Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Allgemeine Bauform eines Stabzugs mit frei drehbaren Enden

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

dingungsgleichungen als diese. Daher werden die einfachen Rahmen des Hochbaues am besten aus den Gleichungen (285) für die Formänderung eines Hauptsystems berechnet. Das gilt vor allem bei veränderlicher Belastung, für welche die Einflußlinien der Schnittkräfte gezeichnet werden.

Diese Lösung ist für die symmetrischen Bauformen des offenen und geschlossenen Stabzugs mit konstantem Trägheitsmoment der Pfosten und Riegel sehr einfach und für die ausgezeichneten Schnittkräfte in den Tabellen Abschn. 61 für alle Belastungsfälle angeschrieben worden, die zum Nachweis der Sicherheit oder zur Verwendung des Tragwerks als statisch unbestimmtes Hauptsystem nötig sind. Die übrigen Schnittkräfte des Tragwerks werden analytisch oder zeichnerisch aus den äußeren Kräften des Hauptsystems, d. h. aus der vorgeschriebenen Belastung und den ihr zugeordneten, nunmehr bekannten statisch unbestimmten Größen berechnet. Dies ist auf S. 572ff. an mehreren Beispielen gezeigt worden.

Allgemeine Bauform eines Stabzugs mit frei drehbaren Enden: 1. Lösung nach Abschn. 26:

$$M = M_0 - X_1 M_1, \qquad N = N_0 - X_1 N_1,$$
$$Q = Q_0 - X_1 Q_1.$$

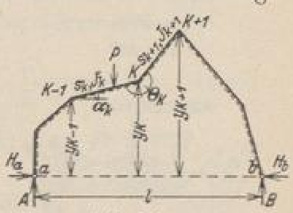

Abb. 561.

Nach Abb. 561 ist

$$X_1 = H_a = \delta_{10}/\delta_{11}, \qquad H_b = H_{b0} - X_1, \qquad M_1 = 1\,y,$$
$$N_1 = 1 \cos\alpha, \qquad Q_1 = 1 \sin\alpha.$$

Positive Momente erzeugen an der inneren Stabseite Zugspannungen. Bei stabweiser Integration wird ohne den Einfluß der Längskräfte auf die Formänderung

$$\left.\begin{aligned} \delta_{11} &= \sum_{k=1}^{k=n} \tfrac{1}{3} s_k' (y_{K-1}^2 + y_K y_{K-1} + y_K^2), \quad \delta_{1t} = E J_c \alpha_t t\, l, \quad \delta_{1s} = -E J_c \Delta l, \\ \delta_{10} &= \sum_{k=1}^{k=n} \{\tfrac{1}{6} s_k' [M_{(k-1)0}(2y_{K-1} + y_K) + M_{k0}(y_{K-1} + 2y_K)] + C_{K-1}^{(k)} + C_K^{(k)}\}. \end{aligned}\right\} \quad (874)$$

Der Anteil $C_{K-1}^{(k)} + C_K^{(k)}$ entsteht durch Belastung zwischen den Enden (K), $(K-1)$ des Stabes s_k. Das Ergebnis kann bei Summierung über die den einzelnen Stabknoten zufallenden Beiträge einfacher, und zwar ebenso wie in 875 angeschrieben werden.

2. Lösung nach S. 135 mit Berücksichtigung der Längskräfte:

$$\sum_{K=1}^{K=n-1} \mathfrak{W}_K y_K = \sum_{K=1}^{K=n-1} y_K \left(\Delta\Theta_K + \frac{\Delta s_k}{s_k} \operatorname{ctg}\alpha_k - \frac{\Delta s_{k+1}}{s_{k+1}} \operatorname{ctg}\alpha_{k+1}\right)$$
$$= \sum y_K \Delta\Theta_K + E J_c \sum \Delta s_k \cos\alpha_k = 0,$$
$$6\,\Delta\Theta_K = (M_{K-1} + 2\,M_K)\, s_k' + (2\,M_K + M_{K+1})\, s_{k+1}' - 6\tau_{K0}^{(k)} + 6\tau_{K0}^{(k+1)},$$
$$6\,E J_c\, \Delta s_k = N_k s_k \frac{J_c}{F_k} + E J_c \alpha_t t\, s_k.$$
$$M_K = M_{K0} - X_1 y_K,$$
$$\Sigma\, \mathfrak{W}_K y_K = \Sigma\, \mathfrak{W}_{K0} y_K - X_1 \Sigma\, \mathfrak{W}_{K1} y_K = 0,$$

mit $\mathfrak{W}_K \approx \Delta\Theta_K$ (Vernachlässigung der Längskräfte) und Summierung über die Stabknoten ist

$$\left.\begin{aligned}\sum \mathfrak{W}_{K0}\, y_K &= \sum_{K=0}^{K=n} \Big\{ M_{K0}\, \tfrac{1}{6} \left[y_{K-1} s'_k + 2\, y_K (s'_k + s'_{k+1}) + y_{K+1} s'_{k+1} \right] \\ &\qquad + C_K^{(k)} + C_K^{(k+1)} \Big\} = \delta_{10}, \\ \sum \mathfrak{W}_{K1}\, y_K &= \sum_{K=0}^{K=n} y_K\, \tfrac{1}{6} \left[y_{K-1} s'_k + 2\, y_K (s'_k + s'_{k+1}) + y_{k+1} s'_{k+1} \right] = \delta_{11}, \end{aligned}\right\} \quad (875)$$

$$C_K^{(k)} = -y_K\, \tau_{K0}^{(k)}, \qquad C_K^{(k+1)} = y_K\, \tau_{K0}^{(k+1)}.$$

Berechnung eines Zweigelenkrahmens.

