



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

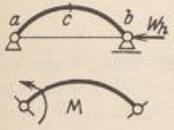
Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zahlenbeispiele

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

b) Einseitiger Winddruck w im Bereich c bis b eines Bogenträgers mit Zugband. Das feste Auflager liegt bei a . Der Belastungsfall entsteht durch Überlagerung des Kräftebildes aus Belastungsfall a mit dem Kräftebild aus W_h in b . Hauptsystem wie unter a. $\delta'_{10} = 0$.



$$M_0 = W_h y; \quad \delta_{10} = -W_h r^3 (\alpha_0 - 3 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + 2 \alpha_0 \cos^2 \alpha_0).$$

$$\delta_{10} = -r l_1 M \left(1 - \alpha_0 \frac{c}{l_1}\right) \quad \left| \quad \delta_{1t} = E J_c \alpha_t t l, \quad \delta_{1s} = E J_c \cdot \Delta l.$$

Statische Untersuchung eines Brückenträgers mit Zugband (Abb. 499).

Beispiel zur Anwendung der Tabelle 41 S. 514ff. unter Berücksichtigung folgender Ausführungsmöglichkeiten:

1. Genietetes Zugband. $F_z = F_{ez}$. Anschluß am Kämpfer vor Ausrüstung des Bogens.
2. Zugband aus Eisenbeton. Anschluß am Kämpfer vor Ausrüstung des Bogens.
3. Genietetes Zugband $F_z = F_{ez}$, vor dem Anschluß am Bogenkämpfer um die Länge Δz gereckt und nach Ausrüstung des Bogens einbetoniert.

$l = 68,00 \text{ m}, \quad f = 11,33 \text{ m}, \quad F_c = 1,39 \text{ m}^2, \quad J_c = 0,47 \text{ m}^4, \quad J_c/J \cos \alpha = 1.$
 Zugband: $F_{ez} = 0,045 \text{ m}^2, \quad F_{bz} = 1,40 \text{ m}^2, \quad F_{tz} = F_{bz} + F_{ez} \cdot E_c/E_b = 1,85 \text{ m}^2.$
 $E_b = 2100000 \text{ tm}^2,$
 $E_t/E_e = 1/10, \quad \alpha_t = 0,00061.$

A. Belastung durch gleichförmig verteiltes Eigengewicht (Gleichgewichtsgruppe q , H_0) unter Berücksichtigung des Schwindens. $q = 10,7 \text{ t/m}$.
 $H_0 = q l^2/8 f = 545,861 \text{ t}$; Schwindwirkung nach S. 35 mit $t = -15^\circ$.
 Nach (816) ist:

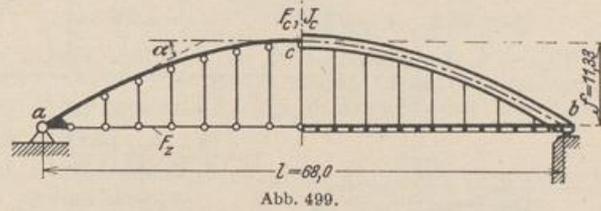


Abb. 499.

$$X_1 = -\frac{\nu}{1+\nu} H_0, \quad X_{1t} = \frac{15}{8} \frac{E J_c \alpha_t t l}{f^2 l (1+\nu)},$$

$Z = H_0 + X_1 + X_{1t}, \quad M = -\nu (X_1 + X_{1t}), \quad \nu$ nach S. 515.

Lösung 1. $\nu = \frac{15}{8} \frac{1}{11,33^2} \left(\frac{0,47}{1,39} + \frac{1}{10} \frac{0,47}{0,045} \right) = 0,00494 + 0,01526 = 0,02020.$
 $X_1 = -10,808 \text{ t}, \quad X_{1t} = -2,120 \text{ t}, \quad Z = 532,933 \text{ t},$
 $M = +12,928 \cdot \nu, \quad \Delta z = Z l / E_e F_{ez} = 0,0383 \text{ m}.$

Einsenkung der Scheitelquerschnitte. $\delta_c = \delta_{c,1} + \delta_{c,2} + \delta_{c,3}$. Nach (186) ist

$$\delta_{c,1} = \int \bar{M} M dx = -\frac{5}{48} f l^2 (X_1 + X_{1t}) = -5457,28 (X_1 + X_{1t}) = 70552,$$

Die Anteile $\delta_{c,2}$ und $\delta_{c,3}$ werden für einen Kreisbogen als Achse mit $r = 56,65, \cos \alpha_0 = 0,8$ und $F = F_c = \text{const}$ angegeben.

