Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Tabellen zur Ermittlung der Schnittkräfte eines eingespannten Bogenträgers mit analytisch bestimmter Mittellinie für verschiedene Annahmen der Bogenform und Querschnittsänderung

Besondere Bogenformen des beiderseits eingespannten Bogenträgers. Um die Vorzahlen und die Belastungszahlen des Ansatzes formal integrieren zu können, wird die Funktion y der Mittellinie nach S. 508 als Parabel, Kreisbogen oder Kettenlinie mathematisch beschrieben und die für den Querschnitt maßgebende Funktion $J_c/J \cos\alpha = \zeta(x)$ nach

$$\zeta(x) = 1 - (1-n)\,\xi^{2r} \quad \text{(Abb. 486)} \qquad \text{oder} \qquad \zeta(x) = \mu(1 - \varphi\,\mathfrak{Cof}\,\xi c)$$

angenommen. Die Beiwerte n und r sind auf S. 509, die Beiwerte μ, φ und c auf S. 534 erläutert worden. Die Rechnung wird für $n = 1$ oder für $\mu = 1$ am einfachsten. Die Ergebnisse sind in Tabelle 42 enthalten.

Nach dem Ergebnis der Zahlenrechnung auf S. 538ff. stimmen die Einflußlinien der überzähligen Größen und ihr Betrag für ausgezeichnete Belastungen für die beiden Annahmen der Bogenkrümmung nach einer Parabel oder nach einer Kettenlinie nahezu überein. Sie sind also nur unwesentlich von der Bogenachse abhängig, können daher angenähert auch dann nach den einfachen Ansätzen beim Parabelbogen berechnet werden, wenn die Bogenachse nach einer Kettenlinie gekrümmt ist. Dies gilt jedoch nicht für die Wirkungslinie von X_1, also für den Abstand $y_{1,0}$ (819) und für die Biegungsmomente. Diese sind von der Bogenform wesentlich abhängig und, wie zu erwarten, bei einem überschütteten Bogen mit der Kettenlinie als Achse günstiger als bei der Parabel. Dies liegt an dem Einfluß des Eigengewichts.

Tabelle 42. Beiderseits eingespannter Bogenträger mit analytisch bestimmter Mittellinie.

1. Die Mittellinie des Bogenträgers ist eine Parabel[1].

$$\xi = x/l_1, \qquad \xi' = 1 - \xi,$$
$$\eta_{1,0} = y_{1,0}/f, \quad \eta_{2,0} = 1 - \eta_{1,0},$$
$$y = f(1-\xi^2) - \eta_{1,0}.$$

Hauptsystem: Balkenträger auf zwei Stützen ($l = 2l_1$).

$$X_1 = H,$$
$$X_2 = \tfrac{1}{2}(Y_a - Y_b),$$
$$X_3 = \tfrac{1}{2}(Y_a + Y_b),$$

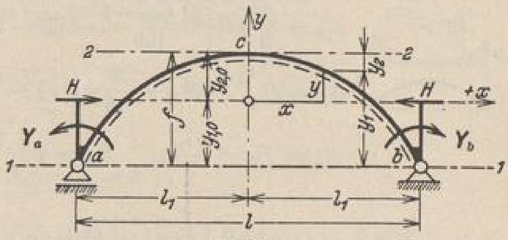


Abb. 513.

$$A = A_0 + \frac{X_2}{l_1}, \quad B = B_0 - \frac{X_2}{l_1}, \qquad M_{\substack{a\\b}} = X_1 y_{1,0} \mp X_2 - X_3.$$

Die Integration der Ansätze (824ff.) liefert in Verbindung mit (819) folgende Ergebnisse:

a) Bogenform mit $J_c/J\cos\alpha = 1 - (1-n)\,\xi^{2r}$,

$$r = 1, 2, 3 \ldots \infty, \qquad n = J_c/J_a \cos\alpha_a \qquad \text{(Abb. 486)}.$$

$$\eta_{1,0} = \frac{2}{3}\,\frac{4r(2+r) + 3n}{(3+2r)(n+2r)}, \qquad \eta_{2,0} = 1 - \eta_{1,0} = \frac{1}{3}\,\frac{(1+2r)(3n+2r)}{(3+2r)(n+2r)},$$

$$\cos^2\alpha \approx 1: \qquad \nu = \frac{J_c}{F_c}\,\frac{2l_1}{\delta'_{11}} = \frac{J_c}{F_c}\,\frac{1}{f^2\left[\frac{8}{15} - \frac{8(1-n)}{(1+2r)(3+2r)(5+2r)} - \eta_{1,0}^2\left(1 - \frac{1-n}{1+2r}\right)\right]},$$

$$\delta_{11} = 2l_1 f^2(1+\nu)\left[\frac{8}{15} - \frac{8(1-n)}{(1+2r)(3+2r)(5+2r)} - \eta_{1,0}^2\left(1 - \frac{1-n}{1+2r}\right)\right].$$

$$\delta_{22} = 2l_1\left[\frac{1}{3} - \frac{1-n}{3+2r}\right], \qquad \delta_{33} = 2l_1\left[1 - \frac{1-n}{1+2r}\right].$$