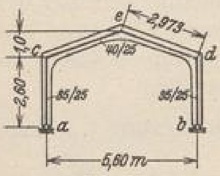

Abb. 562.

1. Geometrische Grundlagen (Abb. 562) (Tab. 44 S. 581).

$l = 5{,}6, \quad h = 2{,}6, \quad f = 1{,}0, \quad s = 2{,}973$ m;

$$\lambda = \frac{5{,}6}{2{,}6} = 2{,}154, \qquad \varphi = \frac{1{,}0}{2{,}6} = 0{,}385,$$

$$J_h = 8{,}94, \qquad J_s = 13{,}35 \text{ dm}^4, \qquad \varkappa = \frac{2{,}6}{2{,}973}\,\frac{13{,}35}{8{,}94} = 1{,}306,$$

$$\mu = 3 + 1{,}306 + 0{,}385 \cdot 3{,}385 = 5{,}609.$$

2. Halbseitige Belastung $p = 1$ t/m (Abb. 563).

a) Schnittkräfte (Tab. 44 S. 582).

$$\Phi = \frac{8 + 5 \cdot 0{,}385}{4 \cdot 5{,}609} = 0{,}442,$$

$$A = \tfrac{3}{8} \cdot 1 \cdot 5{,}6 = 2{,}1 \text{ t}, \qquad B = \tfrac{1}{8} \cdot 1 \cdot 5{,}6 = 0{,}7 \text{ t},$$

$$H_{a,b} = \frac{1 \cdot 5{,}6}{16} \cdot 2{,}154 \cdot 0{,}442 = 0{,}333 \text{ t},$$

$$M_{c,d} = -\frac{1 \cdot 5{,}6^2}{16} \cdot 0{,}442 = -0{,}866 \text{ mt},$$

$$M_e = \frac{1 \cdot 5{,}6^2}{16} [1 - 1{,}385 \cdot 0{,}442] = 0{,}760 \text{ mt}.$$

b) Mittelkraftlinie nach S. 174.

$$M = S \cdot \bar{b}, \qquad S = H_{a,b} = 0{,}333 \text{ t},$$

$$b_e = \frac{B}{S}\,\frac{l}{2} = \frac{0{,}7}{0{,}333} \cdot \frac{5{,}6}{2} = 5{,}89 \text{ m}.$$

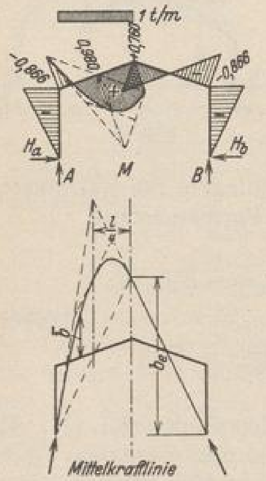

Abb. 563.

3. Waagerechte Belastung $w = 1$ t/m (Abb. 564).

a) Schnittkräfte (Tab. 44 S. 582).

$$\Phi = \frac{1}{4 \cdot 5{,}609} [6 \cdot 2{,}385 + 5 \cdot 1{,}306] = 0{,}929,$$

$$A = -B = -\frac{1 \cdot 2{,}6^2}{2 \cdot 5{,}6} = -0{,}604 \text{ t},$$

$$H_{a,b} = -\frac{1 \cdot 2{,}6}{2} [1 \pm 1 - 0{,}4645] = \begin{cases} -1{,}996 \text{ t}, \\ +0{,}604 \text{ t}, \end{cases}$$

$$M_{c,d} = \frac{1 \cdot 2{,}6^2}{4} [1 \pm 1 - 0{,}929] = \begin{cases} +1{,}810 \text{ mt}, \\ -1{,}570 \text{ mt}, \end{cases}$$

$$M_e = \frac{1 \cdot 2{,}6^2}{4} [1 - 1{,}385 \cdot 0{,}929] = -0{,}484 \text{ mt}.$$

b) Mittelkraftlinie nach S. 174.

$$M = S \cdot \bar{a}, \qquad S = B = +0{,}604 \text{ t},$$

$$a_e = \frac{H_b}{S}(h + f) - \frac{l}{2} = \frac{0{,}604}{0{,}604}(3{,}6 - 2{,}8) = 0{,}8 \text{ m}.$$

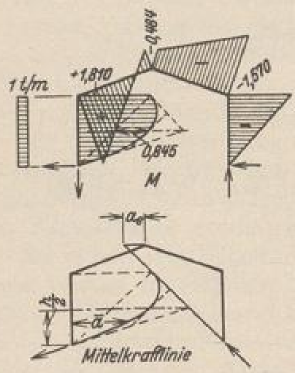

Abb. 564.