Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

55. Der Zweigelenkbogen

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Ordinaten y_2 der Mittellinie bestimmt. Diese können oft auch für abgerundete Leitwerte c nach Tabelle 40 angeschrieben werden. Die Bogenlaibungen

$$y_2^{(o)} = y_2\left(1 - \frac{v_k - v_s}{2f}\right) - \frac{v_s}{2}; \qquad y_2^{(u)} = y_2\left(1 + \frac{v_k - v_s}{2f}\right) + \frac{v_s}{2} \tag{802}$$

sind ebenfalls Kettenlinien (Abb. 488). Damit ist eine geeignete Grundlage für die Form von Träger und Überbau vorhanden, nach der die Mittelkraftlinie aus Eigengewicht oder aus Eigengewicht $+ p/2$ berechnet werden kann (S. 75). Der Vergleich mit der angenommenen Kettenlinie ist in der Regel so günstig, daß die Wiederholung der Untersuchung zu keinem wesentlichen Unterschiede zwischen Annahme und Ergebnis führt.

Tabelle 40. $\dfrac{y_2}{f} = \dfrac{\mathfrak{Cof}\,\dfrac{x}{l_1}\,c - 1}{\varkappa - 1}$ mit $c = \mathfrak{Ar}\mathfrak{Cof}\,\varkappa$ und $\varkappa = \dfrac{q_k}{q_s}$ als Leitwert.

$\varkappa$	$\xi = x/l_1 =$								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
1,5	0,0094	0,0372	0,0840	0,1500	0,2358	0,3426	0,4708	0,6220	0,7976
2,0	0,0087	0,0349	0,0791	0,1420	0,2248	0,3288	0,4559	0,6083	0,7887
2,5	0,0081	0,0330	0,0750	0,1353	0,2153	0,3170	0,4429	0,5961	0,7804
3,0	0,0078	0,0314	0,0716	0,1296	0,2071	0,3068	0,4316	0,5852	0,7727
3,5	0,0074	0,0300	0,0686	0,1246	0,2000	0,2978	0,4215	0,5756	0,7661
4,0	0,0071	0,0288	0,0659	0,1202	0,1937	0,2898	0,4125	0,5671	0,7602
4,5	0,0069	0,0277	0,0636	0,1162	0,1881	0,2827	0,4045	0,5594	0,7548
5,0	0,0066	0,0268	0,0615	0,1128	0,1830	0,2762	0,3972	0,5523	0,7498
6,0	0,0062	0,0252	0,0579	0,1066	0,1742	0,2649	0,3843	0,5397	0,7408
7,0	0,0058	0,0237	0,0548	0,1014	0,1667	0,2552	0,3732	0,5288	0,7330
8,0	0,0055	0,0225	0,0522	0,0969	0,1602	0,2468	0,3635	0,5193	0,7261
9,0	0,0052	0,0214	0,0499	0,0930	0,1545	0,2394	0,3550	0,5107	0,7199
10,0	0,0050	0,0205	0,0479	0,0896	0,1495	0,2328	0,3472	0,5031	0,7143

Bülow, F. v., u. J. Wiggers: Zahlentafel zur günstigen Formgebung gewölbter Brücken und Durchlässe bei beliebigem Pfeilverhältnis und beliebiger Überschüttungshöhe. Beton u. Eisen 1930 S. 409.

55. Der Zweigelenkbogen.

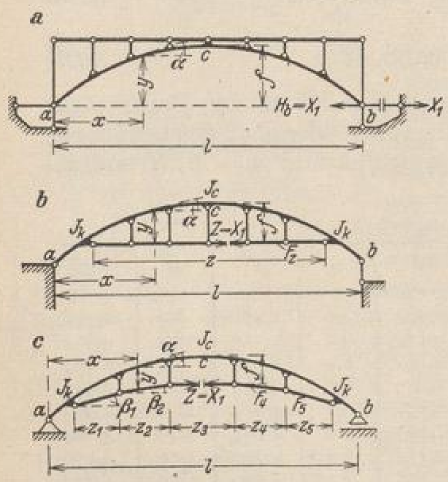


Abb. 489.

Die Gelenke des Trägers liegen in der Regel am Kämpfer. Eines von beiden ist längsbeweglich, wenn die Bogenkraft durch ein gerades oder gesprengtes Zugglied aufgenommen wird, das meist die Bogenkämpfer, in besonderen Fällen aber auch zwei beliebige Querschnitte verbindet.

Die Schnittkräfte sind einfach statisch unbestimmt, da der Verschiebungszustand des Bogenträgers in der Regel als unabhängig von dem zur Eintragung der Lasten notwendigen Überbau angesehen werden darf. Als überzählige Größe X_1 dient die Komponente H einer Stützkraft oder die waagerechte Komponente der Längskraft im Zugglied. Bei Symmetrie des Bogenträgers kann nach S. 196 auch $X_1 = 1/2 \cdot (H_a + H_b)$ gewählt werden, so daß bei Antimetrie der Belastung $X_1 = 0$, also $H_a = -H_b$, bei Symmetrie der Belastung $X_1 = H_a = H_b$ erhalten wird. Dasselbe gilt auch bei Verwendung der Längskraft N_c im Bogenscheitel c als statisch unbestimmte Schnittkraft. Sie wird in jedem Falle aus der Formänderung eines statisch bestimmten Balkenträgers berechnet. Bei ruhender Belastung ist auch das Biegungsmoment M_c im Bogenscheitel als statisch überzählige Größe geeignet.

$$X_1 = \frac{\delta_{1\otimes}}{\delta_{11}} = \frac{\delta_{10} + \delta_{1t} + \delta_{1s}}{\delta_{11}}. \tag{803}$$

Vorzahl δ_{11}: a) Bogenträger mit zwei Kämpfergelenken (Abb. 489a)

$$X_1 = H_b: \quad \delta_{11} = \int y^2 \frac{J_c}{J}\, ds + \frac{J_c}{F_c} \int \cos^2\alpha \frac{F_c}{F}\, ds = \delta'_{11} + \delta''_{11}. \tag{804}$$

b) Bogenträger mit geradem Zugglied (Abb. 489b)

$$X_1 = Z: \quad \delta_{11} = \int y^2 \frac{J_c}{J}\, ds + \frac{J_c}{F_c} \int \cos^2\alpha \frac{F_c}{F}\, ds + \frac{E_b}{E_z}\frac{J_c}{F_z} z = \delta'_{11} + \delta''_{11} + \delta'''_{11}. \tag{805}$$

c) Bogenträger mit gesprengtem Zugglied (Abb. 489c). (Ohne Berücksichtigung der Längenänderungen der Hängestangen.)

$$X_1 = Z: \quad \delta_{11} = \int y^2 \frac{J_c}{J}\, ds + \frac{J_c}{F_c} \int \frac{\cos^2(\alpha-\beta)}{\cos^2\alpha} \frac{F_c}{F}\, ds + \frac{J_c}{F_z} \sum z_h \sec^2\beta_h \cdot \frac{F_z}{F_h}$$
$$= \delta'_{11} + \delta''_{11} + \delta'''_{11}. \tag{806}$$

Belastungsglieder:

$$\delta_{10} = \int M_0\, y \frac{J_c}{J}\, ds + \frac{J_c}{F_c} \int N_0 \cos\alpha \frac{F_c}{F}\, ds = \delta'_{10} + \delta''_{10}. \tag{807}$$

$$\delta_{1t} = E J_c \alpha_t t l; \qquad \delta_{1s} = -E J_c \Delta l. \quad \text{(Gleichhohe Kämpfer.)} \tag{808}$$

Darnach ist δ_{1t} bei gleichförmiger Temperaturänderung des Bogenträgers unabhängig von der Bogenform, die Verschiebung δ_{1s} bei Anordnung der Lager in gleicher Höhe unabhängig von senkrechten Verschiebungen. Die Ansätze für δ_{11}, δ_{10} werden bei beliebiger Bogenform und ständiger Belastung nach S. 95 oder 96 numerisch integriert oder zeichnerisch durch einen Verschiebungsplan des Hauptsystems nach S. 139 oder durch eine waagerechte Biegelinie bestimmt. Der Anteil $J_c/F_c \cdot \int \cos^2\alpha F_c/F \cdot ds$ ist gegenüber dem Anteil aus den Biegungsmomenten klein und kann angenähert gleich $l \cdot J_c/F_c$ gesetzt werden.