$$\delta_{c,2} = \frac{J_c}{F_c} \int \bar{N} N \frac{F_c}{F} ds = -\frac{J_c}{F_c} H_0 r \left[\ln \cos \alpha_0 - \frac{X_1 + X_{1t}}{H_0} \frac{l^2}{8 r^2} \right] \approx -\frac{J_c}{F_c} H_0 r \ln \cos \alpha_0 = 2331,$$

$$\delta_{c,3} = E J_c \int \bar{N} \alpha_t ds = -E J_c \alpha_t r (1 - \cos \alpha_0) = 1677,$$

$$\delta_c / E J_c = 0,0715 + 0,0024 + 0,0017 = 0,0756 \text{ m}.$$

Lösung 2. Die Längskraft Z des Verbundquerschnittes entfällt zum Teil auf die Rundisenbewehrung (Z_e), zum Teil auf den Betonquerschnitt (Z_b). Da hierbei nach Versuchen von E. Mörsch die mittlere Beanspruchung σ_{bz} des Betons 80 t/m^2 nicht überschreitet, ist die mittlere Zugkraft in der Stahlbewehrung $Z_e = Z - 80 F_b$. Der Ansatz für ν Seite 515 enthält die Dehnung des Zugbandes mit $F_z E_z$ für den Verbundquerschnitt. Sie wird durch die Einführung eines ideellen Elastizitätsmoduls E^* auf die Dehnung der Stahlbewehrung bezogen ($F_z E_z = F_e E^*$).

$$\frac{1}{l} \int_0^l \nu ds = \frac{Z}{F_e E^*} = \frac{Z_e}{F_e E_e} \quad \text{und daher} \quad \frac{1}{F_e E^*} = \frac{1}{F_e E_e} \frac{Z_e}{Z} \approx \frac{1}{F_e E_e} \frac{H_0 - 80 F_b}{H_0} = \frac{1}{0,0566 E_e};$$

$$v = \frac{15}{8} \frac{1}{11,33^2} \left(\frac{0,47}{1,39} + \frac{1}{10} \frac{0,47}{0,0566} \right) = 0,00494 + 0,01192 = 0,01686,$$

$$X_1 = -9,050 \text{ t}; \quad X_{1t} = -2,127 \text{ t}; \quad Z = 534,684 \text{ t},$$

$$M = +11,177 \cdot y; \quad \Delta z = 0,0385 \text{ m}; \quad \delta_c/EJ_c = 0,0659 \text{ m}.$$

Lösung 3. Das Biegemoment M_c im Scheitel ist in erster Annäherung Null, wenn die Reckung Δz des Zugbandes durch Pressen so groß gewählt wird, daß $Z = H_q = 545,861 \text{ t}$. Der Beton des Zugbandes ist bei unbelasteter Brücke spannungslos.

Schwinden: $EJ_c \Delta z_1 = -EJ_c \alpha_c l l = -\delta_{1t}$; Belastung q, H_q :

$$EJ_c \Delta z_2 = H_q \left[\frac{J_c}{F_c} \int \frac{F_c}{F} ds + \frac{E_b}{E_z} \frac{F_c}{F_z} z \right] \approx H_q \left[\frac{J_c}{F_c} l + \frac{E_b}{E_z} \frac{J_c}{F_z} l \right] = H_q (\delta_{11}'' + \delta_{11}''').$$

$$\delta_{11}'' = 22,9928; \quad \delta_{11}''' = 71,0222; \quad \delta_{1t} = +10067,4.$$

$$\Delta z = [H_q (\delta_{11}'' + \delta_{11}''') - \delta_{1t}] / EJ_c = 0,0622 \text{ m}; \quad M_c \approx 0; \quad \delta_c/EJ_c = 0,0041 \text{ m}.$$

B. Veränderliche Belastung. Gleichung der Einflußlinie nach S. 515:

$$X_1 = \frac{5}{8} \frac{68,0}{11,33} \frac{1}{1+v} \omega_p'' = 3,7511 \frac{1}{1+v} \omega_p''.$$

Lösung 1. $v = 0,02020$; $X_1 = 3,6768 \omega_p''$; $\xi = 0,5$; $X_1 = 1,1490 \text{ t}$.

Lösung 2. $v = 0,01686$; $X_1 = 3,6889 \omega_p''$; $\xi = 0,5$; $X_1 = 1,1528 \text{ t}$.