[1] Anwendung: Beispiel S. 535 und S. 538.

Gleichungen der Biegelinien:

$$\frac{d^2\delta_{m1}}{dx^2} = -y_2[1-(1-n)\xi^{2r}], \qquad \frac{d^2\delta_{m2}}{dx^2} = +\frac{x}{l_1}[1-(1-n)\xi^{2r}],$$

$$\frac{d^2\delta_{m3}}{dx^2} = -[1-(1-n)\xi^{2r}].$$

Die Integration ergibt

$$\delta_{m1} = \frac{l_1^2}{12} f\left\{6\eta_{2,0}(1-\xi^2) - (1-\xi^4) - 6(1-n)\left[\frac{\eta_{2,0}}{1+2r}\,\frac{1-\xi^{2(1+r)}}{1+r} - \frac{1}{3+2r}\,\frac{1-\xi^{2(2+r)}}{2+r}\right]\right\},$$

$$\delta_{m2} = -\frac{l_1^2}{6}\xi\left[(1-\xi^2) - \frac{3(1-n)}{3+2r}\,\frac{1-\xi^{2(1+r)}}{1+r}\right],$$

$$\delta_{m3} = \frac{l_1^2}{2}\left[(1-\xi^2) - \frac{1-n}{1+2r}\,\frac{1-\xi^{2(1+r)}}{1+r}\right].$$

Belastungszahlen für besondere Belastungsfälle:

$$\delta_{10} = \frac{p\,l_1^2}{4f}\,\frac{1}{1+\nu}\,\delta_{11},$$

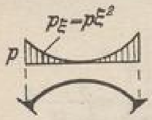
$$\delta_{20} = -\frac{p\,l_1^3}{24}\left[1 - \frac{6(1-n)}{(3+2r)(2+r)}\right],$$

$$\delta_{30} = \frac{p\,l_1^3}{3}\left[1 - \frac{3(1-n)}{(1+2r)(3+2r)}\right],$$

$$\delta_{10} = \frac{p\,l_1^2}{2f}\,\frac{1}{1+\nu}\,\delta_{11},$$

$$\delta_{20} = 0,$$

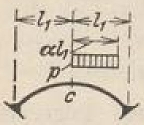
$$\delta_{30} = \frac{2}{3}p\,l_1^3\left[1 - \frac{3(1-n)}{(1+2r)(3+2r)}\right],$$



$$\delta_{10} = \frac{2}{3} f\,l_1^3\left[\frac{21\,\eta_{2,0}-5}{105} - (1-n)\left(\frac{\eta_{2,0}}{(1+2r)(5+2r)} - \frac{1}{(3+2r)(5+2r)}\right)\right].$$

$$\delta_{20} = 0, \qquad \delta_{30} = \frac{2}{15}p\,l_1^3\left[1 - \frac{5(1-n)}{(1+2r)(5+2r)}\right],$$

$$A_0 = B_0 = \frac{p\,l_1}{3}; \qquad V_0 = p\,l_1\frac{\xi^3}{3}; \qquad M_0 = \frac{p\,l_1^2}{12}(1-\xi^4).$$

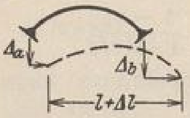


$$\delta_{20} = -\frac{p\,l_1^3}{12}\alpha^2\left[\left(1-\frac{\alpha^2}{2}\right) - \frac{3(1-n)}{(3+2r)(1+r)}\left(1-\frac{\alpha^{2(1+r)}}{2+r}\right)\right];$$

$$\delta_{30} = +\frac{p\,l_1^3}{2}\alpha\left[\left(1-\frac{\alpha^2}{3}\right) - \frac{1-n}{(1+2r)(1+r)}\left(1-\frac{\alpha^{2(1+r)}}{3+2r}\right)\right];$$