Die Einflußlinie $X_1 \delta_{11} = \delta_{1m}$ wird als Biegelinie δ_{m1} des Balkenträgers für $-X_1 = 1$ mit $M_1 = 1 \cdot y$ in der Regel nach S. 131 berechnet und aufgezeichnet.

$$6\,\mathfrak{W}_{k1} = c_k \frac{J_c}{J_k \cos\alpha_k} (y_{k-1} + 2 y_k) + c_{k+1} \frac{J_c}{J_{k+1} \cos\alpha_{k+1}} (2 y_k + y_{k+1}). \tag{809}$$

Die Mitwirkung der Längskräfte $N_1 = 1 \cdot \cos\alpha$ kann durch die elastischen Gewichte von der Form (238) untersucht werden. Sie ist jedoch ohne große Bedeutung.

Wird die Biegelinie $\delta_{m1} = H_w y_w$ nach S. 136 als Seileck zu einem Richtungsbüschel der elastischen Gewichte $6\,\mathfrak{W}_{k1}$ mit der Polweite $H_w = 6\,\delta_{11}$ in $\mathfrak{W}$-Einheiten aufgezeichnet, so sind die Ordinaten y_w des Seilecks nach S. 125 auch Ordinaten der Einflußlinie von X_1, d. h. der Betrag der Längen y_w ist im Maßstab der Zeichnung gemessen gleichbedeutend mit dem Betrage von X_1 in t oder mt.

Die Grenzwerte der Spannungen des Querschnitts werden nach S. 28 aus den Kernmomenten und aus der Querkraft berechnet. Bei Bogenträgern mit gleich hoch liegenden Kämpfern ist

$$N = N_0 - X_1 \cos\alpha, \qquad M = M_0 - X_1 y, \qquad Q = Q_0 - X_1 \sin\alpha, \tag{810}$$

so daß sich der Spannungszustand zu einer vorgeschriebenen Belastung ebenso wie auf S. 174 durch $M = X_1(M_0/X_1 - y)$ angeben läßt. Die Einflußlinien werden nach Abb. 490 folgendermaßen aufgezeichnet:

$$\left.\begin{aligned} &N = \cos\alpha\left(\frac{N_0}{\cos\alpha} - X_1\right), \quad N_0 = -V_0 \sin\alpha, \quad N = -\cos\alpha\,(V_0 \operatorname{tg}\alpha + X_1), \\ &M = y\left(\frac{M_0}{y} - X_1\right), \quad Q = \sin\alpha\left(\frac{Q_0}{\sin\alpha} - X_1\right) = \sin\alpha\,(V_0 \operatorname{ctg}\alpha - X_1). \end{aligned}\right\} \tag{811}$$

M_0, V_0 sind Ordinaten der Einflußlinien für die Schnittkräfte des geraden Balkenträgers. Die Ergebnisse lassen sich nach S. 170 leicht auch für Bogenträger mit Stützpunkten in verschiedener Höhe ableiten.

Um den Einfluß der Längskräfte N_1, N_0 auf den Betrag der statisch überzähligen Schnittkraft X_1 abzuschätzen, wird für den Nenner Gl. (803):

$$\left.\begin{aligned} &\delta_{11} = (1+\nu)\int y^2 \frac{J_c}{J}\,ds = (1+\nu)\,\delta'_{11} \quad \text{mit} \quad \nu = \frac{\delta''_{11}}{\delta'_{11}}, \\ &\text{bei Bogenträgern mit Zugglied mit } \nu = (\delta''_{11} + \delta'''_{11})/\delta'_{11} \end{aligned}\right\} \tag{812}$$

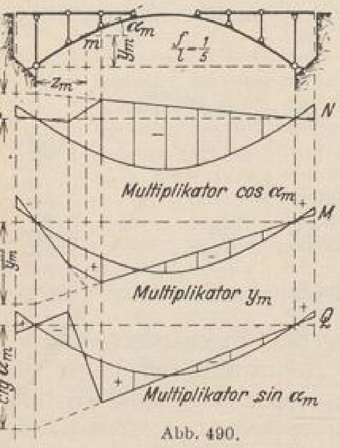


Abb. 490.

angeschrieben. Der Anteil $\nu\,\delta'_{11}$ der Längskräfte ist, verglichen mit demjenigen aus den Biegungsmomenten, stets klein und nur bei flachen Bogenträgern von Bedeutung. Er kann daher stets ohne Bedenken als Näherung für einen Kreisbogen mit gleichbleibendem Querschnitt und dem Zentriwinkel $2\alpha_0$ angegeben werden. In diesem Falle ist $(F_c/F \approx 1)$

$$\begin{aligned} \delta''_{11} &= \frac{J_c}{F_c}\int \cos^2\alpha\,\frac{F_c}{F}\,ds \\ &= \frac{J_c}{F}\,\frac{l}{2}\left(\frac{\alpha_0}{\sin\alpha_0} + \cos\alpha_0\right) \approx \frac{J_c}{F}\,l. \end{aligned} \tag{813}$$

Der Einfluß der Längskräfte auf den Betrag δ_{10} ist selbst verglichen mit deren Anteil auf δ_{11} klein und daher ohne Bedeutung.

Die Rechnung ist für einen Bogen, dessen Mittellinie mit der Mittelkraftlinie aus einer vorgeschriebenen Belastung q und zwei gleichgroßen, entgegengesetzt gerichteten Kräften $H_q = M_{0c}/f$ zusammenfällt, besonders einfach. Da $M_0 = 0$, $N_0 = -H_q/\cos\alpha$, ist

$$Z = H_q + X_1; \qquad X_1 = -\frac{H_q\left(\frac{J_c}{F_c}\int\frac{F_c}{F}\,ds + \frac{E_b}{E_z}\,\frac{J_c}{F_z}\,z\right)}{(1+\nu)\int y^2\,\frac{J_c}{J}\,ds}; \qquad M = -X_1\cdot y, \tag{814}$$

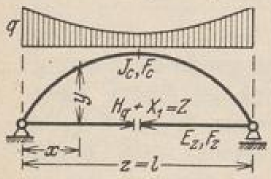


Abb. 491.

$\cos^2\alpha \approx 1$ [gleichbedeutend mit $\delta''_{10} = 0$ in (807)] liefert:

$$\left(\frac{J_c}{F_c}\int\frac{F_c}{F}\,ds + \frac{E_b}{E_z}\,\frac{J_c}{F_z}\,z\right) : \int y^2\,\frac{J_c}{J}\,ds \approx \nu; \tag{815}$$

und damit

$$X_1 = -\frac{\nu}{1+\nu}\,H_q; \qquad M = \frac{\nu}{1+\nu}\,H_q\cdot y. \tag{816}$$

Für Bogenträger ohne Zugband ist $E_b J_c z/E_z F_z = 0$; $Z = H_b$ (Abb. 491).

Bei einem Bogenträger mit einem oberhalb der Kämpfer angeschlossenen Zugglied ist die in (814) verwendete Ordinate y der Abstand zwischen Bogenmittellinie und Zugglied (Abb. 489b). Außerhalb dieses Bereichs sind M_1, N_1 Null, die Biegelinie δ_{m1} ist daher geradlinig.

