



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Die wirtschaftlich günstigste Bogenform

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

vorgeschrieben. Für  $\Delta y(x)$  bestehen daher fünf Bedingungen, die durch eine Kurve vierten Grades, z. B. die Parabel vierten Grades, befriedigt werden können. Diese Lösung ist von F. Campus vorgeschlagen worden.

Dasselbe Ziel läßt sich nach M. Ritter auch durch statische Überlegungen erreichen. Die den Einflußlinien  $\eta_c, \eta_a$  der Biegemomente des Bogenträgers im Scheitel ( $c$ ) und Kämpfer ( $a$ ) zugeordneten Summeneinflußlinien  $\zeta, \varkappa$  für zwei symmetrisch angreifende Lasten überschneiden sich auf einer Strecke  $\overline{EF}$  mit negativen Ordinaten  $\zeta$  und positiven Ordinaten  $\varkappa$  (Abb. 538). Daher erzeugen in diesem Bereiche Zusatzlasten  $V, v(x)$  negative Biegemomente im Scheitel und positive Biegemomente im Kämpfer, vermindern also die aus der Verkürzung der Bogenmittellinie herrührenden positiven Biegemomente im Scheitel und die negativen Biegemomente im Kämpfer. Dieselbe Wirkung entsteht auch unter

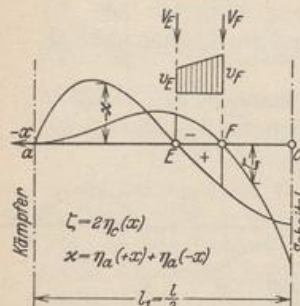


Abb. 538.

der vorhandenen Belastung  $q, H_q$  eines Bogenträgers, dessen Mittellinie als Mittelkraftlinie von  $q$  in Verbindung mit einer virtuellen Belastung  $-v(x)$  und  $(H_q + H_v)$  aufgezeichnet worden ist. Die Funktion  $v(x)$  ist zunächst beliebig. Sie wird derart gewählt, daß sich die Biegemomente  $M_0$  aus  $(q, H_q)$  nicht wesentlich ändern. Die Größe der virtuellen Belastung  $v$  im Bereiche  $\overline{EF}$  hängt von dem zu tilgenden Anteil der Biegemomente  $M_{cq}, M_{aq}$  ab, die im Scheitel und Kämpfer aus der Längenänderung der Mittellinie  $y$  bei der Belastung  $q$  oder aus der Längenänderung bei Belastung, Schwinden und Stützenverschiebung  $\Delta l$  entstehen. Nach (841) ist allgemein

$$M_{cq} = \left( H_q \frac{v}{1+v} - \frac{\delta_{11} + \delta_{12}}{\delta_{11}} \right) (f - y_{1,0}); \quad -M_{aq} = \left( H_q \frac{v}{1+v} - \frac{\delta_{11} + \delta_{12}}{\delta_{11}} \right) y_{1,0}. \quad (854)$$

Die ausgezeichneten Ordinaten  $v_E, v_F$  einer linearen Funktion  $v(x)$  sind darnach eindeutig bestimmt. Die Mittellinie aus  $q, (-v), (H_q + H_v)$  wird im Sinne der Bemerkung auf S. 553, verglichen mit derjenigen für  $q, H_q$ , im Bogenschenkel gestreckt, so daß die Krümmung am Scheitel und Kämpfer zunimmt.

Die Untersuchung besteht aus folgenden Teilen:

1. Mittelkraftlinie für die vorgeschriebene Belastung  $q, H_q$  mit den Ordinaten

$$y_{1q} = M_{0q}/H_q. \quad (855)$$

2. Berechnung von  $M_{cq}, M_{aq}$  nach (854). Annahme über den zu tilgenden Anteil und Berechnung von  $v_E, v_F$  aus der Bedingung

$$\Delta M_{cq} + \int_F^E \zeta v dx = 0, \quad \Delta M_{aq} + \int_E^F \varkappa v dx = 0. \quad (856)$$

3. Mittelkraftlinie für die virtuelle Belastung

$$y_{1v} = M_{0v}/H_v. \quad (857)$$

4. Ordinaten  $\bar{y}_1$  der gesuchten Mittellinie oder Verlagerung  $\Delta y = \bar{y}_1 - y_{1q}$

$$\bar{y}_1 = \frac{M_{0q} + M_{0v}}{H_q + H_v}, \quad \Delta y = (y_{1v} - y_{1q}) \frac{H_v}{H_q + H_v}. \quad (858)$$

$M_{0v}$  und  $H_v$  sind negativ einzusetzen, da die virtuelle Belastung  $v(x)$  zur vorgeschriebenen Belastung  $q(x)$  entgegengesetzt gerichtet ist (Rechenvorschrift S. 555).

