

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

53. Die Berechnung von Silozellen

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Visual Library

Mit den Momenten sind auch die Quer- und Längskräfte bekannt. Die Schnittkräfte aus Windund Schneelast werden in gleicher Weise berechnet.

Mann, L.: Statische Berechnung steifer Vierecknetze. Berlin 1909 und Z. Bauw. 1909. — Derselbe: Das strebenlose Ständerfachwerk. Müller-Breslau-Festschrift. Leipzig 1912. — Engesser, F.: Die Berechnung der Rahmenträger. Z. Bauw. 1913. — Grüning, M.: Die Spannungen im Knotenpunkt eines Vierendeelträgers. Eisenbau 1914. — Lührs, J.: Die statische Berechnung des Rahmenträgers. Eisenbau 1915 S. 83. — Mohr, O.: Die Berechnung der Pfostenträger. Eisenbau 1915. — Derselbe: Beitrag zur Berechnung der Rahmenträger. Berlin 1915. — Engesser, F.: Die Berechnung der Rahmenträger. Berlin 1919. — Hartmann, F.: Die statisch unbestimmten Systeme des Eisen- und Eisenbetonbaues. Berlin 1922. — Kriso, K.: Statik der Vierendeelträger. Berlin 1922. — Spiegel, G.: Der Rahmenträger. Berlin 1922. — Vieser, F.: Statische Berechnung der Vierendeelträger. Bautechn. 1927 S. 263. — Domke, O.: Handb. f. Eisenbetonbau Bd. 10 3. Aufl. Berlin 1931.

53. Die Berechnung von Silozellen.

Der Zellensilo wird in der Regel durch senkrechte Wände gebildet, die in den Kanten biegungssteif verbunden sind, so daß rechteckige Behälter zur Lagerung des Füllgutes entstehen. Der Innendruck wächst nach S. 14 mit zunehmender Schütthöhe z, ist jedoch für z = const in jeder Zelle konstant. Die Wand wirkt daher unter dem Innendruck aus dem Füllgut als elastisch eingespannte Platte, für das Eigengewicht der Wand und für die Reibungskräfte längs der Wand als Scheibe. In der Regel wird auf die Klärung des räumlichen Spannungszustandes verzichtet und die Sicherheit des Bauwerks für Kräfte winkelrecht zur Wandebene in Abschnitten des Tragwerks zwischen je zwei waagerechten Schnitten festgestellt. Diese werden dann als waagerecht liegende Stabwerke berechnet, deren Knoten infolge der Längssteifigkeit der Wände unverschieblich sind.



Das Tragwerk Abb. 479a besteht darnach aus elastisch eingespannten, gleichförmig belasteten Stäben $\overline{JK} = l_k$. Ihr Spannungszustand ist durch die Belastung pund die benachbarten Knotendrehwinkel φ_J , φ_K bestimmt. Wird der Querschnitt im Bereich der theoretischen Stablänge l_k als konstant angenommen, so lassen sich *n* Knotendrehwinkel deş Stabnetzes nach S. 320 aus *n* Bedingungsgleichungen $\delta A_J = 0$ berechnen, in denen die Stabdrehwinkel Null sind. Der allgemeine Ansatz wird bei Symmetrie des Tragwerks nach einer oder zwei Achsen durch Umordnung der Belastung in Anteile mit Symmetrie oder Antimetrie zu einer der beiden Achsen vereinfacht und in jedem Falle am besten durch Iteration nach Abschn. 30 gelöst. Damit sind auch die Schnittkräfte des Stabnetzes bekannt. Sie entstehen nach (530) durch die Überlagerung der bekannten Schnittkräfte des gleichförmig belasteten, beiderseits eingespannten Stabes J K mit denjenigen, welche durch die Verdrehung der Endquerschnitte J, K um φ_J, φ_K hervorgerufen werden. Das Ergebnis läßt sich mit der Bedingung nachprüfen, daß die Summe der

Biegungsmomente an jedem Stabknoten Null ist. Die Querkräfte an den Stabenden werden als äußere Kräfte in die Längs- und Querwände eingetragen.