Tabelle 41. Zweigelenkbogenträger mit analytisch bestimmter Mittellinie. Hauptsystem (Abb. 491): Balken auf zwei Stützen, festes Lager in a. Überzählige Größe X_1: Komponente H_b der Stützkraft oder Längskraft Z im Zugband.

1. Die Mittellinie ist eine Parabel mit $y = 4f\xi\xi'$; $\xi = x/l$. Die Stützweite des Bogenträgers ist l, der Querschnitt im Scheitel bestimmt durch J_c, F_c, am Kämpfer bestimmt durch α_k, J_k, F_k, n. Die elastischen Eigenschaften eines Zuggliedes ergeben sich aus dessen Länge z, dem Querschnitt F_z, dem Elastizitätsmodul des Baustoffes E_z. Die Ansätze (804) u. (807) für δ_{11}, δ_{10} lassen sich dann formal integrieren.

a) Bogenform: $J_c/J\cos\alpha = 1$; $n = 1$; $l = z$.

$$\xi = \frac{x}{l}, \qquad y = 4f\xi\xi', \qquad \delta_{11} = \frac{8}{15} f^2 l\,(1+\nu),$$

$$\nu = \frac{15}{8}\frac{1}{f^2}\frac{J_c}{F_c} \quad \text{oder} \quad \nu = \frac{15}{8}\frac{1}{f^2}\left(\frac{J_c}{F_c} + \frac{E_b}{E_z}\frac{J_c}{F_z}\right).$$

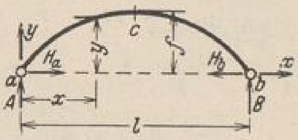
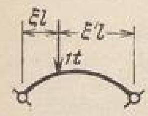


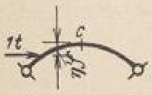
Abb. 492.

$$\delta_{1m} = \frac{f l^2}{3}(\xi - 2\xi^3 + \xi^4) = \frac{f l^2}{3}\omega_R(1+\omega_R) = \frac{f l^2}{3}\omega_P'', \quad (\omega_P'' \text{ Tab. } 22).$$



Gleichung der Einflußlinie: $X_1 = H_a = H_b$

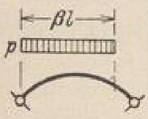
$$H_{\substack{a\\b}} = \frac{5}{8}\frac{l}{f}\frac{1}{1+\nu}\omega_P''; \qquad M_c = \frac{l}{8}\left(4\xi - \frac{5}{1+\nu}\omega_P''\right).$$



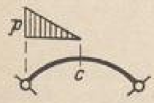
$$H_{\substack{a\\b}} = -\frac{1}{2}\left[\pm 1 + \frac{5-\eta'}{4(1+\nu)}\eta'^{\frac{3}{2}}\right];$$

$$M_c = -f\frac{\eta'}{2}\left[1 - \frac{5-\eta'}{4(1+\nu)}\sqrt{\eta'}\right].$$

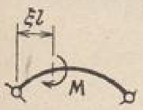
$$H_{\substack{a\\b}} = \frac{p l^2}{16 f(1+\nu)}\beta^2(5 - 5\beta^2 + 2\beta^3).$$



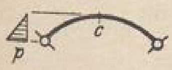
$$A = \frac{p l}{2}\beta(2-\beta), \qquad B = \frac{p l}{2}\beta^2.$$



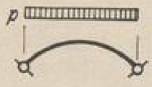
$$H_{\substack{a\\b}} = 0{,}02279\,\frac{p l^2}{f(1+\nu)}, \qquad A = \frac{5}{24}p l, \qquad B = \frac{1}{24}p l.$$



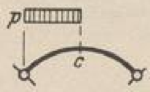
$$H_{\substack{a\\b}} = \frac{5}{8f}\frac{\mathsf{M}}{1+\nu}(1 - 6\xi^2 + 4\xi^3), \qquad A = -B = -\frac{\mathsf{M}}{l}.$$



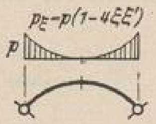
$$H_a = -0{,}4008\,p f, \quad H_b = +0{,}0992\,p f, \quad A = -B = -p f^2/6l, \quad M_c = -0{,}01587\,p f^2.$$



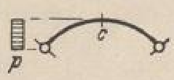
$$H_{\substack{a\\b}} = \frac{p l^2}{8f(1+\nu)}, \qquad A = B = \frac{p l}{2}, \qquad M_c = \frac{p l^2}{8}\frac{\nu}{1+\nu}.$$



$$H_{\substack{a\\b}} = \frac{p l^2}{16 f(1+\nu)}, \qquad A = 3B = \frac{3}{8}p l, \qquad M_c = \frac{p l^2}{16}\frac{\nu}{1+\nu}.$$



$$H_{\substack{a\\b}} = 0{,}02381\,\frac{p l^2}{f(1+\nu)}, \qquad A = B = \frac{p l}{6}.$$



$$H_a = -0{,}7143\,p f, \quad H_b = +0{,}2857\,p f, \quad A = -B = -p f^2/2l, \quad M_c = -0{,}0357\,p f^2.$$

Temperaturänderung t und Stützenverschiebung Δl:

$$H_{\substack{a\\b}} = \frac{15 E J_c(\alpha_t t l - \Delta l)}{8 f^2 l(1+\nu)}, \qquad A = B = 0, \qquad M_c = -H f.$$

b) Bogenform: $J_c/J\cos\alpha = 1-(1-n)\,(1-2\xi)^2$.

$$y = 4f\xi\xi'; \qquad n = J_c/J_k\cos\alpha_k; \qquad l = z.$$

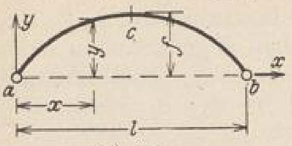
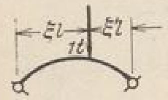


Abb. 493.

$$\delta_{11} = \frac{8}{15}\,\frac{6+n}{7}\,f^2\,l\,(1+\nu);$$

$$\nu = \frac{15}{8}\,\frac{7}{6+n}\,\frac{1}{f^2}\,\frac{J_c}{F_c} \quad \text{oder} \quad \nu = \frac{15}{8}\,\frac{7}{6+n}\,\frac{1}{f^2}\left(\frac{J_c}{F_c}+\frac{E_b}{E_z}\,\frac{J_c}{F_z}\right).$$



$$\delta_{1m} = \frac{f\,l^2}{3}\,\omega_P'' + \frac{f\,l^2}{15}\,(n-1)\,(1+\omega_R-8\,\omega_R^2).$$

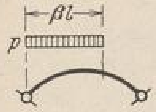
Gleichung der Einflußlinie: $H_a = H_b = X_1$.

$$X_1 = \frac{l}{f(1+\nu)}\,\frac{7\,\omega_R}{8\,(6+n)}\,[5\,(1+\omega_R)+(n-1)\,(1+\omega_R-8\,\omega_R^2)] = \frac{l}{f(1+\nu)}\,\varkappa.$$

Die Funktion $\varkappa$ ist symmetrisch. Sie wird für den Leitwert n und ausgezeichnete Abszissen ξl der Lastpunkte angegeben.