Die wirtschaftlich günstigste Bogenform ist bei der ungünstigsten Zusammenfassung aller äußeren Ursachen einschließlich Nutzlast und Temperaturwechsel durch gleich große Randspannungen ausgezeichnet, welche den für den Baustoff zulässigen Grenzwert erreichen. Sie wird aus vorgegebenen Abmessungen



$(y_h, J_h)$  mit

$$y_h^* = y_h + \Delta y_h, \quad J_h^* = J_h + \Delta J_h \quad (859)$$

derart bestimmt, daß in  $r$  Querschnitten die Bedingungen

$$-\sigma_o = \frac{\max M_{ku}}{W_o} = \frac{\min M_{ko}}{W_u} = \sigma_u; \quad \max M_{ku} = -\sigma_{zul} W_o \quad (860)$$

erfüllt sind. Dies ist für

$$X^* = X + \sum \frac{\partial X}{\partial y_h} \Delta y_h + \sum \frac{\partial X}{\partial J_h} \Delta J_h; \quad M^* = M + \sum \frac{\partial M}{\partial y_h} \Delta y_h + \sum \frac{\partial M}{\partial J_h} \Delta J_h \quad (861)$$

der Fall, so daß bei Vernachlässigung der höheren Potenzen  $2r$  lineare Gleichungen mit  $2r$  unbekanntem geometrischen Bestimmungsstücken  $\Delta y_h, \Delta J_h$  entstehen. Die Lösung ist durch allmähliche Annäherung einfacher. Die Bedingungen (860) werden dann zunächst für die einzelnen Querschnitte ( $h$ ) erfüllt, so daß bei Bogenträgern mit  $W_o = W_u$  folgende Gleichung entsteht.

$$\begin{aligned} -H_q \Delta y_h + \max M_{ku} &= +H_q \Delta y_h + |\min M_{ko}|, \\ -\Delta y_h &= \frac{|\min M_{ko}| - \max M_{ku}}{2H_q}. \end{aligned} \quad (862)$$

Darin enthält  $\min M_{ko}$  den Anteil aus Eigengewicht, Nutzlast, Schwinden, Temperaturabfall ( $t$ ), Ausweichen der Widerlager ( $\Delta l$ ),  $\max M_{ku}$  den Anteil aus Eigengewicht, Nutzlast und Temperaturzunahme ( $t$ ).  $y + \Delta y_h$  ist die Ordinate der verbesserten Bogenform.

#### Bestimmung der Mittellinie eines beiderseits eingespannten Bogenträgers mit $M_c \approx 0, M_k \approx 0$ .

Als Beispiel dient der Bogenträger mit einer Kettenlinie als Achse und  $n = 0,4$  nach S. 538. (Abb. 520). Die Einflußlinien der überzähligen Größen und die Stütz- und Schnittkräfte aus Eigengewicht sind bekannt und werden übernommen.

##### 1. Einflußlinien der Momente im Kämpfer und Scheitel.

$$M_a = 1 \eta_a = X_1 y_{1,0} - X_2 - X_3,$$

$$M_c = 1 \eta_c = M_{0c} - X_1 y_{2,0} - X_3 \quad (\text{Abb. 540}).$$

##### 2. Summeneinflußlinien der Kämpfermomente und Scheitelmomente für zwei symmetrisch angreifende Einzellasten (Abb. 539).

$$\left. \begin{aligned} M_{a\Sigma} &= 1 \cdot \kappa = \eta_a(\xi) + \eta_a(-\xi), \\ M_{c\Sigma} &= 1 \cdot \zeta = \eta_c(\xi) + \eta_c(-\xi) \end{aligned} \right\} \quad (\text{Abb. 541}).$$

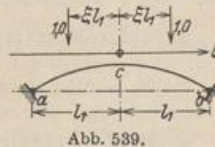
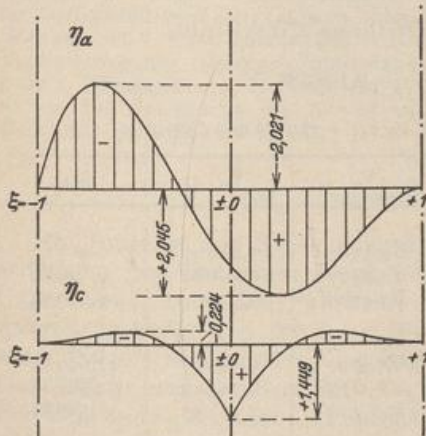
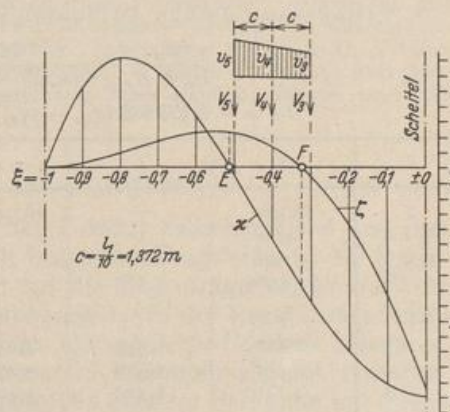


Abb. 539.

Abb. 540. Die Einflußlinien der Biegemomente des Bogenträgers im Kämpfer ( $\eta_a$ ) und Scheitel ( $\eta_c$ ).Abb. 541. Die Summeneinflußlinien der Kämpfermomente ( $\kappa$ ) und Scheitelmomente ( $\zeta$ ) für zwei symmetrisch angreifende Lasten.