c = 1{,}0\ \mathrm{m}^2\,, \qquad J_c/F_k^q = 0{,}0533\ \mathrm{m}^2\,;$$

$$\nu_0 = 1{,}2 \cdot 2 \cdot 0{,}0533/1{,}3 = 0{,}0985\,, \qquad \nu_1 = \nu_2 = 0{,}1067\,, \qquad \nu_3 = 0{,}128\,, \qquad \gamma_k = 0{,}128\,.$$

Antimetrischer Ansatz, Vorzahlen nach (774):

$$\delta_{21} = -\frac{1}{3}\left(2{,}4 + 12 \cdot \frac{0{,}1067}{3{,}6}\right) = -0{,}919\,, \qquad \delta_{23} = -\frac{1}{3}\left(2{,}4 + 12 \cdot \frac{0{,}1067}{3{,}6}\right) = -0{,}919\,,$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{3}\cdot\left(2{,}4 + 2{,}4 + 6 \cdot 2{,}5 + \frac{12}{3{,}6} \cdot 2 \cdot 0{,}1067 + 24 \cdot 0{,}0533 \cdot \frac{2{,}5}{3{,}6^2}\right) = 6{,}921\,.$$

Symmetrischer Ansatz, Vorzahlen nach (775):

$$\tau_{21}^{(1)} = \frac{2{,}4\left(2{,}5 - 6\,\dfrac{0{,}128}{2{,}5}\right)}{2 \cdot 2{,}5 + 3 \cdot 2{,}4 + 6\,\dfrac{0{,}128}{2{,}5}} = 0{,}421\,, \qquad \tau_{23}^{(1)} = \frac{2{,}4\left(5{,}0 - 6\,\dfrac{0{,}128}{5{,}0}\right)}{2 \cdot 5{,}0 + 3 \cdot 2{,}4 + 6\,\dfrac{0{,}128}{5{,}0}} = 0{,}670\,,$$

$$\tau_{22}^{(1)} = \left(\frac{2}{3} \cdot 2{,}5 + 2\,\frac{0{,}128}{2{,}5}\right) + \left(\frac{2}{3} \cdot 5{,}0 + 2\,\frac{0{,}128}{5{,}0}\right) - \frac{\left(2{,}5 - 6\,\dfrac{0{,}128}{2{,}5}\right)^2}{3\left(2 \cdot 2{,}5 + 3 \cdot 2{,}4 + 6\,\dfrac{0{,}128}{2{,}5}\right)}$$

$$\frac{\left(2 \cdot 5{,}0 + 6\,\dfrac{0{,}128}{5{,}0}\right)^2}{3\left(2 \cdot 5{,}0 + 3 \cdot 2{,}4 + 6\,\dfrac{0{,}128}{5{,}0}\right)} = 3{,}046\,.$$