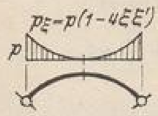
Funktion $\varkappa$ für $0{,}1 \leq n \leq 1{,}2$.

n	Werte $\varkappa$ für die Lastpunkte $\xi =$						
	0,1	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5
0,1	0,0585	0,1134	0,1377	0,1590	0,1710	0,1895	0,1994
0,2	0,0588	0,1138	0,1379	0,1590	0,1708	0,1890	0,1990
0,3	0,0591	0,1141	0,1382	0,1590	0,1707	0,1886	0,1986
0,4	0,0595	0,1144	0,1385	0,1590	0,1706	0,1882	0,1982
0,5	0,0598	0,1147	0,1387	0,1590	0,1705	0,1878	0,1978
0,6	0,0602	0,1150	0,1388	0,1590	0,1703	0,1874	0,1973
0,7	0,0605	0,1153	0,1389	0,1590	0,1701	0,1870	0,1968
0,8	0,0608	0,1156	0,1390	0,1590	0,1699	0,1867	0,1963
0,9	0,0610	0,1158	0,1390	0,1590	0,1697	0,1863	0,1959
1,0	0,0613	0,1160	0,1391	0,1590	0,1696	0,1860	0,1954
1,2	0,0619	0,1166	0,1392	0,1590	0,1693	0,1855	0,1948



Streckenlast p. (Für $\beta = \frac{1}{2}$ und $\beta = 1$ wird X_1 von n unabhängig. Es gelten dann die Formeln auf S. 515):

$$X_1 = \frac{p\,l^2}{16\,f(1+\nu)}\,\frac{7}{6+n}\,\beta^2 \cdot \left[4+n-5\,n\,\beta^2-(8-10\,n)\,\beta^3+8\,(1-n)\,\beta^4\left(1-\frac{2}{7}\,\beta\right)\right].$$



$$X_1 = \frac{p\,l^2}{36\,f(1+\nu)}\,\frac{5+n}{6+n}.$$

c) Bogenform zur vereinfachten Ableitung der Einflußlinien. Ohne Rücksicht auf die vorhandene Bogenform kann zur näherungsweisen Berechnung der Einflußlinien auch

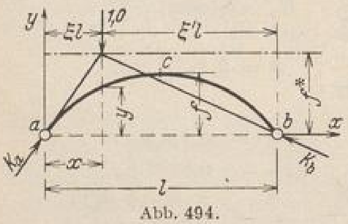


Abb. 494.

$$\frac{J_c}{J\cos\alpha}\cdot y = \text{const} = f$$

und

$$\cos\alpha\,\frac{F_c}{F} = \text{const} = 1$$

gesetzt werden. Nach (803) ist dann mit

$$y = 4f\xi\xi', \qquad \eta = y/f$$

$$X_1 = \frac{\int M_0\,y\,\frac{J_c}{J\cos\alpha}\,dx}{\int y^2\,\frac{J_c}{J\cos\alpha}\,dx + \frac{J_c}{F_c}\int\cos\alpha\,\frac{F_c}{F}\,dx} = \frac{f\int M_0\,dx}{f\int y\,dx + \frac{J_c}{F_c}\int dx} = \frac{\int M_0\,dx}{\frac{2}{3}\,f\,l\,(1+\nu)}; \quad \nu = \frac{3}{2}\,\frac{J_c}{F_c\,f^2}.$$

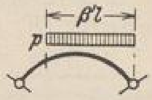
Gleichung der Einflußlinie:

$$X_1 = \frac{3}{4}\,\frac{l}{f}\,\frac{\omega_R}{1+\nu} = \frac{3}{16}\,\frac{l}{f\,(1+\nu)}\,\frac{y}{f}. \quad \text{(Parabel.)}$$

Die Stützkräfte K_a, K_b aus $P_m = 1$ (Abb. 494) schneiden sich auf der Kämpferdrucklinie, in diesem Falle einer Parallelen zu $a \div b$ im Abstande

$$f^* = \frac{l}{H}\,\omega_R = \frac{4}{3}\,f\,(1+\nu), \qquad H = X_1 = \frac{l}{f^*}\cdot\omega_R.$$

$$X_1 = \frac{p\,l^2}{8\,f}\,\frac{1}{1+\nu}\,\beta'^2\,(3-2\beta'), \qquad \beta' = 1{,}0: \qquad X_1 = \frac{p\,l^2}{8\,f}\,\frac{1}{1+\nu}.$$



Das Ergebnis ist trotz der Vereinfachung der Integranden brauchbar. Der Fehler läßt sich für die Einflußlinie X_1 und $J_c/J\cos\alpha = 1$ anschreiben:

Mit

$$X_1 = \frac{\int M_0\,y\,dx}{\int y^2\,dx\,(1+\nu)} = \frac{\int M_0\,dx\,\cdot}{{}^2\!/_3\cdot f\,l\,(1+\nu)}\left[1+\frac{\varkappa-\chi}{1-\varkappa}\right] \quad \text{und} \quad y' = f - y,$$

$$\varkappa = \frac{\int y\,y'\,dx}{f\int y\,dx}, \qquad \chi = \frac{\int M_0\,y'\,dx}{f\int M_0\,dx}, \quad \text{wird} \quad \varphi = \frac{\varkappa-\chi}{1-\varkappa} = \frac{5\,\omega_R - 1}{6}.$$

Der größte Fehler beträgt daher: $(\xi = \xi' = \frac{1}{2})$, $\varphi = 1/24 \approx 4\%$. Er wird für Bogenform b S. 516 mit wachsendem $n = J_c/J_k\cos\alpha$ (sichelförmige Träger) immer geringer und für $n = 10/3$ nahezu Null.

Einflußlinie des Biegungsmomentes im Querschnitt r:

$$\psi = \frac{3}{16}\,\frac{l}{f\,(1+\nu)}, \qquad \eta_r = \frac{y_r}{f},$$

$$M_r = \psi\,\eta_r\left(\frac{M_{0r}}{\psi\,\eta_r} - y\right) = \psi\,\eta_r\cdot\bar{y},$$

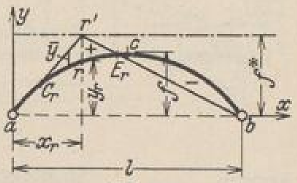


Abb. 495.

mit

$$\frac{M_{0r,r}}{\psi\,\eta_r} = \frac{4}{3}\,f\,(1+\nu) = f^*$$

als ausgezeichnete Ordinate in r (Abb. 495). Die Einflußlinien der Biegungsmomente in den Querschnitten $r \to h$ mit ξ_h oder $\xi_h' \gtreqless (1+\nu)/3$ erhalten daher eine Lastscheide $E_h\,(\varepsilon_h, \varepsilon_h')$ (Abb. 496). Die Lastscheiden der übrigen Querschnitte $r \to k$ werden mit $C_k\,(\zeta_k, \zeta_k')$; $E_k\,(\varepsilon_k, \varepsilon_k')$ bezeichnet.

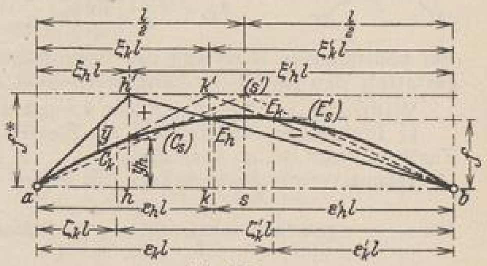


Abb. 496.

Bestimmung der Lastscheiden:

$$\varepsilon_h = (1+\nu)/3\,\xi_h', \qquad \varepsilon_h' = 1 - \varepsilon_h,$$

$$\varepsilon_k = (1+\nu)/3\,\xi_k', \qquad \varepsilon_k' = 1 - \varepsilon_k,$$

$$\zeta_k = 1 - \zeta_k', \qquad \zeta_k' = (1+\nu)/3\,\xi_k.$$

Grenzwerte der Biegungsmomente für gleichförmig verteilte Nutzlast.

