



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Zahlenbeispiele

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

$$\left. \begin{aligned} \sum \mathfrak{B}_{K0} y_K &= \sum_{K=0}^{K=n} \left\{ M_{K0} \frac{1}{6} [y_{K-1} s'_k + 2 y_K (s'_k + s'_{k+1}) + y_{K+1} s'_{k+1}] \right. \\ &\quad \left. + C_K^{(k)} + C_K^{(k+1)} \right\} = \delta_{10}, \\ \sum \mathfrak{B}_{K1} y_K &= \sum_{K=0}^{K=n} y_K \frac{1}{6} [y_{K-1} s'_k + 2 y_K (s'_k + s'_{k+1}) + y_{K+1} s'_{k+1}] = \delta_{11}, \end{aligned} \right\} (875)$$

$$C_K^{(k)} = -y_K \tau_{K0}^{(k)}, \quad C_K^{(k+1)} = y_K \tau_{K0}^{(k+1)}.$$

**Berechnung eines Zweigelenrahmens.**

1. Geometrische Grundlagen (Abb. 562) (Tab. 44 S. 581).

$l = 5,6, \quad h = 2,6, \quad f = 1,0, \quad s = 2,973 \text{ m};$

$\lambda = \frac{5,6}{2,6} = 2,154, \quad \varphi = \frac{1,0}{2,6} = 0,385,$

$J_h = 8,94, \quad J_s = 13,35 \text{ dm}^4, \quad \kappa = \frac{2,6}{2,973} \frac{13,35}{8,94} = 1,306,$

$\mu = 3 + 1,306 + 0,385 \cdot 3,385 = 5,609.$

2. Halbseitige Belastung  $p = 1 \text{ t/m}$  (Abb. 563).

a) Schnittkräfte (Tab. 44 S. 582).

$\Phi = \frac{8 + 5 \cdot 0,385}{4 \cdot 5,609} = 0,442,$

$A = \frac{3}{8} \cdot 1 \cdot 5,6 = 2,1 \text{ t}, \quad B = \frac{1}{8} \cdot 1 \cdot 5,6 = 0,7 \text{ t},$

$H_{a,b} = \frac{1 \cdot 5,6}{16} \cdot 2,154 \cdot 0,442 = 0,333 \text{ t},$

$M_{e,a} = -\frac{1 \cdot 5,6^2}{16} \cdot 0,442 = -0,866 \text{ mt},$

$M_e = \frac{1 \cdot 5,6^2}{16} [1 - 1,385 \cdot 0,442] = 0,760 \text{ mt}.$

b) Mittelkraftlinie nach S. 174.

$M = S \cdot \bar{b}, \quad S = H_{a,b} = 0,333 \text{ t},$

$\bar{b}_e = \frac{B}{S} \frac{l}{2} = \frac{0,7}{0,333} \cdot \frac{5,6}{2} = 5,89 \text{ m}.$

3. Waagerechte Belastung  $w = 1 \text{ t/m}$  (Abb. 564).

a) Schnittkräfte (Tab. 44 S. 582).

$\Phi = \frac{1}{4 \cdot 5,609} [6 \cdot 2,385 + 5 \cdot 1,306] = 0,929,$

$A = -B = -\frac{1 \cdot 2,6^2}{2 \cdot 5,6} = -0,604 \text{ t},$

$H_{a,b} = -\frac{1 \cdot 2,6}{2} [1 \pm 1 - 0,4645] = \begin{cases} -1,996 \text{ t}, \\ +0,604 \text{ t}, \end{cases}$

$M_{e,a} = \frac{1 \cdot 2,6^2}{4} [1 \pm 1 - 0,929] = \begin{cases} +1,810 \text{ mt}, \\ -1,570 \text{ mt}, \end{cases}$

$M_e = \frac{1 \cdot 2,6^2}{4} [1 - 1,385 \cdot 0,929] = -0,484 \text{ mt}.$

b) Mittelkraftlinie nach S. 174.

$M = S \cdot \bar{a}, \quad S = B = +0,604 \text{ t},$

$\bar{a}_e = \frac{H_b}{S} (h + f) - \frac{l}{2} = \frac{0,604}{0,604} (3,6 - 2,8) = 0,8 \text{ m}.$

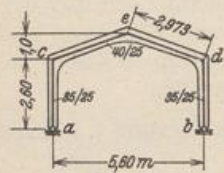


Abb. 562.

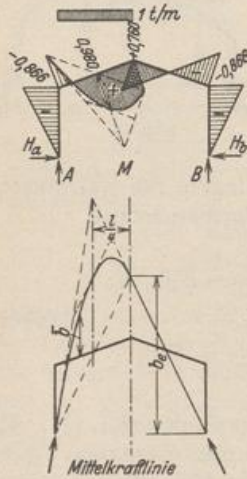


Abb. 563.