Für die Ausführung kommen neben allgemeinen Anordnungen im wesentlichen nur regelmäßige Bauwerke mit wenigen Zellenreihen in Betracht, deren Berechnung die ungünstigsten Ergebnisse in der Regel bei schachbrettartiger Füllung des Silos liefert.

Belastungsanteil A: Die Formänderung des elastischen Gebildes ist zu beiden Achsen symmetrisch. Die Drehwinkel der Stabknoten in den Symmetrieachsen sind daher Null. Im übrigen ist $\varphi_{A,I} = -\varphi_{A,II} = \varphi_{A,III} = -\varphi_{A,IV}$. Der Ansatz besteht aus 4 Gleichungen mit 4 Unbekannten. Sie werden nach (533), (534) angeschrieben. Darnach ist z. B.

$$\begin{split} \delta A_E &= {}^{(1)} \varphi_B a_{EB} + {}^{(1)} \varphi_D a_{ED} + {}^{(1)} \varphi_E a_{EE} + a_{E0} = 0 , \\ a_{EB} &= 4 \left(-\dot{1}_E \right) \cdot \frac{2}{c'} = -\frac{8}{c'} , \qquad a_{ED} = -\frac{8}{b'} , \\ a_{EE} &= 4 \left(-\dot{1}_E \right) \left(\frac{4}{b'} + \frac{4}{c'} + \frac{4}{b'} + \frac{4}{c'} \right) = -32 \left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'} \right) , \\ a_{A_0} &= 4 \left(-\dot{1}_A \right) \left(\frac{p}{2} \frac{b^2}{12} - \frac{p}{2} \frac{c^2}{12} \right) = -\frac{p}{6} \left(b^2 - c^2 \right) , \quad a_{B0} = a_{D0} = a_{E0} = 0 , \end{split}$$

0,

so daß mit b = 4,80 m, c = 3,20 m, $J_b = 3 J_c$, $\phi = 1$ t/m der folgende Ansatz angeschrieben werden kann:

	⁽¹⁾ φ_{A}	$^{(1)}\varphi_B$	⁽¹⁾ φ_D	$^{(1)}\varphi_{E}$	a _{K0}
A	- 15,0	- 5,0	- 2,5		- 2,13333
B	- 5,0	- 25,0		- 2,5	
D	- 2,5		- 20,0	- 5,0	
E		- 2,5	- 5,0	- 30,0	

Die Iteration einer angenäherten Lösung liefert folgendes Ergebnis:

(1) <i>\varphi_A</i>	(1) φ_B	(1) <i>φ</i> _D	$^{(1)}\varphi_{E}$	
- 0,15637	+0,03189	+ 0,02109	- 0,00 617	

Belastungsanteil B: Die Formänderung des elastischen Gebildes ist zu beiden Achsen antimetrisch und damit $\varphi_{B,I} = \varphi_{B,II} = \varphi_{B,III} = \varphi_{B,III}$. Der Ansatz (523) besteht jetzt aus neun Gleichungen mit neun Unbekannten, z. B.

