



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Ableitung der Schnittkräfte aus einem statisch unbestimmten  
Hauptsystem

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Die Biegemomente für vorgeschriebene Belastungen lassen sich nach den Regeln auf S. 71 aufzeichnen. Darnach ist mit  $\xi = x/l_1$

$$M = X_1 \left( \frac{M_0 + X_2 \xi - X_3}{X_1} - y \right) = X_1 \left( \frac{M_0^{(0)}}{X_1} - y \right). \quad (837)$$

Fällt die Mittelkraftlinie aus der Belastung  $q$  und den Zusatzkräften  $H_q$  mit der Mittellinie des Bogens zusammen, so ist mit  $X_1 = \Delta H$  (Abb. 510)

$$M_0 = 0, \quad N_0 = -H_q / \cos \alpha,$$

$$\left. \begin{aligned} H &= H_q + X_1, & X_1 &= -H_q \frac{J_c}{F_c} \int \frac{F_c}{F} ds / \delta_{11}, \\ M &= -X_1 y, \end{aligned} \right\} \quad (838)$$

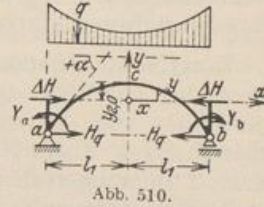


Abb. 510.

$$\delta_{11} = \frac{J_c}{F_c} \int \cos^2 \alpha \frac{F_c}{F} ds + \int y^2 \frac{J_c}{J} ds = (1 + \nu) \int y^2 \frac{J_c}{J} ds. \quad (839)$$

Mit

$$\frac{J_c}{F_c} \int \frac{F_c}{F} ds : \int y^2 \frac{J_c}{J} ds = \frac{J_c}{F_c} \int (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \frac{F_c}{F} ds / \delta'_{11} \approx \nu \quad (840)$$

ist

$$X_1 = -\frac{\nu}{1 + \nu} H_q, \quad M = \frac{\nu}{1 + \nu} H_q y, \quad (841)$$

$$N = -\frac{H_q}{\cos \alpha} \frac{1 + \nu \sin^2 \alpha}{1 + \nu} \approx -\frac{1}{\cos \alpha} \frac{H_q}{1 + \nu}. \quad (842)$$

**Ableitung der Schnittkräfte aus einem statisch unbestimmtem Hauptsystem.** Die Schnittkräfte lassen sich auch aus einem statisch unbestimmtem Hauptsystem mit der Längskraft  $-N_c$  als überzähliger Größe  $X_1$  in dem beiderseits eingespannten Träger entwickeln. Die Belastung erzeugt die Schnittkräfte  $N_0^{(2)}, M_0^{(2)}, Q_0^{(2)}$  und die Spannungsmomente  $M_{a0}^{(2)}, M_{b0}^{(2)}$ , die Kräftegruppe  $-X_1 = 1$  die Schnittkräfte  $N_{a1}^{(2)}, M_{a1}^{(2)}, Q_{a1}^{(2)}$  und die Spannungsmomente  $M_{a1}^{(2)}, M_{b1}^{(2)}$ . Sie werden bei beliebiger Trägerform nach (345), bei Symmetrie nach (359) mit den überzähligen Größen  $Y_a, Y_b$  eines statisch bestimmten Hauptsystems berechnet. Wird diese für die folgenden Angaben ebenso vorausgesetzt wie auf S. 523, so ist

$$\left. \begin{aligned} Y_{a0} &= \frac{1}{2} (M_{a0}^{(2)} + M_{b0}^{(2)}), & Y_{b0} &= \frac{1}{2} (M_{a0}^{(2)} - M_{b0}^{(2)}), \\ Y_{a1} &= \frac{1}{2} (M_{a1}^{(2)} + M_{b1}^{(2)}), & Y_{b1} &= \frac{1}{2} (M_{a1}^{(2)} - M_{b1}^{(2)}) = 0, \end{aligned} \right\} \quad (843)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{a1} &= M_{a1}^{(2)} = M_{b1}^{(2)} = -1 \cdot y_{1,0} = -\int y_1 \frac{J_c}{J \cos \alpha} dx : \int \frac{J_c}{J \cos \alpha} dx, \\ X_1 &= \delta_{10}^{(2)} / \delta_{11}^{(2)}, & X_1 &= \delta_{m1}^{(2)} / \delta_{11}^{(2)}. \end{aligned} \right\} \quad (844)$$

Zähler und Nenner werden nach (305) berechnet.

$$\left. \begin{aligned} \delta_{10}^{(2)} &= \frac{J_c}{F_c} \int N_0^{(0)} \cos \alpha \frac{F_c}{F} ds + \int M_0^{(0)} y \frac{J_c}{J \cos \alpha} dx, \\ \delta_{11}^{(2)} &= \frac{J_c}{F_c} \int \cos^2 \alpha \frac{F_c}{F} ds + \int y_1 (y_1 - y_{1,0}) \frac{J_c}{J \cos \alpha} dx, \end{aligned} \right\} \quad (845)$$

$$\delta_{1t}^{(2)} = E J_c \alpha_t t l, \quad \delta_{1s}^{(2)} = E J_c [y_{1,0} (\varphi_a - \varphi_b) - \Delta l] \quad (\text{Abb. 508}). \quad (846)$$

Die Biegelinie  $\delta_{m1}^{(2)}$  des beiderseits eingespannten Trägers wird ebenso wie auf S. 525 aus der stetigen Belastung  $w_1^{(2)} = y J_c / J \cos \alpha$  entwickelt.

$$N = N_0^{(2)} - X_1 \cos \alpha, \quad M = M_0^{(2)} - X_1 y, \quad Q = Q_0^{(2)} - X_1 \sin \alpha. \quad (847)$$

Bei veränderlicher Belastung sind  $N_0^{(2)}, M_0^{(2)}, Q_0^{(2)}$  Einflußlinien des beiderseits eingespannten Trägers. Bei vorgeschriebener Belastung werden die Biegemomente wieder nach S. 71 aufgezeichnet.

$$M = X_1 \left( \frac{M_0^{(2)}}{X_1} - y \right). \tag{848}$$

Damit ist gleichzeitig auch die Mittelkraftlinie der Belastung unter Beachtung der vorgeschriebenen statischen Randbedingungen gefunden worden.