$$\delta_{10} = \frac{p\,l_1^3 f}{12}\left\{6\,\eta_{2,0}\left(1-\frac{\alpha^2}{3}\right) - \left(1-\frac{\alpha^4}{5}\right) - 6(1-n)\left[\frac{\eta_{2,0}}{(1+2r)(1+r)}\left(1-\frac{\alpha^{2(1+r)}}{3+2r}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{1}{(3+2r)(2+r)}\left(1-\frac{\alpha^{2(2+r)}}{5+2r}\right)\right]\right\};$$

$$\delta_{1s} = +E\,J_c[(\varphi_a-\varphi_b)\eta_{1,0}f - \Delta l]; \qquad l = 2l_1;$$



$$\delta_{2s} = -E\,J_c\left[(\varphi_a+\varphi_b) + \frac{2}{l}(\Delta_a - \Delta_b)\right];$$

$$\delta_{3s} = -E\,J_c(\varphi_a - \varphi_b);$$

$$\delta_{1t} = E\,J_c\alpha_t t\,l; \qquad \delta_{2t} = \delta_{3t} = 0.$$

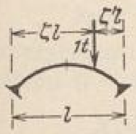
b) Bogenform mit $J_c/J\cos\alpha = 1 - (1-n)\,\xi^2$; $n = J_c/J_a\cos\alpha_a$ (Abb. 486).

$$\eta_{1,0} = \frac{2}{5}\,\frac{4+n}{2+n}; \qquad \nu = \frac{175}{4}\,\frac{J_c}{F_c\cdot f^2}\,\frac{2+n}{n(8+n)+8/3};$$

$$\delta_{11} = \frac{4}{175}\,l f^2(1+\nu)\,\frac{n(8+n)+8/3}{2+n};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{15}\,l(2+3n); \qquad \delta_{33} = \frac{1}{3}\,l(2+n).$$

Gleichungen der Einflußlinien:

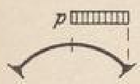


$$X_1 = \frac{35}{4}\,\frac{l}{f}\,\zeta^2\zeta'^2\,\frac{3n(4+n)+8(1-n)(2+n)\zeta\zeta'}{[3n(8+n)+8](1+\nu)};$$

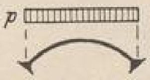
$$X_2 = -\frac{l}{2}\,\zeta\zeta'(1-2\zeta')\left(1+6\zeta'\zeta\,\frac{1-n}{2+3n}\right);$$

$$X_3 = \frac{l}{2}\,\zeta\zeta'\left(1+2\zeta\zeta'\,\frac{1-n}{2+n}\right).$$

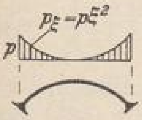
Besondere Belastungsfälle:



$$X_1 = \frac{p\,l^2}{16f}\,\frac{1}{1+\nu}; \qquad X_2 = -\frac{p\,l^2}{64}\,\frac{3+2n}{2+3n}; \qquad X_3 = \frac{p\,l^2}{40}\,\frac{4+n}{2+n}.$$

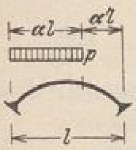


$$X_1 = \frac{p\,l^2}{8f}\,\frac{1}{1+\nu}; \qquad X_2 = 0; \qquad X_3 = \frac{p\,l^2}{20}\,\frac{4+n}{2+n}.$$



$$X_1 = \frac{p\,l^2}{72f}\,\frac{1}{1+\nu}\,\frac{8(1+4n)+5n^2}{3n(8+n)+8};$$

V_0, M_0 (S. 530). $\quad X_2 = 0; \qquad X_3 = \frac{1}{420}\,p\,l^2\,\frac{16+5n}{2+n}.$



$$X_2 = \frac{p\,l^2}{4}\,\alpha^2\alpha'^2\left(1+4\,\frac{1-n}{2+3n}\,\alpha\alpha'\right);$$

$$X_3 = \frac{p\,l^2}{60}\,\alpha^2\left\{5(1+2\alpha')+2\,\frac{1-n}{2+n}\,\alpha\,[1+3\alpha'(1+2\alpha')]\right\};$$

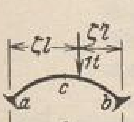
$$X_1 = \frac{p\,l^2}{8f}\,\alpha^3\,\frac{7n(4+n)[1+3\alpha'(1+2\alpha')]+4(1-n)(2+n)\alpha\{1+2\alpha'[2+5\alpha'(1+2\alpha')]\}}{[3n(8+n)+8](1+\nu)}.$$

Temperaturänderung und Stützensenkung wie unter 1, a) S. 530.

c) Bogenform mit $J_c/J\cos\alpha = 1$ (Abb. 486).

$$\eta_{1,0} = \frac{2}{3}; \qquad \nu = \frac{45}{4}\,\frac{J_c}{F_c\,l^2}; \qquad \delta_{11} = \frac{4}{45}\,l f^2(1+\nu); \qquad \delta_{22} = \frac{l}{3}; \qquad \delta_{33} = l.$$

Gleichungen der Einflußlinien: (Abb. 514, S. 532).