$$\begin{split} \mathbf{A}_{E} &= \varphi_{B} a_{EB} + \varphi_{D} a_{ED} + \varphi_{E} a_{EE} + \varphi_{F} a_{EF} + \varphi_{H} a_{EH} + a_{E0} = 0 , \\ a_{EB} &= 4 \ (-\dot{\mathbf{1}}_{E}) \cdot \frac{2}{c'} = -\frac{8}{c'} , \qquad a_{ED} = 4 \ (-\dot{\mathbf{1}}_{E}) \cdot \frac{2}{b'} = -\frac{8}{b'} , \\ a_{EE} &= 4 \ (-\dot{\mathbf{1}}_{E}) \ \left(\frac{4}{b'} + \frac{4}{c'} + \frac{4}{b'} + \frac{4}{c'}\right) = -32 \ \left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'}\right) , \\ \mathbf{a}_{EF} &= 4 \ (-\dot{\mathbf{1}}_{E}) \cdot \frac{2}{b'} = -\frac{8}{b'} , \qquad a_{EH} = 4 \ (-\dot{\mathbf{1}}_{E}) \cdot \frac{2}{c'} = -\frac{8}{c'} , \\ a_{E0} &= 4 \ (-\dot{\mathbf{1}}_{E}) \cdot 2 \ \left(\frac{p \ b^{2}}{12} - \frac{p \ c^{2}}{12}\right) = -\frac{2}{3} \ p \ (b^{2} - c^{2}) , \end{split}$$

502

81

BLIOTHEK

$$\begin{split} \delta A_J &= \varphi_F a_{JF} + \varphi_H a_{JH} + \varphi_J a_{JJ} + a_{J0} = 0 , \\ a_{JF} &= 2 \left(-\dot{1}_J \right) \cdot \frac{2}{c'} = -\frac{4}{c'} , \qquad a_{JH} = 2 \left(-\dot{1}_J \right) \cdot \frac{2}{b'} = -\frac{4}{b'} \\ a_{JJ} &= -\dot{1}_J \left(\frac{4}{b'} + \frac{4}{c'} + \frac{4}{b'} + \frac{4}{c'} \right) = -8 \left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'} \right) , \\ a_{J0} &= 2 \left(-\dot{1}_J \right) \left(\frac{p \, b^2}{12} - \frac{p \, c'}{12} \right) = -\frac{1}{6} \, p \left(b^2 - c^2 \right) . \end{split}$$

Matrix der Gleichungen $\sum \varphi_{\mathcal{K}} a_{L\mathcal{K}} + a_{L0} = 0$ für b = 4,80 m, c = 3,20 m, $J_b = 3 J_c$, p = 1 t/m.

	<i>QA</i>	φ_B	90	φD	φ_E	φ_F	φa	φ_{H}	φ_J	aLO
A	- 15,00	- 5,00		- 2,50						- 2,13333
В	- 5,00	- 25,00	- 5,00	1	- 2,50					+ 4,26667
С		- 5,00	- 12,50			- 1,25				-2,13333
D	- 2,50			- 20,00	- 5,00		- 2,50			+ 4,26667
E		- 2,50		- 5.00	- 30,00	- 5,00		- 2,50		- 8,53 333
F			- 1,25		- 5,00	- 15,00			- 1,25	+ 4,26667
G				- 2,50		1.	- 10,00	- 2,50		- 2,13333
H					- 2,50	-	- 2,50	- 15,00	- 2,50	+4,26667
J						- 1,25		- 2,50	- 7,50	- 2,13333

Die Iteration einer Näherungslösung liefert folgendes Ergebnis:

(2) <i>\ \ P_A</i>	$^{(2)}\varphi_B$	⁽²⁾ φσ	(2) <i>\varphi_D</i>	$^{(2)}\varphi_{E}$	$^{(2)}\varphi_{F}$	⁽²⁾ \$\$\$	(2) <i>\Varphi_H</i>	(2) <i>φ</i> _J
- 0,33769	+ 0,36453	-0,37006	+ 0,44375	- 0,52313	+ 0,53582	- 0,45940	+0.54052	- 0,55392

Die Knotendrehwinkel infolge der gegebenen Belastung werden durch Superposition des symmetrischen und des antimetrischen Anteils erhalten, z. B.



- 0,37006 + 0,53582 - 0,45940 + 0,54052 - 0,55392

Die Stabendmomente $M_J^{(h)}$, $M_K^{(h)}$ eines Stabes $\overline{JK} = l_k$ sind nach (530) berechnet und auf der Zugseite aufgetragen worden (Abb. 480). Darnach ist z. B.