Für $\nu = 0$ sind der positive und negative Anteil der Einflußfläche einander gleich. Daher ist für gleichförmig verteilte Nutzlast p:

$r \to h$: eine Lastscheide

$$\varepsilon_h' = 1 - \frac{1}{3\,\xi_h'}, \qquad H_h = \frac{p\,l^2}{8\,f}\,\varepsilon_h'^2\,(3 - 2\,\varepsilon_h'),$$

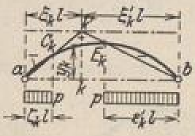
$$\max|M_h| = \frac{p\,l^2}{2}\,\varepsilon_h'^2\,\xi_h - H_h\,y_h.$$

$r \to k$: zwei Lastscheiden

$$\varepsilon_k' = 1 - 1/3\,\xi_k', \qquad \zeta_k = 1 - 1/3\,\xi_k,$$

$$H_k = \frac{p\,l^2}{8\,f}\,[\varepsilon_k'^2\,(3 - 2\,\varepsilon_k') + \zeta_k^2\,(3 - 2\,\zeta_k)],$$

$$\max|M_k| = \frac{p\,l^2}{2}\,[(\varepsilon_k'^2 - \zeta_k^2)\,\xi_k + \zeta_k^2] - H_k\,y_k.$$



ε_r'; ζ_r; H_r und max $|M_r|$ für $p = \text{const}$ in den Schnitten $\xi_r = 0{,}1 \ldots 0{,}5$.

ξ_r	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
ε_r'	17/27	7/12	11/21	4/9	1/3
ζ_r	—	—	—	1/6	1/3
H_r	$0{,}690\, p\, l^2/8\, f$	$0{,}624\, p\, l^2/8\, f$	$0{,}536\, p\, l^2/8\, f$	$0{,}491\, p\, l^2/8\, f$	$0{,}519\, p\, l^2/8\, f$
max $\|M_r\|$	$0{,}01123\, p\, l^2$	$0{,}01587\, p\, l^2$	$0{,}01508\, p\, l^2$	$0{,}01109\, p\, l^2$	$0{,}00925\, p\, l^2$

2. Die Mittellinie ist ein Kreisbogen mit gleichbleibendem Querschnitt (F, J), von dem $l = 2l_1$ und f gegeben sind.

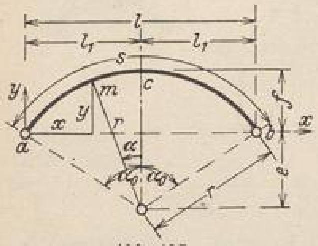


Abb. 497.

$$r = \frac{f}{2}\left[1 + \left(\frac{l_1}{f}\right)^2\right], \qquad e = r - f, \qquad s = 2\, r\, \alpha_0 .$$

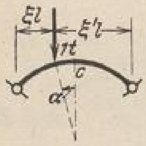
$$\sin\alpha_0 = l_1/r, \qquad \cos\alpha_0 = e/r .$$

$$x = l_1 - r\sin\alpha, \qquad \xi = x/l,$$

$$y = r\cos\alpha - e, \qquad \eta = y/f .$$

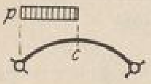
Damit wird nach (805)

$$\delta_{11} = r^3\,(\alpha_0 - 3\sin\alpha_0\cos\alpha_0 + 2\,\alpha_0\cos^2\alpha_0) + r\,\frac{J}{F}\,(\alpha_0 + \sin\alpha_0\cos\alpha_0) + l\,\frac{E_b\, J}{E_z\, F_z};$$



Einzellast 1 t im Punkt m (α) ohne Berücksichtigung von N_0:

$$\delta_{m\,1} = \frac{r\, l^2}{2}\,\omega_R + e\, r^2\,[(\cos\alpha + \alpha\sin\alpha) - (\cos\alpha_0 + \alpha_0\sin\alpha_0)] .$$



Halbseitige Belastung durch p:

$$\delta_{10} = \frac{p\, r^4}{4}\left[\sin\alpha_0\left(\frac{4}{3}\sin^2\alpha_0 - \cos^2\alpha_0\right) + \alpha_0\cos\alpha_0\,(1 - 2\sin^2\alpha_0)\right] - \frac{p\, l_1^3}{3\, r}\,\frac{J}{F}.$$

Bei vollständiger Belastung des Bogenträgers durch p ist δ_{10} doppelt so groß. Das Ergebnis gestattet, den Anteil der Längskräfte auch in allgemeinen Ansätzen für δ_{10}, δ_{11} abzuschätzen.

Winddruck. (Der Anteil der Längskräfte in δ_{10} wird vernachlässigt.)

a) Einseitiger Winddruck w im Bereich a bis c. Das feste Auflager von Bogenträgern mit Zugband liegt bei a. Abb. 498.

Hauptsystem: Balkenträger mit festem Auflager in a.

Für $w = w_0\sin^2\alpha$ winkelrecht zur Mittellinie ist: $\delta_{10} = \dfrac{w_0\, r^4}{3}\,\Phi$,

$$\Phi = -\sin\alpha_0\left(\frac{2}{3} + 3\cos\alpha_0 - \frac{7}{6}\cos^2\alpha_0\right) + \alpha_0\left(1 + \frac{1}{2}\cos\alpha_0 + 2\cos^2\alpha_0 - \cos^3\alpha_0\right).$$

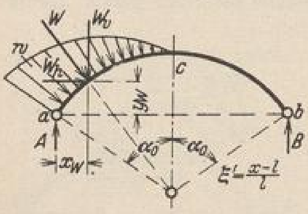


Abb. 498.

$$W_h = \frac{w_0\, r}{3}\,[2 - \cos\alpha_0\,(3 - \cos^2\alpha_0)], \qquad W_v = \frac{w_0\, r}{3}\,\sin^3\alpha_0,$$

$$y_W = \frac{3}{4}\, l_1\,\frac{\sin^3\alpha_0}{2 - \cos\alpha_0\,(3 - \cos^2\alpha_0)} - e = \frac{3}{4}\, l_1\,\frac{W_v}{W_h} - e,$$

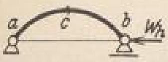
$$x_W = \frac{l_1}{4} .$$

$$B = \frac{1}{l}\,(W_v\, l_1 - W_h\, e); \qquad a \text{ bis } c\colon\ M_0 = B\, l\,\xi' - \frac{w_0\, r^2}{3}\,(1 - \cos\alpha)^2; \qquad c \text{ bis } b\colon\ M_0 = B\, l\,\xi' .$$

Für die waagerechte Belastung $w = w_0 = \text{const}$ auf die Höhe f ist $\delta_{10} = \dfrac{w_0\, r^4}{2}\,\Phi$.

$$W_h = w_0 \cdot f; \quad a \text{ bis } c\colon\ M_0 = \frac{w_0\, f^2}{2}\,(2\,\eta - \xi - \eta^2); \quad c \text{ bis } b\colon\ M_b = \frac{w_0\, f^2}{2}\,\xi'.$$

b) Einseitiger Winddruck w im Bereich c bis b eines Bogenträgers mit Zugband. Das feste Auflager liegt bei a. Der Belastungsfall entsteht durch Überlagerung des Kräftebildes aus Belastungsfall a mit dem Kräftebild aus W_h in b. Hauptsystem wie unter a. $\delta''_{10} = 0$.



$$M_0 = W_h\, y\,; \qquad \delta_{10} = -\, W_h\, r^3\, (\alpha_0 - 3 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + 2\, \alpha_0 \cos^2 \alpha_0)\,.$$

$$\delta_{10} = -\, r\, l_1\, \mathrm{M} \left(1 - \alpha_0 \frac{e}{l_1}\right). \qquad \Big| \qquad \delta_{1t} = E\, J_c\, \alpha_t\, t\, l\,, \qquad \delta_{1s} = E\, J_c \cdot \Delta l\,.$$

Statische Untersuchung eines Brückenträgers mit Zugband (Abb. 499).