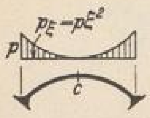
$$X_1 = \frac{15}{4}\,\frac{l}{f}\,\frac{1}{1+\nu}\,\zeta^2\zeta'^2; \qquad X_2 = -\frac{l}{2}\,\zeta\zeta'(1-2\zeta'); \qquad X_3 = \frac{l}{2}\,\zeta\zeta'.$$

$$A = \zeta'^2(1+2\zeta); \qquad B = \zeta^2(1+2\zeta'); \qquad H = X_1.$$

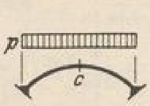
$$M_a = l\zeta\zeta'^2\left[\frac{5}{2(1+\nu)}\,\zeta - 1\right]; \qquad M_b = l\zeta^2\zeta'\left[\frac{5}{2(1+\nu)}\,\zeta' - 1\right];$$

$$0 \leqq \zeta \leqq \frac{1}{2}: \quad M_c = \frac{l}{2}\,\zeta^2\left[1 - \frac{5}{2(1+\nu)}\,\zeta'^2\right].$$

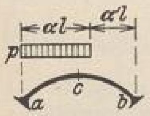
Besondere Belastungsfälle:



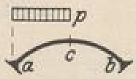
$$A = B = \frac{p\,l}{6},$$
$$H = \frac{p\,l}{56}\,\frac{l}{f}\,\frac{1}{1+\nu},$$
$$M_a = M_b = -\frac{p\,l^2}{420}\,\frac{7\,\nu+2}{1+\nu},$$
$$M_c = -\frac{p\,l^2}{1680}\,\frac{3-7\,\nu}{1+\nu}.$$
$$\nu = 0:\ \max M_m = +\frac{p\,l^2}{509};\ \zeta_m = 0{,}233.$$



$$A = B = \frac{p\,l}{2},$$
$$H = \frac{p\,l}{8}\cdot\frac{l}{f}\,\frac{1}{1+\nu};$$
$$M_a = M_b = -\frac{p\,l^2}{12}\,\frac{\nu}{1+\nu},$$
$$M_c = +\frac{p\,l^2}{24}\,\frac{\nu}{1+\nu}.$$



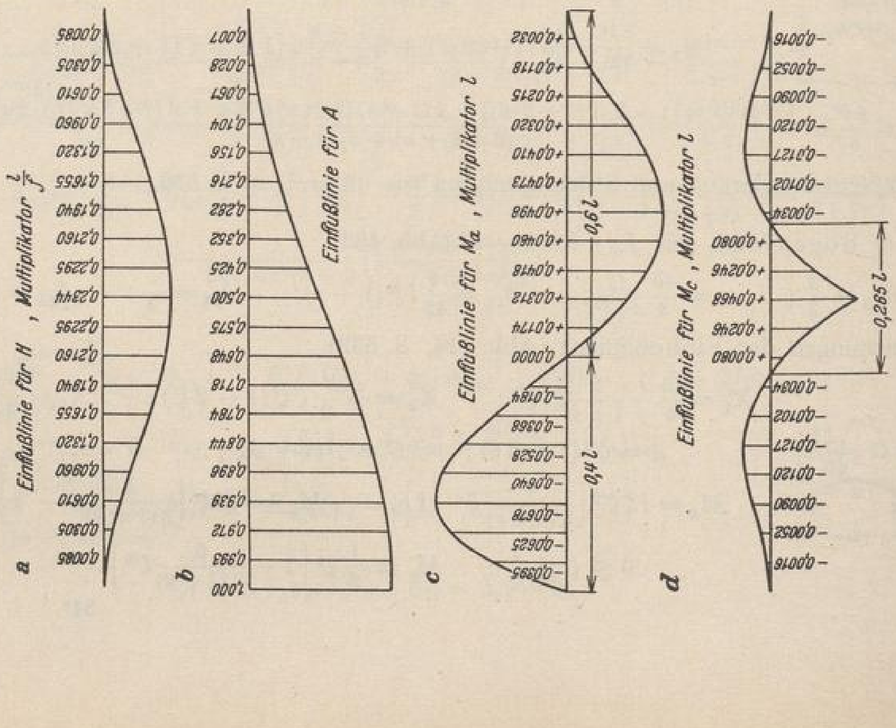
$$A = \frac{p\,l}{2}\,\alpha\,[1+\alpha'\,(1+\alpha\alpha')];$$
$$B = \frac{p\,l}{2}\,\alpha^2\,(1-\alpha'^2),$$
$$H = \frac{p\,l^2}{8\,f}\,\alpha^3\,\frac{1+3\,\alpha'\,(1+2\,\alpha')}{1+\nu},$$
$$M_a = -\frac{p\,l^2}{12}\,\alpha^2\,\frac{6\,\alpha'^3+\nu\,(1+2\,\alpha'+3\,\alpha'^2)}{1+\nu},$$
$$M_b = \frac{p\,l^2}{12}\,\alpha^3\,\frac{6\,\alpha'^2-\nu\,(1+3\,\alpha')}{1+\nu}.$$