BIBLIOTHEK PADERBORN

$M^{(b)}_{\mathcal{A}}$	$= + p b^2/12$	+	2/b'	$\cdot (2 q$	$p_A +$	$\varphi_B)$	=+	1,92000	-0,73962	=	+	1,1804 mt.
$M_B^{(b)}$	$= - \not p b^2/12$	+	2/b'	\cdot (2 g	$p_B +$	$\varphi_A)$	=-	1,92000	+0,37348	-		1,5465 mt.
$M_B^{(d)}$	-	+	2/b'	$\cdot (2 q$	$p_B +$	$\varphi_c)$	=			===	+	0,5285 mt.
$M_C^{(d)}$	=	+	2/b'	· (2 q	po +	$\varphi_B)$	=					0,4296 mt.

Die Rechenvorschrift wird im Zusammenhang an dem folgenden Beispiel wiederholt: c = 2,70 m, b = 4,80 m, $J_b = 3 J_c$, 1/c' = 0,370370, 1/b' = 0,625 (Abb. 481)



Symmetrische Belastung p/2 (Abb. 481b) ${}^{(1)}\varphi_D = {}^{(1)}\varphi_E = {}^{(1)}\varphi_F = 0.$

$$h_{4.0} = 4 \left(-\dot{1}_{A}
ight) \left(rac{b^{2}}{12} - rac{c^{2}}{12}
ight) rac{p}{2} = -rac{p}{6} \left(b^{2} - c^{2}
ight) = -2,625 \,,$$

Matrix der Bedingungsgleichungen $\sum {}^{(1)} \varphi_{\mathbf{K}} a_{J\mathbf{K}} + a_{J\mathbf{0}} = 0.$

	(1) <i>\ \ \ \ \ \ A</i>	$^{(1)}\varphi_B$	⁽¹⁾ \$\$\$	a _{J0}
A	-15,9259	- 5,0000		- 2,6250
В	- 5,0000	- 25,9259	- 5,0000	
С		- 5,0000	- 20,9259	THE REAL

 $a_{B0} = a_{C0} = 0$

Lösung durch Iteration:

a,

(1) <i>\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \</i>	⁽¹⁾ φ_B	⁽¹⁾ φc

-0,17600 + 0,03558 - 0,00850

Antimetrische Belastung p/2 (Abb. 481c). Matrix der Bedingungsgleichungen $\sum_{i=1}^{i} \varphi_{K} a_{JK} + a_{J0} = 0$.

	(2) _{\$\varphi_A\$}	(2) _{<i>\varphiB</i>}	⁽²⁾ \$\$\$	⁽²⁾ φ_D	⁽²⁾ φ_E	$^{(2)}\varphi_F$	ajo
A	-15,9259	- 5,0000		- 2,9630			- 2,6250
В	- 5,0000	- 25,9259	- 5,0000		2,9630		+ 5,2500
С		- 5,0000	- 20,9259		2	- 2,9630	- 5,2500
D	— 2,9630			— то,9259	- 2,5000		+ 2,6250
E		- 2,9630		- 2,5000	15,9259	- 2,5000	- 5,2500
F			- 2,9630		- 2,5000	- 13,4259	+ 5,2500

Lösung durch Iteration:

BIBLIOTHEK

⁽²⁾ φ_A	$^{(2)}\varphi_{B}$	⁽²⁾ φ_c	⁽²⁾ <i>\varphi_D</i>	(2) <i>\</i>	⁽²⁾ φ_F
- 0,38797	+0,42769	- 0.43734	+ 0,47763	- 0,57762	+ 0,59511

504

Die einreihige Anordnung der Zellen.

Ergebnis der Überlagerung:



Die einreihige Anordnung der Zellen. Belastung, Formänderung und Schnittkräfte sind zur Achse *a* symmetrisch (Abb. 483), also $\varphi_{A,I} = -\varphi_{A,II}$. Die Knotendrehwinkel werden daher aus einem dreigliedrigen Ansatz von Bedingungsgleichungen berechnet.

