



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Verlagerung der Bogenachse

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Der Einfluß der Formänderung auf den Spannungszustand der drei statisch unbestimmten Bogenträger kann auch durch Überhöhung der Mittellinie um  $\Delta f^*$  und durch vorläufige Anordnung dreier Gelenke ausgeglichen werden. Der Betrag

$$\Delta f^* = \Delta l^* \cdot l_1 / 2f \quad (852)$$

hängt naturgemäß von bestimmten Annahmen über die physikalischen Eigenschaften von Baustoff und Baugrund ab und kann nachträglich nicht mehr geändert werden. Die Bewegung der Gelenke und der hierfür notwendige Spielraum lassen sich leicht nach Abschn. 18 berechnen.

**Verlagerung der Bogenachse.** Um die besonderen baulichen Maßnahmen beim Ausrüsten der Bogenträger zu umgehen, ist mehrfach versucht worden, die Mittelkraftlinie mit den Ordinaten  $y$  als Mittellinie des Bogenträgers durch eine Linie mit den Ordinaten  $\bar{y} = y + \Delta y$  zu ersetzen, deren Biegemomente aus der Formänderung durch Eigengewicht und Schwinden des Baustoffs kleiner sind als bei der Mittellinie  $y$  (Abb. 537).

Zähler und Nenner des Ausdrucks (817) für  $X_1$  können ebenso wie auf S. 513 in die Anteile  $\delta'_{10}, \delta'_{11}$  aus den Biegemomenten und in die Anteile  $\delta_{1t}, \delta''_{10}, \delta''_{11}$  aus Schwinden und Längskraft zerlegt werden. Darnach läßt sich neben der Bogenkraft  $X_1(N, M, t)$  außerdem noch die Bogenkraft  $X_1(M) = \delta'_{10}/\delta'_{11}$  anschreiben. Sie ist gleich der Kraft  $H_q$ , wenn die Mittellinie des Trägers mit der Mittelkraftlinie für die ausgezeichnete Belastung  $q, H_q$  zusammenfällt. Da nun  $X_1(N, M, t) < X_1(M)$  ist und daher nach S. 524 im Bereich des Scheitels positive, im Bereich des Kämpfers negative Biegemomente entstehen, so kann an Stelle der Mittelkraftlinie  $y$  mit  $X_1(M) = H_q$  eine Mittellinie  $\bar{y} = y + \Delta y$  mit einer größeren Bogenkraft  $\bar{X}_1(M) = \delta'_{10}/\delta'_{11}$  derart bestimmt werden, daß  $\bar{X}_1(N, M, t) \approx H_q$ , also  $\delta'_{11} < \delta'_{11}$  ist. Die Mittellinie  $\bar{y}$  erhält daher unter Beibehaltung der Ordinaten  $y_a, y_c, y_b$  (Abb. 537) im Scheitel und Kämpfer eine größere und in der Mitte des Bogenschenkels eine kleinere Krümmung. Sie unterscheidet sich von der Mittelkraftlinie zu  $q, H_q$ , so daß, abgesehen von den Biegemomenten  $M(q, H_q)$  des Trägers auch Biegemomente  $M_0(q, H_q)$  im Hauptsystem entstehen. Während also bei der Ausrüstung des Trägers mit Vorspannung durch Pressen die Biegespannungen aus einem ausgezeichneten Belastungs- und Verschiebungszustand nach S. 552 vermieden werden können, läßt sich keine Funktion  $\Delta y(x)$  mit dem gleichen Ergebnis anschreiben. Dies liegt an dem Anteil der Längskräfte in der Bedingung

$$A_i^* = \frac{1}{2} \int \frac{N^2 ds}{EF} + \frac{1}{2} \int \frac{M^2 ds}{EJ} + \int N \alpha_t t ds = \min \quad (853)$$

für die statisch unbestimmten Schnittkräfte  $X_1, X_2, X_3$ .  $A_i^*$  wird nicht bei  $M = 0, |N| = H_q \cos \alpha$ , sondern bei  $|N| < H_q \cos \alpha, M \neq 0$  zum Minimum. Die Verlagerung  $\Delta y$  der Mittellinie des Bogenträgers gegen die Mittelkraftlinie  $y$  kann daher stets nur eine Verminderung der größten Biegemomente herbeiführen.

Die Funktion  $\Delta y(x)$  ist im Scheitel mit  $x = 0$  durch die Randbedingungen  $\Delta y, d(\Delta y)/dx = 0$ , im Kämpfer mit  $x = l_1$  durch  $\Delta y = 0$  bestimmt (Abb. 537). Um die Lösung auf die  $x$ -Achse der vorgegebenen Mittellinie  $y$  zu beziehen, muß  $\int \bar{y}(J_c/J) ds = 0$ , also auch  $\int \Delta y(J_c/J) ds = 0$  sein. Um die Biegemomente im Scheitel und Kämpfer zu begrenzen, ist  $\Delta X_1$  nach (841) Null oder der Größe nach