$$A = \frac{13}{32}\,p\,l,$$
$$B = \frac{3}{32}\,p\,l,$$
$$H = \frac{p\,l}{16}\,\frac{l}{f}\,\frac{1}{1+\nu},$$
$$M_a = -\frac{p\,l^2}{192}\,\frac{3+11\,\nu}{1+\nu},$$
$$M_b = \frac{p\,l^2}{192}\,\frac{3-5\,\nu}{1+\nu},$$
$$M_c = \frac{p\,l^2}{48}\,\frac{\nu}{1+\nu}.$$

Temperaturänderung und Stützensenkung wie unter 1, a), S. 530.

Abb. 514. Einflußlinien für Bogen mit $J_c/J\cos\alpha = 1$ (S. 531).



2. Die Mittellinie des Bogenträgers ist ein symmetrischer Kreisbogen mit $l = 2\,l_1$, f und $2\,\alpha_0$ (Abb. 515)[1].

$$\xi = x/l_1, \quad \xi' = 1 - \xi, \qquad ds = r\,d\alpha.$$

$$r = \frac{f}{2}\left[1 + \left(\frac{l_1}{f}\right)^2\right], \quad e = r - f,$$

$$\sin\alpha_0 = l_1/r, \quad \cos\alpha_0 = e/r.$$

$$x = r \cdot \sin\alpha, \qquad y_1 = r\,(\cos\alpha - \cos\alpha_0).$$

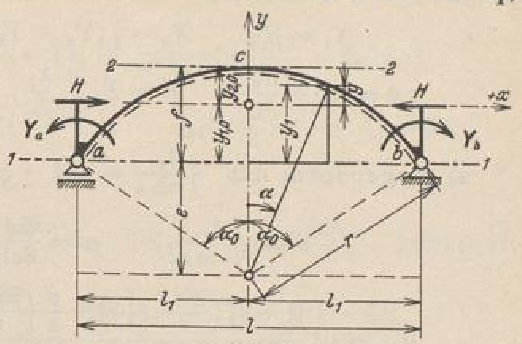


Abb. 515.

Hauptsystem: Balkenträger auf zwei Stützen ($l = 2\,l_1$)

$$X_1 = H, \qquad X_2 = \frac{1}{2}(Y_a - Y_b), \qquad X_3 = \frac{1}{2}(Y_a + Y_b),$$

$$A = A_0 + \frac{X_2}{l_1}, \qquad B = B_0 - \frac{X_2}{l_1}, \qquad M_b^a = X_1 y_{1,0} \mp X_2 - X_3.$$

Die Bogenstärke wird konstant angenommen: $J_c/J = 1$.

$$y_{1,0} = r\left(\frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0} - \cos\alpha_0\right), \qquad y = r\left[\cos\alpha - \frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0}\right].$$

$$\delta_{11} = 2\int_0^{\alpha_0} y^2 ds = r^3\alpha_0\left[1 + \frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0}\cos\alpha_0 - 2\left(\frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0}\right)^2\right] + \frac{J}{F}\,r\,\alpha_0\left(1 + \frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0}\cos\alpha_0\right),$$

$$\delta_{22} = 2\int_0^{\alpha_0}\left(\frac{x}{l_1}\right)^2 ds = \frac{r\,\alpha_0}{\sin^2\alpha_0}\left(1 - \frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0}\cos\alpha_0\right); \qquad \delta_{33} = 2\int_0^{\alpha_0} ds = 2\,r\,\alpha_0.$$