Lösung 3. Die Längskraft H_q aus dem Eigengewicht wird von dem Stahlband allein aufgenommen. Für die Längskraft $Z - H_q = X_1$ aus der Verkehrsbelastung gilt das Zugband als homogener Querschnitt ($F_z E_z = F_{tz} E_b$), solange der Beton rissfrei bleibt. Daher ist

$$v = \frac{15}{8} \frac{1}{11,33^2} \left(\frac{0,47}{1,39} + 1 \frac{0,47}{1,85} \right) = 0,00494 + 0,00371 = 0,00865;$$

$$X_1 = 3,7189 \omega_p''; \quad \xi = 0,5; \quad X_1 = 1,1622 \text{ t}.$$

C. Anwendung der vereinfachten Annahmen S. 516.

Die Einflußlinie X_1 ist eine Parabel. Für Lösung 3 wird

$$v = \frac{3}{2} \frac{1}{f^2} \left(\frac{J_c}{F_c} + \frac{E_b}{E_z} \frac{J_c}{F_z} \right) = 0,00395 + 0,00302 = 0,00697.$$

$$X_1 = \frac{3}{4} \frac{l}{f} \frac{\omega_R}{1+v} = 4,470 \omega_R; \quad \xi = 0,5; \quad X_1 = 1,1175 \text{ t}.$$

Einflußlinie M_r :

$$\psi = \frac{3}{16} \frac{l}{f} \frac{1}{1+v} = 1,1175, \quad f^* = \frac{4}{3} f (1+v) = 15,2120 \text{ m},$$

$$M_r = 1,1175 \eta_r \cdot \bar{y}; \quad \eta_r = \eta_r/f \text{ (Abb. 500a)}.$$

Grenzwerte M_r : Für $v = 0$ und $p = 2,25 \text{ t/m}$ werden H_r und $\max |M_r|$ aus der Tabelle S. 518 erhalten (Abb. 500 b u. c).

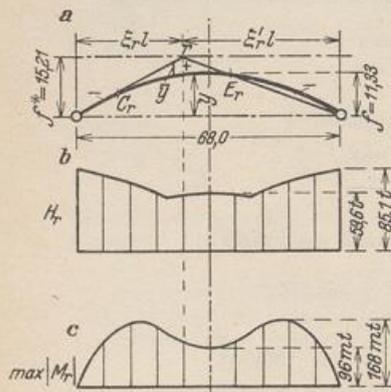


Abb. 500.

Statische Untersuchung eines Hallenbinders mit Zugband (Abb. 501).

Krümmung und Querschnitt sind konstant. Binderabstand 5,0 m. Beispiel zur Anwendung der Tabelle 41 S. 518:

$$l = 30,0 \text{ m}, \quad l_1 = 15,0 \text{ m}, \quad f = 5,6 \text{ m}, \quad J = 0,017 \text{ m}^4, \quad F = 0,320 \text{ m}^2, \quad F_z = 0,00687 \text{ m}^2.$$

$$r = \frac{5,6}{2} \left[1 + \left(\frac{15,0}{5,6} \right)^2 \right] = 22,89 \text{ m}, \quad c = 22,89 - 5,60 = 17,29 \text{ m},$$

$$\sin \alpha_0 = \frac{15,0}{22,89} = 0,6553, \quad \cos \alpha_0 = \frac{17,29}{22,89} = 0,7554,$$

$$\alpha_0 \approx 40^\circ 56' 25'', \quad \text{arc } \alpha_0 = 0,7145, \quad s = 2 \cdot 22,89 \cdot 0,7145 = 32,71,$$

$$\delta_{11} = 22,89^3 (0,7145 - 3 \cdot 0,6553 \cdot 0,7554 + 2 \cdot 0,7145 \cdot 0,7554^2)$$

$$+ 22,89 \frac{0,017}{0,32} (0,7145 + 0,6553 \cdot 0,7554) + 30,0 \frac{1}{10} \frac{0,017}{0,00687}$$

$$= 538,497 + 1,471 + 7,424 = 547,392.$$

Das Ergebnis δ_{11} zerfällt in den Anteil δ'_{11} aus den Biegemomenten, den Anteil δ''_{11} aus der Längskraft im Bogen und in den Anteil δ'''_{11} aus der Längskraft im Zugband. Nach S. 514 ist

$$v = \frac{\delta'_{11} + \delta''_{11}}{\delta'_{11}} = \frac{1,471 + 7,424}{538,497} = 0,01652.$$

a) Halbseitige gleichförmige Belastung durch Schnee:

$$\delta_{10} = \delta'_{10} + \delta''_{10} = p \frac{22,89^4}{4} \left\{ 0,6553 \left(\frac{4}{3} \cdot 0,6553^2 - 0,7554^2 \right) + 0,7145 \cdot 0,7554 (1 - 2 \cdot 0,6553^2) \right\}$$

$$- p \frac{15,0^3}{3 \cdot 22,89} \frac{0,017}{0,32} = p [5316,12 - 2,61] = 5313,51 p, \quad X_1 = \delta_{10}/\delta_{11},$$

$$p = 5,0 \cdot 0,075 = 0,375 \text{ t/m}, \quad X_1 = 3,640 \text{ t}, \quad M = X_1 \left(\frac{M_0}{X_1} - y \right).$$