Beispiel zur Anwendung der Tabelle 41 S. 514ff. unter Berücksichtigung folgender Ausführungsmöglichkeiten:

1. Genietetes Zugband. $F_z = F_{ez}$. Anschluß am Kämpfer vor Ausrüstung des Bogens.
2. Zugband aus Eisenbeton. Anschluß am Kämpfer vor Ausrüstung des Bogens.
3. Genietetes Zugband $F_z = F_{ez}$, vor dem Anschluß am Bogenkämpfer um die Länge Δz gereckt und nach Ausrüstung des Bogens einbetoniert.

$l = 68{,}00$ m, $\quad f = 11{,}33$ m, $\quad F_c = 1{,}39$ m², $\quad J_c = 0{,}47$ m⁴, $\quad J_c/J \cos \alpha = 1$.

Zugband: $\quad F_{ez} = 0{,}045$ m², $\quad F_{bz} = 1{,}40$ m², $\quad F_{iz} = F_{bz} + F_{ez} \cdot E_e/E_b = 1{,}85$ m².

$E_b = 2\,100\,000$ tm²,

$E_b/E_e = 1/10$, $\quad \alpha_t = 0{,}00001$.

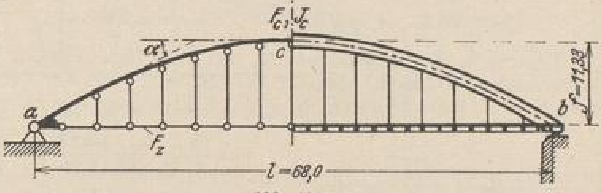


Abb. 499.

A. Belastung durch gleichförmig verteiltes Eigengewicht (Gleichgewichtsgruppe q, H_q) unter Berücksichtigung des Schwindens. $\quad q = 10{,}7$ t/m. $H_q = q l^2/8 f = 545{,}861$ t; Schwindwirkung nach S. 35 mit $t = -15^0$.

Nach (816) ist:

$$X_1 = -\frac{\nu}{1+\nu} H_q, \qquad X_{1t} = \frac{15}{8} \frac{E J_c \alpha_t t l}{f^2 l (1+\nu)},$$

$Z = H_q + X_1 + X_{1t}$, $\quad M = -\, y\, (X_1 + X_{1t})$, $\quad \nu$ nach S. 515.

Lösung 1. $\quad \nu = \dfrac{15}{8} \dfrac{1}{11{,}33^2} \left(\dfrac{0{,}47}{1{,}39} + \dfrac{1}{10} \dfrac{0{,}47}{0{,}045}\right) = 0{,}00494 + 0{,}01526 = 0{,}02020$.

$$X_1 = -\,10{,}808\ \mathrm{t}, \qquad X_{1t} = -\,2{,}120\ \mathrm{t}, \qquad Z = 532{,}933\ \mathrm{t},$$
$$M = +\,12{,}928 \cdot y, \qquad \Delta z = Z\, l/E_e F_{ez} = 0{,}0383\ \mathrm{m}.$$

Einsenkung der Scheitelquerschnitte. $\delta_c = \delta_{c,1} + \delta_{c,2} + \delta_{c,3}$. Nach (186) ist

$$\delta_{c,1} = \int \overline{M}\, M\, dx = -\frac{5}{48} f l^2 (X_1 + X_{1t}) = -\,5457{,}28\,(X_1 + X_{1t}) = 70552\,,$$

Die Anteile $\delta_{c,2}$ und $\delta_{c,3}$ werden für einen Kreisbogen als Achse mit $r = 56{,}65$, $\cos \alpha_0 = 0{,}8$ und $F = F_c = $ const angegeben.

$$\delta_{c,2} = \frac{J_c}{F_c} \int \overline{N}\, N \frac{F_c}{F}\, ds = -\frac{J_c}{F_c} H_q\, r \left[\ln \cos \alpha_0 - \frac{X_1 + X_{1t}}{H_q} \frac{l^2}{8\, r^2}\right] \approx -\frac{J_c}{F_c} H_q\, r \ln \cos \alpha_0 = 2331,$$

$$\delta_{c,3} = E J_c \int \overline{N}\, \alpha_t\, t\, ds = -\, E J_c\, \alpha_t\, t\, r\, (1 - \cos \alpha_0) = 1677\,,$$

$$\delta_c/E J_c = 0{,}0715 + 0{,}0024 + 0{,}0017 = 0{,}0756\ \mathrm{m}.$$

Lösung 2. Die Längskraft Z des Verbundquerschnittes entfällt zum Teil auf die Rundeisenbewehrung (Z_e), zum Teil auf den Betonquerschnitt (Z_b). Da hierbei nach Versuchen von E. Mörsch die mittlere Beanspruchung σ_{bz} des Betons 80 t/m² nicht überschreitet, ist die mittlere Zugkraft in der Stahlbewehrung $Z_e = Z - 80\, F_b$. Der Ansatz für ν Seite 515 enthält die Dehnung des Zugbandes mit $F_z E_z$ für den Verbundquerschnitt. Sie wird durch die Einführung eines ideellen Elastizitätsmoduls E^* auf die Dehnung der Stahlbewehrung bezogen ($F_z E_z = F_e E^*$).

$$\frac{1}{l} \int_0^l \varepsilon\, ds = \frac{Z}{F_e E^*} = \frac{Z_e}{F_e E_e} \quad \text{und daher} \quad \frac{1}{F_e E^*} = \frac{1}{F_e E_e} \frac{Z_e}{Z} \approx \frac{1}{F_e E_e} \frac{H_q - 80\, F_b}{H_q} = \frac{1}{0{,}0566\, E_e};$$

$$\nu = \frac{15}{8}\,\frac{1}{11{,}33^2}\left(\frac{0{,}47}{1{,}39} + \frac{1}{10}\,\frac{0{,}47}{0{,}0566}\right) = 0{,}00494 + 0{,}01192 = 0{,}01686\,,$$

$$X_1 = -\,9{,}050\,\mathrm{t}; \qquad X_{1t} = -\,2{,}127\,\mathrm{t}; \qquad Z = 534{,}684\,\mathrm{t}\,,$$

$$M = +\,11{,}177\cdot y; \qquad \Delta z = 0{,}0385\,\mathrm{m}; \qquad \delta_c/E\,J_c = 0{,}0659\,\mathrm{m}\,.$$

Lösung 3. Das Biegungsmoment M_c im Scheitel ist in erster Annäherung Null, wenn die Reckung Δz des Zugbandes durch Pressen so groß gewählt wird, daß $Z = H_q = 545{,}861$ t. Der Beton des Zugbandes ist bei unbelasteter Brücke spannungslos.

Schwinden: $E\,J_c\Delta z_1 = -\,E\,J_c\alpha_t\,t\,l = -\,\delta_{1t}$; Belastung q, H_q:

$$E\,J_c\,\Delta z_2 = H_q\left[\frac{J_c}{F_c}\int\frac{F_c}{F}\,ds + \frac{E_b}{E_z}\,\frac{F_c}{F_z}\,z\right] \approx H_q\left[\frac{J_c}{F_c}\,l + \frac{E_b}{E_z}\,\frac{J_c}{F_z}\,l\right] = H_q\,(\delta_{11}'' + \delta_{11}''')\,.$$

$$\delta_{11}'' = 22{,}9928; \qquad \delta_{11}''' = 71{,}0222; \quad \delta_{1t} = +\,10067{,}4\,.$$

$$\Delta z = [H_q\,(\delta_{11}'' + \delta_{11}''') - \delta_{1t}]/E_e J_c = 0{,}0622\,\mathrm{m}; \qquad M_c \approx 0; \qquad \delta_c/E\,J_c = 0{,}0041\,\mathrm{m}.$$

B. Veränderliche Belastung. Gleichung der Einflußlinie nach S. 515:

$$X_1 = \frac{5}{8}\,\frac{68{,}0}{11{,}33}\,\frac{1}{1+\nu}\,\omega_P'' = 3{,}7511\,\frac{1}{1+\nu}\,\omega_P''\,.$$

Lösung 1. $\nu = 0{,}02020$; $X_1 = 3{,}6768\,\omega_P''$; $\xi = 0{,}5$: $X_1 = 1{,}1490$ t.