Die Einflußlinien ergeben sich aus den Biegelinien $\delta_{m1}, \delta_{m2}, \delta_{m3}$, deren Gleichungen nach (195) angeschrieben werden.

$$\frac{d^2\delta_{m1}}{dx^2} = -\frac{r\left(\cos\alpha - \frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0}\right)}{\cos\alpha}, \qquad \frac{d^2\delta_{m2}}{dx^2} = \frac{r}{l_1}\,\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \qquad \frac{d^2\delta_{m3}}{dx^2} = -\frac{1}{\cos\alpha}.$$

Durch Integration ist mit Berücksichtigung der Randbedingungen:

$$\delta_{m1} = r^3\,\frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0}\left[(\cos\alpha + \alpha\sin\alpha) - (\cos\alpha_0 + \alpha_0\sin\alpha_0) + \frac{\alpha_0}{2\sin\alpha_0}(\sin^2\alpha_0 - \sin^2\alpha)\right],$$

$$\delta_{m2} = -\frac{r^2}{2\sin\alpha_0}\left[(\sin\alpha\cos\alpha + \alpha) - \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha_0}(\sin\alpha_0\cos\alpha_0 + \alpha_0)\right],$$

$$\delta_{m3} = r^2\left[(\cos\alpha_0 + \alpha_0\sin\alpha_0) - (\cos\alpha + \alpha\sin\alpha)\right].$$

3. Die Mittellinie des Bogenträgers ist eine symmetrische Kettenlinie[2]:

$$y_2 = y_s^*(\mathfrak{Cof}\,\xi c - 1), \qquad \xi = x/l_1.$$

Sie ist bestimmt durch $l = 2\,l_1, f$ und die Belastungshöhen im Scheitel q_s, im Kämpfer q_k. Verhältnis $q_k/q_s = \varkappa$. Abb. 487.

$$y_s^* = \frac{1}{\varkappa - 1}\,f,$$

$$c = \mathfrak{Ar}\mathfrak{Cof}\,\varkappa,$$

$$\mathfrak{Cof}\,c = \varkappa, \quad \mathfrak{Sin}\,c = \sqrt{\varkappa^2 - 1}.$$

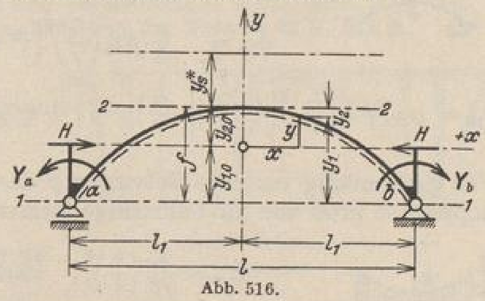


Abb. 516.

[1] Wegen der Fehlerempfindlichkeit der Formeln empfiehlt sich die Verwendung einer Rechenmaschine.

[2] Anwendung: Beispiel S. 540.

Hauptsystem: Balkenträger auf zwei Stützen ($l = 2\,l_1$)

$$X_1 = H, \qquad X_2 = \tfrac{1}{2}(Y_a - Y_b), \qquad X_3 = \tfrac{1}{2}(Y_a + Y_b).$$

$$A = A_0 + \frac{X_2}{l_1}, \qquad B = B_0 - \frac{X_2}{l_1}, \qquad M_b^a = X_1\,y_{1,0} \mp X_2 - X_3.$$

a) Bogenform mit $\dfrac{J_c}{J\cos\alpha} = \mu\,(1 - \varphi\,\mathfrak{Cof}\,\xi c)$,

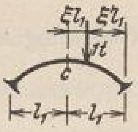
$$n = \frac{J_c}{J_a\cos\alpha_a}, \qquad \mu = \frac{\mathfrak{Cof}\,c - n}{\mathfrak{Cof}\,c - 1}, \qquad \varphi = \frac{\mu - 1}{\mu}.$$

$$y_{2,0} = y_s^*\,\frac{(1+\varphi)\left(\dfrac{\mathfrak{Sin}\,c}{c} - 1\right) - \dfrac{\varphi}{2}\left(\dfrac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}\,\mathfrak{Cof}\,c - 1\right)}{1 - \varphi\,\dfrac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}}, \qquad \psi = 1 + \frac{y_{2,0}}{y_s^*}.$$

Zur Abschätzung des Einflusses der Längskräfte genügen die Werte ν für parabolisch gekrümmte Mittellinie und gleich großes n der Tabelle 42, 1, b) S. 531.