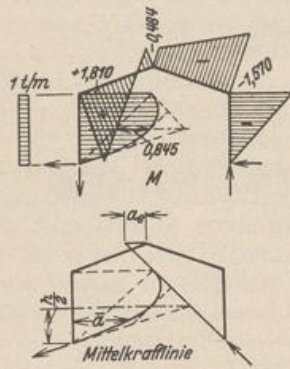


Abb. 564.



Berechnung eines Zweigelenrahmens mit Zugband.

1. Geometrische Grundlagen (Abb. 565) (Tab. 46 S. 585).

$$l = 27,0, \quad h = 18,0, \quad f = 4,0, \quad s = 10,77 \text{ m},$$

$$l_1 = 7,0, \quad h_1 = 14,0, \quad a = 10,0 \text{ m};$$

$$\lambda = \frac{10,0}{27,0} = 0,370, \quad \psi = \frac{14,0}{18,0} = 0,778, \quad \varphi = \frac{4,0}{14,0} = 0,286,$$

$$\lambda' = \frac{7,0}{27,0} = 0,260, \quad \psi' = \frac{4,0}{18,0} = 0,222, \quad \nu = \frac{27,0}{18,0} = 1,500,$$

$$J_A = 0,0333, \quad J_s = J_e = 0,0576 \text{ m}^4, \quad F_s = 0,00846 \text{ m}^2, \quad J_c = J_s.$$

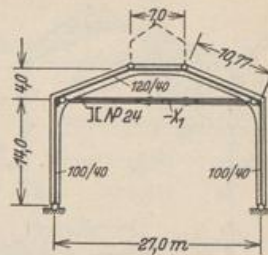


Abb. 565.

$$\kappa_1 = \frac{7,0}{10,77} = 0,650, \quad \kappa_2 = \frac{14,0}{10,77} \frac{576}{333} = 2,246; \quad \mu = 0,778^2 \cdot 3,246 + 1,778 + \frac{3}{2} \cdot 0,650 = 4,717$$

2. Hauptsystem: Zweigelenrahmen (Tab. 46 S. 585). Überzählige  $X_1 = \frac{\delta_{10}^{(1)}}{\delta_{11}^{(1)}}$ .

$$\delta_{11} = \int M_1^{(1)} \frac{J_c}{J} ds + \frac{E_b J_c}{E_s F_s} N_1^2 l = \int M_1^{(1)} M_1^{(0)} \frac{J_s}{J} ds + \frac{0,0576}{10 \cdot 0,00846} \cdot 1 \cdot 27,0 = \int M_1^{(1)} M_1^{(0)} \frac{J_s}{J} ds + 18,383.$$

3. Belastung des Hauptsystems mit  $-X_1 = 1 \text{ t}$  (Abb. 566) (Tab. 46 S. 586).

$$\Phi = \frac{0,286}{2 \cdot 4,717} (3 \cdot 1,650 - 0,222) = 0,143,$$

$$A_1^{(1)} = B_1^{(1)} = 0,$$

$$H_{a,b_1}^{(1)} = 2 \cdot \frac{1}{2} \psi \Phi = 0,778 \cdot 0,143 = 0,111 \text{ t},$$

$$M_{c,d_1}^{(1)} = -2 \frac{h_1}{2} \psi \Phi = -14,0 \cdot 0,777 \cdot 0,143 = -1,559 \text{ mt},$$

$$M_{e,f_1}^{(1)} = h_1 (\varphi - \Phi) = 14,0 (0,286 - 0,143) = 1,995 \text{ mt},$$

$$\int M_1^{(1)} M_1^{(0)} \frac{J_s}{J} ds = 2,002 \cdot 4,0 \cdot 7,0 + 2 \cdot \frac{1}{6} \times 4,0 (2 \cdot 2,002 - 1,558) 10,77 = 90,765,$$

$$\delta_{11}^{(1)} = 90,765 + 18,383 = 109,148.$$

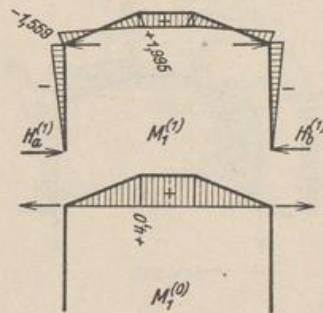


Abb. 566.