**Elastische Einspannung des symmetrischen Bogenträgers.** Die elastische Bewegung der Widerlager führt zur Erweiterung des elastischen Systems. Dasselbe gilt daher auch für die virtuellen Arbeiten  $l_1 \delta_{11}, l_2 \delta_{22}, l_3 \delta_{33}$ . Jeder Anschlußquerschnitt  $a, b$  des Bogenträgers verschiebt sich infolge einer hier angreifenden Kraft  $1$  in waagerechter Richtung um die Strecke  $\epsilon_{11}/EJ_c$ , infolge eines hier angreifenden Kräftepaars um die Strecke  $\epsilon_{12}/EJ_c$ . Dabei verdreht sich der Querschnitt um den Winkel  $\epsilon_{22}/EJ_c$ . Die Buchstaben  $\epsilon_{11}, \epsilon_{12}, \epsilon_{22}$  bezeichnen daher den  $EJ_c$ -fachen Betrag der Verschiebungen. Ihr Einfluß auf den Parameter  $y_{1,0}$  ist auf S. 277 abgeleitet.

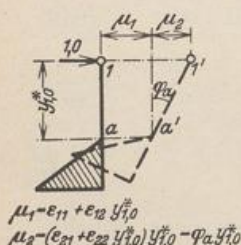


Abb. 511.

$$y_{1,0}^* = \left( \int_c^a y_1 \frac{J_c}{J} ds - \epsilon_{21} \right) : \left( \int_c^a \frac{J_c}{J} ds + \epsilon_{22} \right) \tag{Abb. 511}.$$

Die Vorzahlen des Ansatzes (824) werden in  $\delta_{11}^*, \delta_{22}^*, \delta_{33}^*$  abgeändert. Sie sind nach Abb. 511

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}^* &= \delta_{11} + 2 [(\epsilon_{11} + \epsilon_{12} y_{1,0}^*) + (\epsilon_{21} + \epsilon_{22} y_{1,0}^*) y_{1,0}^*], \\ \delta_{11}^* &= \delta_{11} + 2 (\epsilon_{11} + 2 \epsilon_{12} y_{1,0}^* + \epsilon_{22} y_{1,0}^{*2}), \\ \delta_{22}^* &= \delta_{22} + 2 \epsilon_{22}, \quad \delta_{33}^* = \delta_{33} + 2 \epsilon_{22}, \\ X_1 &= \delta_{10} / \delta_{11}^*, \quad X_2 = \delta_{20} / \delta_{22}^*, \quad X_3 = \delta_{30} / \delta_{33}^*. \end{aligned} \right\} \tag{849}$$

**Bogenträger mit ungleich hohen Kämpfern.** Die unabhängige Berechnung der drei statisch überzähligen Größen ist auf S. 274 gezeigt worden. Dasselbe Ergebnis kann auch durch die Bildung von statisch überzähligen Gruppenlasten nach Abschn. 36 erzielt werden. Der Ansatz ist auf S. 286 angeschrieben. Daneben läßt sich auch mit Vorteil der beiderseits eingespannte Balkenträger als Hauptsystem verwenden. Die Untersuchung bedarf nach den Bemerkungen auf S. 275 keiner Erläuterung.

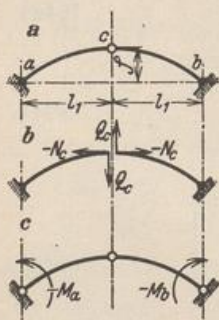


Abb. 512.

**Der Eingelenkbogen.** Der beiderseits eingespannte Bogenträger mit Scheitelgelenk hat nur Bedeutung für Bauwerke mit kleinem Pfeilverhältnis, deren Spannungen aus dem Schwinden des Baustoffs und aus Temperaturänderung im Vergleich zum Bogenträger ohne Gelenke vermindert werden sollen und deren Bogenstärken nächst dem Bogenscheitel nur klein sein können. Um die waagerechte Stützkraft des Eingelenkbogens herabzusetzen, kann dieser bei kleinen Stützweiten als Kragträger ausgerüstet werden. In diesem Falle entstehen waagerechte Kräfte nur aus Temperaturänderung und Nutzlast.

Die statische Untersuchung bedarf nach den ausführlichen Bemerkungen dieses Abschnitts keiner Erläuterung. Die beiden statisch überzähligen Größen können nach Abschn. 35 und 36 stets unabhängig voneinander angegeben werden. Bei Symmetrie des Tragwerks sind entweder  $X_1 = -N_c, X_2 = Q_c$  äußere Kräfte eines Freitragerspaars oder  $X_1 = \frac{1}{2} (M_a + M_b), X_2 = \frac{1}{2} (M_a - M_b)$  die statisch unbestimmten Gruppenlasten eines Dreigelenkbogenträgers (Abb. 512).