$$\delta_{11} = 2\,\mu\,l_1\,y_s^{*2}\,(1+\nu)\left[\psi^2 - 2\,\psi\left(1 + \frac{\varphi\,\psi}{2}\right)\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c} + \frac{1}{2}\,(1 + 2\,\varphi\,\psi)\left(\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}\,\mathfrak{Cof}\,c + 1\right)\right.$$
$$\left. - \frac{\varphi}{3}\,\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}\,(2 + \mathfrak{Cof}^2 c)\right],$$

$$\delta_{22} = \frac{2}{3}\,\mu\,l_1\left\{1 - 3\,\varphi\left[\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c} + \frac{2}{c^2}\left(\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c} - \mathfrak{Cof}\,c\right)\right]\right\}, \qquad \delta_{33} = 2\,\mu\,l_1\left(1 - \varphi\,\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}\right).$$



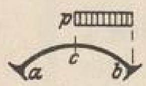
Gleichungen der Biegelinien:

$$\delta_{m1} = \frac{\mu}{2}\,y_s^*\left(\frac{l_1}{c}\right)^2\left\{\left[c^2\left(\psi + \frac{\varphi}{2}\right) - 2\,(1 + \varphi\,\psi)\,\mathfrak{Cof}\,c + \frac{\varphi}{4}\,\mathfrak{Cof}\,2c\right]\right.$$
$$\left. - \left[\left(\psi + \frac{\varphi}{2}\right)(\xi c)^2 - 2\,(1 + \varphi\,\psi)\,\mathfrak{Cof}\,\xi c + \frac{\varphi}{4}\,\mathfrak{Cof}\,2\,\xi c\right]\right\},$$

$$\delta_{m2} = -\frac{\mu}{6c}\left(\frac{l_1}{c}\right)^2\xi c\left\{\left[c^2 - 6\,\varphi\left(\mathfrak{Cof}\,c - 2\,\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}\right)\right] - \left[(\xi c)^2 - 6\varphi\left(\mathfrak{Cof}\,\xi c - 2\,\frac{\mathfrak{Sin}\,\xi c}{\xi c}\right)\right]\right\},$$

$$\delta_{m3} = \frac{\mu}{2}\left(\frac{l_1}{c}\right)^2\{[c^2 - 2\,\varphi\,\mathfrak{Cof}\,c] - [(\xi c)^2 - 2\,\varphi\,\mathfrak{Cof}\,\xi c]\}.$$

Besondere Belastungsfälle:



$$\delta_{20} = -\frac{\mu}{24}\,p\,l_1\left(\frac{l_1}{c}\right)^2\left[c^2 - 12\,\varphi\left(\mathfrak{Cof}\,c - 4\,\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c} + 6\,\frac{\mathfrak{Cof}\,c - 1}{c^2}\right)\right],$$

$$\delta_{30} = \frac{\mu}{3}\,p\,l_1\left(\frac{l_1}{c}\right)^2\left[c^2 - 3\,\varphi\left(\mathfrak{Cof}\,c - \frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}\right)\right],$$

$$\delta_{10} = \mu\,y_s^*\,p\,l_1\left(\frac{l_1}{c}\right)^2\left[\frac{c^2}{3}\left(\psi + \frac{\varphi}{2}\right) - (1 + \varphi\,\psi)\left(\mathfrak{Cof}\,c - \frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}\right) + \frac{\varphi}{8}\left(\mathfrak{Cof}\,2\,c - \frac{\mathfrak{Sin}\,2\,c}{2\,c}\right)\right].$$

Für gleichmäßig verteilte Belastung p des ganzen Trägers ist $\delta_{20} = 0$, δ_{10} und δ_{30} doppelt so groß wie für halbseitige Belastung.

$$H_q = \frac{q_s}{y_s^*}\left(\frac{l_1}{c}\right)^2; \quad \text{(S. 511)} \qquad M = \frac{\nu}{1+\nu}\,H_q \cdot y;$$

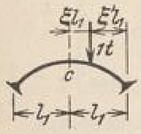
$$N = -\frac{H_q}{\cos\alpha}\,\frac{1 + \nu\sin^2\alpha}{1+\nu} \approx -\frac{1}{\cos\alpha}\,\frac{H_q}{1+\nu}; \quad \text{(S. 527).}$$

b) Bogenform mit $\frac{J_c}{J\cos\alpha}=1$.