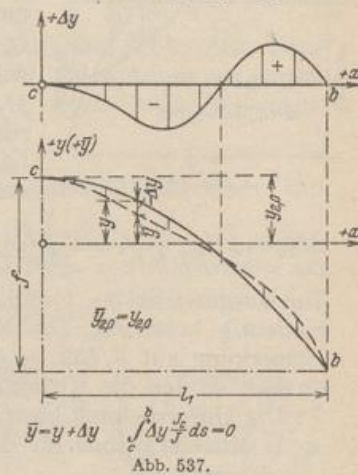
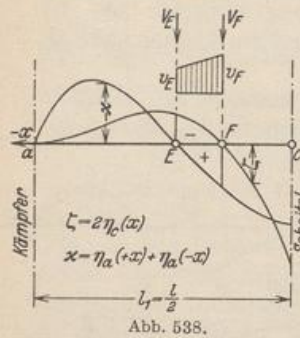


Abb. 537.

vorgeschrieben. Für  $\Delta y(x)$  bestehen daher fünf Bedingungen, die durch eine Kurve vierten Grades, z. B. die Parabel vierten Grades, befriedigt werden können. Diese Lösung ist von F. Campus vorgeschlagen worden.

Dasselbe Ziel läßt sich nach M. Ritter auch durch statische Überlegungen erreichen. Die den Einflußlinien  $\eta_c, \eta_a$  der Biegemomente des Bogenträgers im Scheitel ( $c$ ) und Kämpfer ( $a$ ) zugeordneten Summeneinflußlinien  $\zeta, \varkappa$  für zwei symmetrisch angreifende Lasten überschneiden sich auf einer Strecke  $\overline{EF}$  mit negativen Ordinaten  $\zeta$  und positiven Ordinaten  $\varkappa$  (Abb. 538). Daher erzeugen in diesem Bereiche Zusatzlasten  $V, v(x)$  negative Biegemomente im Scheitel und positive Biegemomente im Kämpfer, vermindern also die aus der Verkürzung der Bogenmittellinie herrührenden positiven Biegemomente im Scheitel und die negativen Biegemomente im Kämpfer. Dieselbe Wirkung entsteht auch unter



der vorhandenen Belastung  $q, H_q$  eines Bogenträgers, dessen Mittellinie als Mittelkraftlinie von  $q$  in Verbindung mit einer virtuellen Belastung  $-v(x)$  und  $(H_q + H_v)$  aufgezeichnet worden ist. Die Funktion  $v(x)$  ist zunächst beliebig. Sie wird derart gewählt, daß sich die Biegemomente  $M_0$  aus  $(q, H_q)$  nicht wesentlich ändern. Die Größe der virtuellen Belastung  $v$  im Bereiche  $\overline{EF}$  hängt von dem zu tilgenden Anteil der Biegemomente  $M_{cq}, M_{aq}$  ab, die im Scheitel und Kämpfer aus der Längenänderung der Mittellinie  $y$  bei der Belastung  $q$  oder aus der Längenänderung bei Belastung, Schwinden und Stützenverschiebung  $\Delta l$  entstehen. Nach (841) ist allgemein

$$M_{cq} = \left( H_q \frac{v}{1+v} - \frac{\delta_{11} + \delta_{12}}{\delta_{11}} \right) (f - y_{1,0}); \quad -M_{aq} = \left( H_q \frac{v}{1+v} - \frac{\delta_{11} + \delta_{12}}{\delta_{11}} \right) y_{1,0}. \quad (854)$$

Die ausgezeichneten Ordinaten  $v_E, v_F$  einer linearen Funktion  $v(x)$  sind darnach eindeutig bestimmt. Die Mittellinie aus  $q, (-v), (H_q + H_v)$  wird im Sinne der Bemerkung auf S. 553, verglichen mit derjenigen für  $q, H_q$ , im Bogenschenkel gestreckt, so daß die Krümmung am Scheitel und Kämpfer zunimmt.

Die Untersuchung besteht aus folgenden Teilen:

1. Mittelkraftlinie für die vorgeschriebene Belastung  $q, H_q$  mit den Ordinaten

$$y_{1q} = M_{0q}/H_q. \quad (855)$$

2. Berechnung von  $M_{cq}, M_{aq}$  nach (854). Annahme über den zu tilgenden Anteil und Berechnung von  $v_E, v_F$  aus der Bedingung

$$\Delta M_{cq} + \int_F^E \zeta v dx = 0, \quad \Delta M_{aq} + \int_E^F \varkappa v dx = 0. \quad (856)$$

3. Mittelkraftlinie für die virtuelle Belastung

$$y_{1v} = M_{0v}/H_v. \quad (857)$$

4. Ordinaten  $\bar{y}_1$  der gesuchten Mittellinie oder Verlagerung  $\Delta y = \bar{y}_1 - y_{1q}$

$$\bar{y}_1 = \frac{M_{0q} + M_{0v}}{H_q + H_v}, \quad \Delta y = (y_{1v} - y_{1q}) \frac{H_v}{H_q + H_v}. \quad (858)$$

$M_{0v}$  und  $H_v$  sind negativ einzusetzen, da die virtuelle Belastung  $v(x)$  zur vorgeschriebenen Belastung  $q(x)$  entgegengesetzt gerichtet ist (Rechenvorschrift S. 555).

Die wirtschaftlich günstigste Bogenform ist bei der ungünstigsten Zusammenfassung aller äußeren Ursachen einschließlich Nutzlast und Temperaturwechsel durch gleich große Randspannungen ausgezeichnet, welche den für den Baustoff zulässigen Grenzwert erreichen. Sie wird aus vorgegebenen Abmessungen