Lösung 2. $\nu = 0{,}01686$; $X_1 = 3{,}6889\,\omega_P''$; $\xi = 0{,}5$: $X_1 = 1{,}1528$ t.

Lösung 3. Die Längskraft H_q aus dem Eigengewicht wird von dem Stahlband allein aufgenommen. Für die Längskraft $Z - H_q = X_1$ aus der Verkehrsbelastung gilt das Zugband als homogener Querschnitt ($F_z E_z = F_{iz} E_b$), solange der Beton rissefrei bleibt. Daher ist

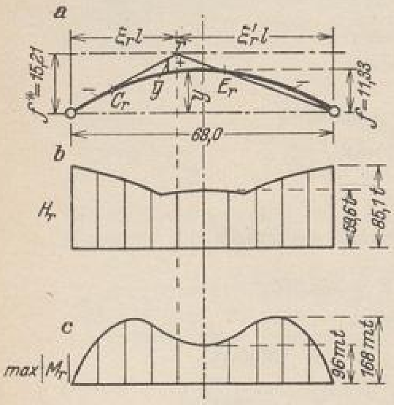


Abb. 500.

$$\nu = \frac{15}{8}\,\frac{1}{11{,}33^2}\left(\frac{0{,}47}{1{,}39} + 1\,\frac{0{,}47}{1{,}85}\right) = 0{,}00494 + 0{,}00371 = 000865;$$

$$X_1 = 3{,}7189\,\omega_P''; \qquad \xi = 0{,}5: \quad X_1 = 1{,}1622\,\mathrm{t}\,.$$

C. Anwendung der vereinfachten Annahmen S. 516.

Die Einflußlinie X_1 ist eine Parabel. Für Lösung 3 wird

$$\nu = \frac{3}{2}\,\frac{1}{f^2}\left(\frac{J_c}{F_c} + \frac{E_b}{E_z}\,\frac{J_c}{F_z}\right) = 0{,}00395 + 0{,}00302 = 0{,}00697\,.$$

$$X_1 = \frac{3}{4}\,\frac{l}{f}\,\frac{\omega_R}{1+\nu} = 4{,}470\,\omega_R; \qquad \xi = 0{,}5: \quad X_1 = 1{,}1175\,\mathrm{t}\,.$$

Einflußlinie M_r:

$$\psi = \frac{3}{16}\,\frac{l}{f}\,\frac{1}{1+\nu} = 1{,}1175\,, \qquad f^* = \frac{4}{3}\,f\,(1+\nu) = 15{,}2120\,\mathrm{m},$$

$$M_r = 1{,}1175\,\eta_r\cdot\bar{y}; \qquad \eta_r = y_r/f \text{ (Abb. 500a)}.$$

Grenzwerte M_r: Für $\nu = 0$ und $p = 2{,}25$ t/m werden H_r und max $|M_r|$ aus der Tabelle S. 518 erhalten (Abb. 500b u. c).

Statische Untersuchung eines Hallenbinders mit Zugband (Abb. 501).

Krümmung und Querschnitt sind konstant. Binderabstand 5,0 m. Beispiel zur Anwendung der Tabelle 41 S. 518:

$$l = 30{,}0\,\mathrm{m}\,, \quad l_1 = 15{,}0\,\mathrm{m}\,, \quad f = 5{,}6\,\mathrm{m}\,, \quad J = 0{,}017\,\mathrm{m}^4\,, \quad F = 0{,}320\,\mathrm{m}^2\,, \quad F_z = 0{,}00687\,\mathrm{m}^2\,.$$

$$r = \frac{5{,}6}{2}\left[1 + \left(\frac{15{,}0}{5{,}6}\right)^2\right] = 22{,}89\,\mathrm{m}\,, \qquad e = 22{,}89 - 5{,}60 = 17{,}29\,\mathrm{m}\,,$$

$$\sin\alpha_0 = \frac{15{,}0}{22{,}89} = 0{,}6553\,, \qquad \cos\alpha_0 = \frac{17{,}29}{22{,}89} = 0{,}7554\,,$$

$$\alpha_0 \approx 40^\circ 56' 25''\,, \qquad \mathrm{arc}\,\alpha_0 = 0{,}7145\,, \qquad s = 2\cdot 22{,}89\cdot 0{,}7145 = 32{,}71\,,$$

$$\delta_{11} = 22{,}89^3\,(0{,}7145 - 3\cdot 0{,}6553\cdot 0{,}7554 + 2\cdot 0{,}7145\cdot 0{,}7554^2)$$

$$+\,22{,}89\,\frac{0{,}017}{0{,}32}\,(0{,}7145 + 0{,}6553\cdot 0{,}7554) + 30{,}0\,\frac{1}{10}\,\frac{0{,}017}{0{,}00687}$$

$$= 538{,}497 + 1{,}471 + 7{,}424 = 547{,}392\,.$$

Das Ergebnis δ_{11} zerfällt in den Anteil δ'_{11} aus den Biegungsmomenten, den Anteil δ''_{11} aus der Längskraft im Bogen und in den Anteil δ'''_{11} aus der Längskraft im Zugband. Nach S. 514 ist

$$\nu = \frac{\delta''_{11} + \delta'''_{11}}{\delta'_{11}} = \frac{1{,}471 + 7{,}424}{538{,}497} = 0{,}01652\,.$$

a) Halbseitige gleichförmige Belastung durch Schnee:

$$\delta_{10} = \delta'_{10} + \delta''_{10} = p\,\frac{22{,}89^4}{4}\left\{0{,}6553\left(\frac{4}{3}\cdot 0{,}6553^2 - 0{,}7554^2\right) + 0.7145\cdot 0{,}7554\,(1 - 2\cdot 0{,}6553^2)\right\}$$

$$- p\,\frac{15{,}0^3}{3\cdot 22{,}89}\,\frac{0{,}017}{0{,}32} = p\,[5316{,}12 - 2{,}61] = 5313{,}51\,p\,, \qquad X_1 = \delta_{10}/\delta_{11}\,,$$

$$p = 5{,}0\cdot 0{,}075 = 0{,}375\ \mathrm{t/m}\,, \qquad X_1 = 3{,}640\ \mathrm{t}\,, \qquad M = X_1\left(\frac{M_0}{X_1} - y\right).$$

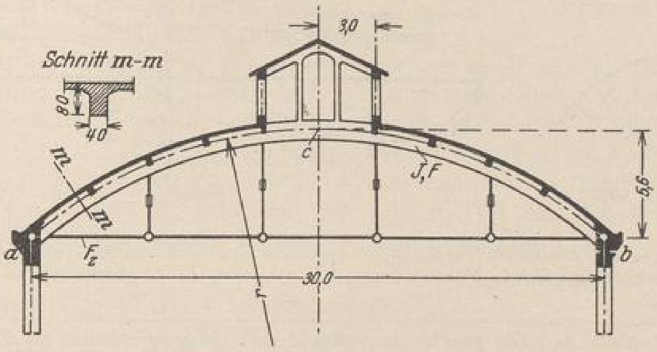


Abb. 501.