$$\eta_0 = 1-\frac{y_{2,0}}{f},\qquad y_{2,0}=y_s^*\left(\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}-1\right);\qquad y=y_s^*\left(\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}-\mathfrak{Cof}\,\xi c\right).$$

$$\delta_{11}=l_1\,y_s^{*2}(1+\nu)\left[1+\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}\mathfrak{Cof}\,c-2\left(\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}\right)^2\right];\qquad \delta_{22}=\frac{2}{3}\,l_1;\qquad \delta_{33}=2\,l_1.$$

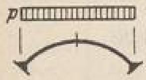
Gleichungen der Einflußlinien:



$$X_1=\frac{y_s^*}{2}\left(\frac{l_1}{c}\right)^2\frac{1}{\delta_{11}}\left[\left(c^2\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}-2\,\mathfrak{Cof}\,c\right)-\left((\xi c)^2\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}-2\,\mathfrak{Cof}\,\xi c\right)\right];$$

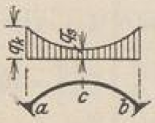
$$X_2=-\frac{l_1}{4}\,\xi(1-\xi^2)=-\frac{l_1}{4}\,\omega_D;\qquad X_3=\frac{l_1}{4}(1-\xi^2).$$

Besondere Belastungsfälle:



$$X_2=0;\qquad X_3=\frac{p\,l_1^2}{3};$$

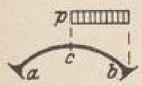
$$X_1=y_s^*\,p\,l_1\left(\frac{l_1}{c}\right)^2\frac{2}{\delta_{11}}\left[\left(1+\frac{c^2}{3}\right)\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}-\mathfrak{Cof}\,c\right].$$



$$H_q=\frac{q_s}{y_s^*}\left(\frac{l_1}{c}\right)^2;$$

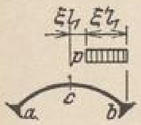
$$M=\frac{\nu}{1+\nu}\,H_q\cdot y;$$

$$N\approx-\frac{1}{\cos\alpha}\,\frac{H_q}{1+\nu}\ \text{(s. unter a)}.$$



$$X_1=y_s^*\,p\,l_1\left(\frac{l_1}{c}\right)^2\frac{1}{\delta_{11}}\left[\left(1+\frac{c^2}{3}\right)\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}-\mathfrak{Cof}\,c\right];$$

$$X_2=-\frac{p\,l_1^2}{16};\qquad X_3=\frac{p\,l_1^2}{6}.$$



$$X_1=y_s^*\,p\,l_1\left(\frac{l_1}{c}\right)^2\frac{1}{\delta_{11}}\times$$

$$\times\left[\left(1+\frac{c^2}{3}\right)\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}-\mathfrak{Cof}\,c-\frac{\mathfrak{Sin}\,\xi c-\xi c\,\mathfrak{Cof}\,c}{c}+\frac{c^2}{6}\,\xi(\xi^2-3)\frac{\mathfrak{Sin}\,c}{c}\right];$$

$$X_2=-\frac{p\,l_1^2}{16}(1-\xi^2)^2;\qquad X_3=\frac{p\,l_1^2}{12}\,\xi'^2(3-\xi').$$

Temperaturänderung und Stützensenkung wie unter 1, a) S. 530.

Statische Untersuchung eines beiderseits eingespannten Gewölbes (Abb. 517) mit parabolisch gekrümmter Mittellinie und verschiedenen Annahmen über die Bogenform als Beispiel für die Anwendung der Tabelle 42 S. 529 ff.

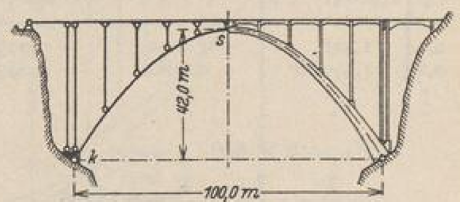


Abb. 517.

$$y_1=f(1-\xi^2).$$

Der Querschnitt ist nach S. 510 bestimmt durch

$$J_c/J\cos\alpha=1-(1-n)\,\xi^{2r}.$$

Die Untersuchung wird durchgeführt für

$$n=J_c/J_k\cos\alpha_k=0$$

und veränderliches r ($r=1, 2, 3$ und ∞). $r=\infty$ liefert mit $J_c/J\cos\alpha=1$ dieselbe Bogenform wie $n=1$. Die geometrische Bedeutung der Annahmen für die Bogenform zeigt Abb. 486 S. 510. Die Zahlenrechnung nach S. 529 wird für $r=2$ angegeben, im übrigen auf die Mitteilung der Ergebnisse beschränkt.