4. Halbseitige Belastung  $p = 1 \text{ t/m}$  (Abb. 567 u. 568).

a) Schnittkräfte im Hauptsystem (Tab. 46 S. 586).

$$\Phi = \frac{1}{4 \cdot 4,717} (5 + 3 \cdot 0,778 + 6 \cdot 0,650) = 0,595,$$

$$A_0^{(1)} = \frac{1 \cdot 10}{2} (2 - 0,370) = 8,148 \text{ t}; \quad B_0^{(1)} = 1,852 \text{ t},$$

$$H_{a,b_0}^{(1)} = \frac{1 \cdot 10^2}{4 \cdot 14,0} \cdot 0,778 \cdot 0,595 = 0,827 \text{ t},$$

$$M_{c,d_0}^{(1)} = -\frac{1 \cdot 10^2}{4} \cdot 0,778 \cdot 0,595 = -11,578 \text{ mt},$$

$$M_{e,f_0}^{(1)} = \frac{1 \cdot 10^2}{4} (1 \pm 0,260 - 0,595) = \begin{cases} 16,598 \text{ mt}, \\ 3,633 \text{ mt}. \end{cases}$$

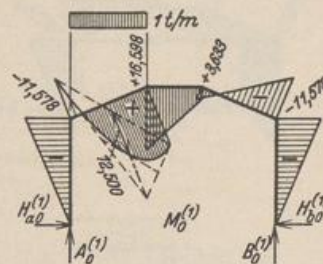


Abb. 567.

b) Berechnung von  $X_1$ .

$$\delta_{10}^{(1)} = \frac{1}{2} (16,598 + 3,633) \cdot 7,0 + [\frac{1}{3} (2 \cdot 3,633 - 11,573) + \frac{1}{3} (2 \cdot 16,598 - 11,573) + \frac{1}{3} \cdot 12,5] \times 10,77 = 586,982.$$

$$X_1 = \frac{586,982}{109,148} = 5,378 \text{ t}. \quad H_{a,b} = H_{a,b_0}^{(1)} - X_1 H_{a,b_1}^{(1)}, \quad M = M_0^{(1)} - X_1 M_1^{(1)}.$$



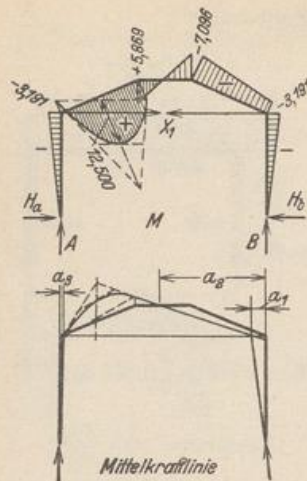


Abb. 568.

c) Schnittkräfte.

$$A = A_0^{(1)} = 8,148 \text{ t}, \quad B = B_0^{(1)} = 1,852 \text{ t},$$

$$H_{a,e} = 0,827 - 5,378 \cdot 0,111 = 0,228 \text{ t},$$

$$M_{c,a} = -11,578 + 5,378 \cdot 1,559 = -3,191 \text{ mt},$$

$$M_{e,f} = \left. \begin{matrix} 16,598 \\ 3,633 \end{matrix} \right\} - 5,378 \cdot 1,995 = \left\{ \begin{matrix} 5,869 \text{ mt} \\ -7,096 \text{ mt} \end{matrix} \right.$$

d) Mittelkraftlinie.

$$a_1 = \frac{14,0 \cdot 0,228}{1,852} = 1,724 \text{ m},$$

$$a_2 = \frac{18,0 \cdot 0,228 + 4,0 \cdot 5,378}{1,852} = 13,832 \text{ m},$$

$$a_3 = \frac{14,0 \cdot 0,228}{8,148} = 0,392 \text{ m}.$$

5. Waagerechte Belastung  $w = 1 \text{ t/m}$  (Abb. 569 u. 570).

a) Schnittkräfte im Hauptsystem (Tab. 46 S. 585).

$$\Phi = \frac{1}{4 \cdot 4,717} [4 \cdot 0,286 (3 \cdot 1,650 - 0,222) + 6 (1,650 + 0,778) + 3 \cdot 2,246 \cdot 0,778] = 1,326,$$

$$A_0^{(1)} = -B_0^{(1)} = -\frac{1 \cdot 14,0^2}{2 \cdot 27,0} = -3,630 \text{ t},$$

$$H_{a,b}^{(1)} = -\frac{1 \cdot 14,0}{2} \left( \pm 1 + \frac{0,778}{2} \cdot 1,326 \right) = \left\{ \begin{matrix} -10,609 \text{ t} \\ +3,392 \text{ t} \end{matrix} \right.,$$

$$M_{c,a}^{(1)} = -\frac{1 \cdot 14,0^2}{4} (1 \mp 1 - 0,778 \cdot 1,326) = \left\{ \begin{matrix} +50,524 \text{ mt} \\ -47,476 \text{ mt} \end{matrix} \right.,$$

$$M_{e,f}^{(1)} = -\frac{1 \cdot 14,0^2}{4} (1 + 2 \cdot 0,286 \mp 0,260 - 1,326) = \left\{ \begin{matrix} +0,662 \text{ mt} \\ -24,750 \text{ mt} \end{matrix} \right.$$