Beispiel zur Berechnung eines einreihigen Zellensilos mit unregelmäßiger Teilung (Abb. 483).

c == 3,2	20 m , b_2	$= b_3 = 2,40$	m, $J_2 =$	$J_3 = J_c/2$,	AB	<u> </u>	E	
	<i>b</i> ₄	$= b_{5} = 4,00$	m, $J_4 =$	$J_5 = 3 J_c$,	.a	p=1t/m		
$\frac{1}{c'} = 0,31$	$25, \frac{1}{b_2'} =$	$\frac{1}{b'_3} = 0,2083$	$b, \frac{1}{b_4'} = \frac{1}{b_5'}$	= 0,7500,	-b2-b3	- Du	-bs	
a _c ,	$B=2\left(-\dot{1}_{c}\right)$	$\cdot \frac{2}{b_c'} = -\frac{4}{l_c'}$	= -0,8333	,				
	a _{cc} =	$=2(-i_c)\cdot ($	$\frac{4}{b_c'} + \frac{2}{c'} + \frac{4}{b_d'}$	$\left(\frac{2}{b_c'}\right) = -4\left(\frac{2}{b_c'}\right)$	$+\frac{1}{c'}+\frac{2}{b'_d}\Big)=$	= - 8,9167,		
$a_{CD} = 2 \left(-\dot{1}_{c} \right) \cdot rac{2}{b_{d}'} = -rac{4}{b_{d}'} = -3,0000 ,$								
$a_{c0} = 2\left(-\dot{1}_c\right) \cdot \left(-\frac{pc^2}{12} + \frac{pb_4^2}{12}\right) = -\frac{p}{6}\left(b_4^2 - c^2\right) = -0,9600,$								
	<i>a</i> _{D0} =	$= 2(-\dot{1}_D) \cdot (-\dot{1}_D)$	$+\frac{p c^2}{12}-\frac{p b_4^2}{12}$) = + 0,9600				
	φ _A	φ_B	φσ	φ_D	¢ε	a _{J 0}		
А	- 2,9167	- 0,8333				C. C. C. S.		
В	- 0,8333	- 4,5833	- 0,8333				-	
С		- 0,8333	8,9167	3,0000		- 0,9600		
D			- 3,0000	- 13,2500	3,0000	+ 0,9600		
E		Rear Place		- 3,0000	- 7,2500		35	



eines n fach unbestimmten Hauptsystems aus Zweigelenkrahmen angeschrieben werden. Nach Abb. $X_{k-1} \, \delta_{k(k-1)}^{(n)} + X_k \, \delta_{kk}^{(n)}$

 $+ X_{k+1} \delta_{k(k+1)}^{(n)} = \delta_{k0}^{(n)}.$

Die Vorzahlen werden nach (305) mit den Angaben der Tabelle 43 angeschrieben. In dieser ist das Verhältnis $b'_k/c'_{k-1} = \varkappa_k$. Das Seitenverhältnis c/b_k wird mit λ_k bezeichnet. Darnach ist

$$\delta_{kk}^{(n)} = \int M_k^{(0)} M_k^{(n)} \frac{J_c}{J} ds = \frac{b'_k (2 + \varkappa_k)}{3 + 2\varkappa_k} + \frac{2\varkappa_{k+1}}{3 + 2\varkappa_{k+1}} c'_k, \delta_{k(k-1)}^{(n)} = \frac{\varkappa_k}{3 + 2\varkappa_k} c'_{k-1}, \qquad \delta_{k(k+1)}^{(n)} = \frac{\varkappa_{k+1}}{3 + 2\varkappa_{k+1}} c'_k.$$
(793a)



	11	10	11-1	10	1 nil	110-1	4 10
Γ	Xi-	ter	14-1-1	Xir	Xx+T	Xn-1	Xn
	Xi	Xa	· Kenta	the -	Xx+7-	Xn-1-	Xn
-	10	(0	- (0		10	10	
			Abb.	485.			