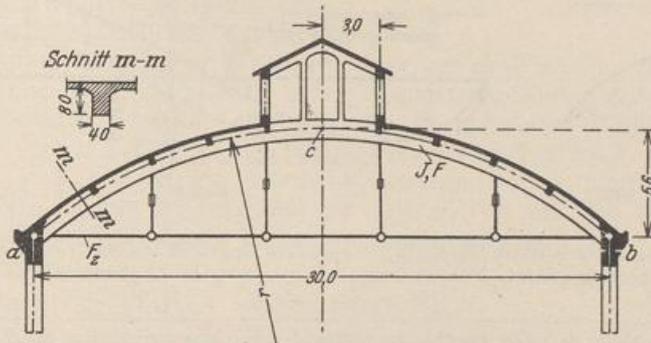


Abb. 501.

b) Gleichförmige volle Belastung des Trägers durch Eigengewicht $p = 3,6 \text{ t/m}$. Die Rechnung dient gleichzeitig zum Studium des Einflusses der Längenänderung von Bogenträger und Zugband auf die Schnittkräfte.

$$\delta'_{10} = 2 \cdot 5316,12 p, \quad \delta''_{10} = -2 \cdot 2,61 p, \quad \delta_{10} = 2 \cdot 5313,51 p,$$

$$X_1 = \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = 69,890 \text{ t}, \quad M_c = \frac{3,6 \cdot 30,0^2}{8} - 69,890 \cdot 5,6 = 13,62 \text{ mt}.$$

Der Anteil δ'_{10} der Längskräfte im Zähler ist sehr klein. Ohne diesen wird

$$X_1 = \frac{\delta'_{10}}{\delta_{11}} = 69,924 \text{ t}, \quad M_c = \frac{3,6 \cdot 30,0^2}{8} - 69,924 \cdot 5,6 = 13,43 \text{ mt}.$$

Der Anteil δ''_{10} wird daher stets vernachlässigt. Dagegen spielt bei der endgültigen Festsetzung der Schnittkraft M_c das Schwinden des Baustoffes eine wichtige Rolle. Mit $t = -15^\circ$ ist nach S. 519

$$\delta_{1t} = E J_c \alpha_t t l = -170,10, \quad \bar{X}_1 = \frac{\delta_{10} + \delta_{1t}}{\delta_{11}} = 69,579 \text{ t}, \quad \bar{M}_c = 15,36 \text{ mt}.$$

Werden die Längenänderungen von Träger und Zugband bei der Bauausführung ausgeglichen, so ist

$$X_1^* = \frac{\delta'_{10}}{\delta'_{11}} = 71,079 \text{ t}, \quad M_c^* = \frac{3,6 \cdot 30,0^2}{8} - 71,079 \cdot 5,6 = 6,96 \text{ mt}.$$

Um den mit dem Betrage M_c^* verbundenen wirtschaftlichen Vorteil auszunutzen, kann das Zugglied durch Sprengung an den Hängestangen um $E J_c \Delta z = \delta_{1s}$ verkürzt werden, so daß

$$X_1 = \frac{\delta'_{10} + \delta''_{10} + \delta_{1t} + \delta_{1s}}{\delta'_{11} + \delta''_{11} + \delta'''_{11}} = \frac{\delta'_{10}}{\delta'_{11}} = X_1^* \quad \text{und} \quad M_c = M_c^*$$

erhalten wird. $\delta_{1s} = X_1^* (\delta'_{11} + \delta''_{11}) - \delta'_{10} - \delta_{1t}$. Bei Eigengewicht $p = 3,6 \text{ t/m}$ ist

$$\delta_{1s} = 71,079 (1,471 + 7,424) + 18,792 + 170,100 = 821,140, \quad \Delta z = \delta_{1s}/E J_c = 0,0230 \text{ m}.$$

Die Verkürzung wird bei Anordnung des Zugbandes nach Abb. 502a durch eine Sprengung

$$f_s = \sqrt{z_1 \Delta z} = \sqrt{10,0 \cdot 0,023} = 0,480 \text{ m;}$$

bei Anordnung des Zugbandes nach Abb. 502b durch Sprengung nach einem Kreisbogen mit einem Pfeil von

$$f_s = \sqrt{\frac{3}{8} z \Delta z} = \sqrt{\frac{3}{8} \cdot 30,0 \cdot 0,023} = 0,509 \text{ m, } r_s = 221,28 \text{ m}$$

erreicht.