b) Gleichförmige volle Belastung des Trägers durch Eigengewicht $p = 3{,}6$ t/m. Die Rechnung dient gleichzeitig zum Studium des Einflusses der Längenänderung von Bogenträger und Zugband auf die Schnittkräfte.

$$\delta'_{10} = 2\cdot 5316{,}12\,p\,, \qquad \delta''_{10} = -2\cdot 2{,}61\,p\,, \qquad \delta_{10} = 2\cdot 5313{,}51\,p\,,$$

$$X_1 = \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = 69{,}890\ \mathrm{t}\,, \qquad M_c = \frac{3{,}6\cdot 30{,}0^2}{8} - 69{,}890\cdot 5{,}6 = 13{,}62\ \mathrm{mt}\,.$$

Der Anteil δ''_{10} der Längskräfte im Zähler ist sehr klein. Ohne diesen wird

$$X_1 = \frac{\delta'_{10}}{\delta_{11}} = 69{,}924\ \mathrm{t}\,, \qquad M_c = \frac{3{,}6\cdot 30{,}0^2}{8} - 69{,}924\cdot 5{,}6 = 13{,}43\ \mathrm{mt}\,.$$

Der Anteil δ''_{10} wird daher stets vernachlässigt. Dagegen spielt bei der endgültigen Festsetzung der Schnittkraft M_c das Schwinden des Baustoffes eine wichtige Rolle. Mit $t = -15^0$ ist nach S. 519

$$\delta_{1t} = E J_c \alpha_t t l = -170{,}10\,, \qquad \overline{X}_1 = \frac{\delta_{10} + \delta_{1t}}{\delta_{11}} = 69{,}579\ \mathrm{t}\,, \qquad \overline{M}_c = 15{,}36\ \mathrm{mt}\,.$$

Werden die Längenänderungen von Träger und Zugband bei der Bauausführung ausgeglichen, so ist

$$X_1^* = \frac{\delta'_{10}}{\delta'_{11}} = 71{,}079\ \mathrm{t}\,, \qquad M_c^* = \frac{3{,}6\cdot 30{,}0^2}{8} - 71{,}079\cdot 5{,}6 = 6{,}96\ \mathrm{mt}\,.$$

Um den mit dem Betrage M_c^* verbundenen wirtschaftlichen Vorteil auszunutzen, kann das Zugglied durch Sprengung an den Hängestangen um $EJ_c\Delta z = \delta_{1s}$ verkürzt werden, so daß

$$X_1 = \frac{\delta'_{10} + \delta''_{10} + \delta_{1t} + \delta_{1s}}{\delta'_{11} + \delta''_{11} + \delta'''_{11}} = \frac{\delta'_{10}}{\delta'_{11}} = X_1^* \quad \text{und} \quad M_c = M_c^*$$

erhalten wird. $\delta_{1s} = X_1^*(\delta''_{11} + \delta'''_{11}) - \delta''_{10} - \delta_{1t}$. Bei Eigengewicht $p = 3{,}6$ t/m ist

$$\delta_{1s} = 71{,}079\,(1{,}471 + 7{,}424) + 18{,}792 + 170{,}100 = 821{,}140\,, \qquad \Delta z = \delta_{1s}/E J_c = 0{,}0230\ \mathrm{m}\,.$$

Die Verkürzung wird bei Anordnung des Zugbandes nach Abb. 502a durch eine Sprengung

$$f_z = \sqrt{z_1 \Delta z} = \sqrt{10{,}0 \cdot 0{,}023} = 0{,}480 \text{ m};$$

bei Anordnung des Zugbandes nach Abb. 502b durch Sprengung nach einem Kreisbogen mit einem Pfeil von

$$f_z = \sqrt{\tfrac{3}{8} z \Delta z} = \sqrt{\tfrac{3}{8} \cdot 30{,}0 \cdot 0{,}023} = 0{,}509 \text{ m}, \qquad r_z = 221{,}28 \text{ m}$$

erreicht.

Die Biegungsmomente aus Eigengewicht und Schwinden sind in Abb. 503 bei geradem und bei nachträglich gesprengtem Zugband miteinander verglichen worden.

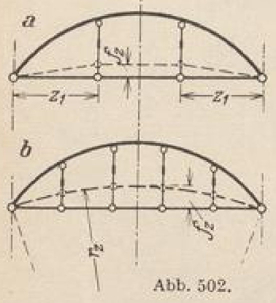


Abb. 502.

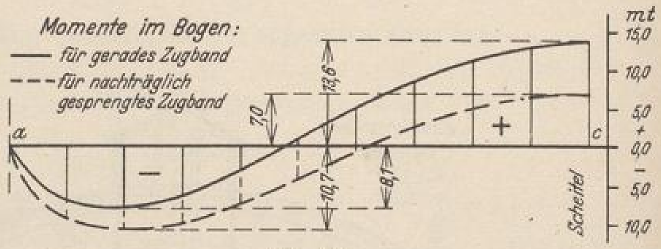


Abb. 503.

Die Erhöhung der positiven Momente bei geradem Zugband aus der Verlagerung der Bogenachse bleibt unberücksichtigt. Für nachträglich gesprengtes Zugband ist sie verschwindend klein.

Müller-Breslau, H.: Die graphische Statik der Baukonstruktionen Bd. 2, 2. Abt. S. 513. Leipzig 1908. — Hartmann, F.: Statisch unbestimmte Systeme. Berlin 1913. — Kuball, H.: Zweigelenkrahmen aus Eisenbeton mit Berücksichtigung des veränderlichen Trägheitsmomentes. Berlin 1920. — Troche, A.: Der Einfluß der Temperatur auf den Horizontalschub parabolischer Zweigelenkbogen. Bauing. 1925. — Derselbe: Der Horizontalschub kreisförmiger Zweigelenkbogen. Beton u. Eisen 1925. — Vgl. auch die Literatur auf S. 557.

56. Der beiderseits eingespannte Bogenträger.

Die Bogenform ist gegeben, der Verschiebungszustand des Trägers unabhängig von denjenigen Bauteilen, welche zur Eintragung der Lasten dienen. Die Bogenkämpfer sind auf starre Widerlager abgestützt oder elastisch in den Enden eines Balkenträgers eingespannt. Wird dieser außerdem durch Zugglieder mit dem Bogenträger verbunden, so überschreitet die Berechnung den Umfang einer einfachen statischen Aufgabe (Abschn. 58).

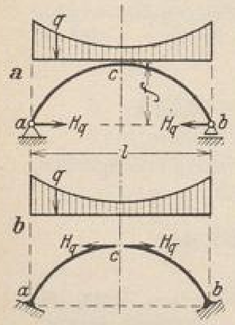


Abb. 504.

Der beiderseits eingespannte Bogenträger ist dreifach statisch unbestimmt. Die Schnittkräfte werden aus einem statisch bestimmten oder einem zweifach statisch unbestimmten Hauptsystem berechnet. Die statisch überzähligen Größen sind bei der Wahl eines Dreigelenkbogens als Hauptsystem am kleinsten, so daß nach S. 170 die besten Ergebnisse bei der Überlagerung der statisch bestimmten Anteile aus Belastung und überzähligen Größen erzielt werden. Dafür ist die Berechnung und Aufzeichnung der Einflußlinien als Biegelinie des Hauptsystems durch die Art der Randbedingungen nicht so einfach wie beim Balkenträger auf zwei Stützen und wie beim Freiträgerpaar. Diese werden daher als Hauptsystem in der Regel vorgezogen. Um dabei trotzdem relativ kleine überzählige Größen aus einer vorgeschriebenen Belastung q zu erhalten, wird diese durch geeignete Zusatzkräfte H_q ergänzt, die bekannt sind, untereinander im Gleichgewicht stehen und einen Anteil der inneren Kräfte des Trägers bedeuten (Abb. 504).