Hiervon weicht ab:

$$c_{nn}^{(n)} = -\frac{b'_n \left(2 + \varkappa_n\right)}{3 + 2\,\varkappa_n} + c'_n,$$
 (793b)

bei $c'_k = b'_k = 1$ ist

BIBLIOTHEK PADERBORN

$$\delta_{kk}^{(n)} = 1, \quad \delta_{k(k-1)}^{(n)} = \delta_{k(k+1)}^{(n)} = \frac{1}{5}.$$

Die Belastungszahlen sind bei beliebiger Füllung der Zellen, also bei verschieden großen Wanddrücken p_{k-1}, p_k :

 δ

$$\delta_{k\,0}^{(n)} = -\frac{p_{k-1}c^2}{12}c'_{k-1}\frac{\varkappa_k}{3+2\varkappa_k} - \frac{p_kb_k^2}{12}\left[\frac{b'_k(3+\varkappa_k-\lambda_k^2)}{3+2\varkappa_k} + \frac{2\lambda_k^2\varkappa_{k+1}}{3+2\varkappa_{k+1}}\right] \\
-\frac{p_{k+1}b_{k+1}^2}{12}b'_{k+1}\frac{3-2\lambda_{k+1}^2}{3+2\varkappa_{k+1}}, \\
\delta_{n\,0}^{(n)} = -\frac{p_{n-1}c^2}{12}c'_{n-1}\frac{\varkappa_n}{3+2\varkappa_n} - \frac{p_nb_n^2}{12}\left[\frac{b'_n(3+\varkappa_n-\lambda_n^2)}{3+2\varkappa_n} + \lambda_n^2c'_n\right],$$
(794)

506

Beispiel zur Berechnung eines einreihigen Zellensilos mit unregelmäßiger Teilung. 507

bei $c'_k = b'_k = 1$ ist

$$\begin{split} \delta_{k0}^{(n)} &= -\frac{1}{60} \left[\not p_{k-1} \ c^2 + \not p_k \ b_k^2 \ (4 + \lambda_k^2) + \not p_{k+1} \ b_{k+1}^2 \ (3 - 2 \ \lambda_{k+1}^2) \right], \\ \delta_{n0}^{(n)} &= -\frac{1}{60} \left[\not p_{n-1} \ c^2 + \not p_n \ b_n^2 \ 4 \ (1 + \lambda_n^2) \right]. \end{split}$$

Tabelle 38. Die Eckmomente einfacher Bauformen bei gleichförmigem Innendruck.



Die Überzähligen sind ebenso groß wie bei gelenkig angeschlossener Zwischenwand.

54. Die Bogenträger.





Marcus, H.: Die Berechnung von Silozellen. Z. Arch. Ing.-Wes. 1911. — Ritter, A.: Zur Berechnung von Silozellen. Arm. Beton 1913 S. 21. — Derselbe: Beitrag zur Berechnung rechteckiger Silozellen. Stuttgart 1916. — Schwarz, R.: Zur Berechnung der Zwickelzellen von Silos mit kreiszylindrischen Behältern. Bauing. 1930 S. 87.

54. Die Bogenträger.

Der Brücken- und Hochbau verwendet den Bogenträger als einzelnes Element oder in Verbindung mit Pfosten als Teil einer Bogenstellung. Die Mittellinie wird entweder geometrisch als Parabel, Kreis und Kettenlinie oder nach statischen Gesichtspunkten als Mittelkraftlinie einer gegebenen Belastung beschrieben. Sie ist in der Regel zu einer senkrechten Achse rechtwinklig oder schiefwinklig symmetrisch.

Die Bogenwirkung entsteht durch die waagerechte Abstützung der Träger gegen starre oder elastische Widerlager, die damit einen wichtigen Bestandteil

508