Die Biegemomente aus Eigengewicht und Schwinden sind in Abb. 503 bei geradem und bei nachträglich gesprengtem Zugband miteinander verglichen worden.

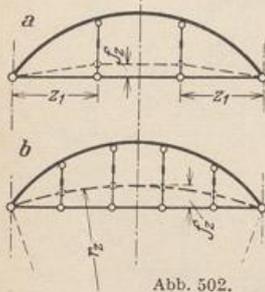


Abb. 502.

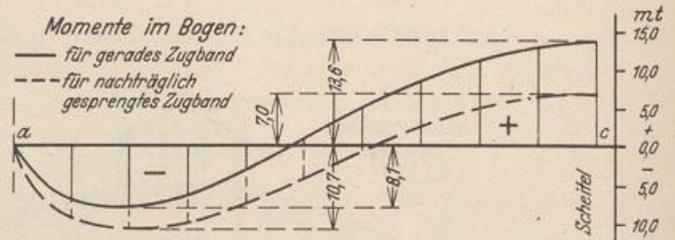


Abb. 503.

Die Erhöhung der positiven Momente bei geradem Zugband aus der Verlagerung der Bogenachse bleibt unberücksichtigt. Für nachträglich gesprengtes Zugband ist sie verschwindend klein.

Müller-Breslau, H.: Die graphische Statik der Baukonstruktionen Bd. 2, 2. Abt. S. 513. Leipzig 1908. — Hartmann, F.: Statisch unbestimmte Systeme. Berlin 1913. — Kuball, H.: Zweigelenrahmen aus Eisenbeton mit Berücksichtigung des veränderlichen Trägheitsmomentes. Berlin 1920. — Troche, A.: Der Einfluß der Temperatur auf den Horizontalschub parabolischer Zweigelenbogen. Bauing. 1925. — Derselbe: Der Horizontalschub kreisförmiger Zweigelenbogen. Beton u. Eisen 1925. — Vgl. auch die Literatur auf S. 557.

56. Der beiderseits eingespannte Bogenträger.

Die Bogenform ist gegeben, der Verschiebungszustand des Trägers unabhängig von denjenigen Bauteilen, welche zur Eintragung der Lasten dienen. Die Bogenkämpfer sind auf starre Widerlager abgestützt oder elastisch in den Enden eines Balkenträgers eingespannt. Wird dieser außerdem durch Zugglieder mit dem Bogenträger verbunden, so überschreitet die Berechnung den Umfang einer einfachen statischen Aufgabe (Abschn. 58).

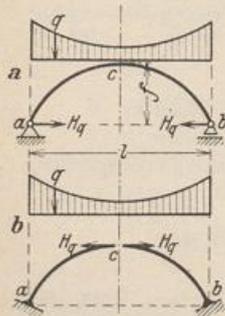


Abb. 504.

Der beiderseits eingespannte Bogenträger ist dreifach statisch unbestimmt. Die Schnittkräfte werden aus einem statisch bestimmten oder einem zweifach statisch unbestimmten Hauptsystem berechnet. Die statisch überzähligen Größen sind bei der Wahl eines Dreigelenkbogens als Hauptsystem am kleinsten, so daß nach S. 170 die besten Ergebnisse bei der Überlagerung der statisch bestimmten Anteile aus Belastung und überzähligen Größen erzielt werden. Dafür ist die Berechnung und Aufzeichnung der Einflußlinien als Biegelinie des Hauptsystems durch die Art der Randbedingungen nicht so einfach wie beim Balkenträger auf zwei Stützen und wie beim Freitragerpär. Diese werden daher als Hauptsystem in der Regel vorgezogen. Um dabei trotzdem relativ kleine überzählige Größen aus einer vorgeschriebenen Belastung q zu erhalten, wird diese durch geeignete Zusatzkräfte H_q ergänzt, die bekannt sind, untereinander im Gleichgewicht stehen und einen Anteil der inneren Kräfte des Trägers bedeuten (Abb. 504).