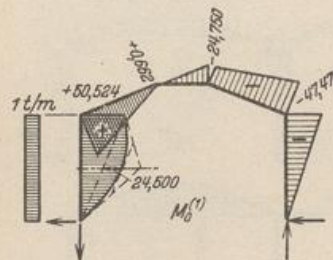


Abb. 569.

b) Berechnung von  $X_1$ .

$$\delta_{10}^{(1)} = \frac{4,0}{2} (0,662 - 24,750) \cdot 7,0$$

$$+ \left[ \frac{4,0}{6} (2 \cdot 0,662 + 50,524) - \frac{4,0}{6} (2 \cdot 24,750 + 47,476) \right] \times 10,77 = -661,292,$$

$$X_1 = \frac{-661,292}{109,148} = -6,059 \text{ t}.$$

c) Schnittkräfte.

$$A = -B = -3,630 \text{ t},$$

$$H_{a,b} = \left. \begin{matrix} -10,609 \\ +3,392 \end{matrix} \right\} + 6,059 \cdot 0,111 = \left\{ \begin{matrix} -9,934 \text{ t} \\ +4,066 \text{ t} \end{matrix} \right.,$$

$$M_{c,a} = \left. \begin{matrix} 50,524 \\ -47,476 \end{matrix} \right\} - 6,059 \cdot 1,559 = \left\{ \begin{matrix} +41,077 \text{ mt} \\ -56,923 \text{ mt} \end{matrix} \right.,$$

$$M_{e,f} = \left. \begin{matrix} 0,662 \\ -24,750 \end{matrix} \right\} + 6,059 \cdot 1,995 = \left\{ \begin{matrix} 12,749 \text{ mt} \\ -12,663 \text{ mt} \end{matrix} \right.$$

d) Mittelkraftlinie.

$$a_1 = \frac{4,066 \cdot 14,0}{3,630} = 15,683 \text{ m},$$

$$a_2 = \frac{4,066 \cdot 18,0 - 6,059}{3,630} = 13,488 \text{ m}.$$

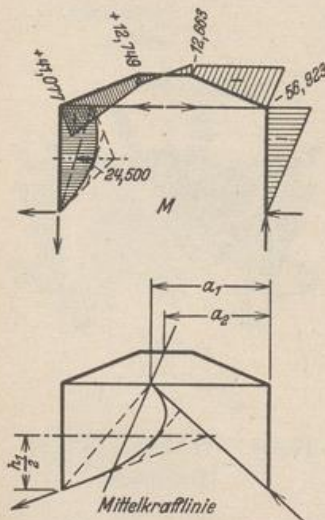


Abb. 570.



**Berechnung eines geschlossenen, symmetrischen Rahmens.**

1. Geometrische Grundlagen (Abb. 571) (Tab. 59 S. 605).

$$l_o = 6,0, \quad l_u = 9,0, \quad h = 3,0, \quad m = 1,5, \quad s = 3,3541 \text{ m},$$

$$\lambda_1 = \frac{1,5}{9,0} = 0,1667, \quad \lambda_2 = \frac{1,5}{6,0} = 0,2500,$$

$$\lambda'_1 = \frac{6,0}{9,0} = 0,6667, \quad \lambda''_1 = \frac{9,0}{6,0} = 1,5000,$$

$$\alpha_o = \frac{6,0}{3,3541} \frac{45^3}{40^3} = 2,5463, \quad \alpha_u = \frac{9,0}{3,3541} \frac{45^3}{60^3} = 1,1320,$$

$$\mu = (2 + 3 \cdot 2,5463) (2 + 3 \cdot 1,1320) - 1 = 51,0115,$$

$$v = 2,5463 \cdot 0,6667^2 + 1,1320 + 2 (1 + 0,6667 + 0,6667^2) = 6,4862.$$

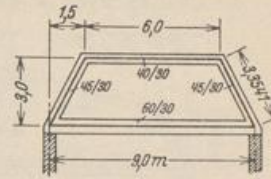


Abb. 571.

2. Belastung des oberen Riegels mit  $p = 1 \text{ t/m}$ . (Abb. 572).

a) Schnittkräfte (Tab. 59 S. 606).

$$H_{a,b} = \frac{1 \cdot 6,0^2}{2 \cdot 3,0} \left[ \frac{2}{3} \frac{2,5463}{51,0115} (1 + 1,1320) + 0,2500 \right] = 2,458 \text{ t}$$

$$M_{a,b} = \frac{1 \cdot 6,0^2}{4} \frac{2,5463}{51,0115} = 0,449 \text{ mt},$$

$$M_{c,d} = -\frac{1 \cdot 6,0^2}{4} \frac{2,5463}{51,0115} (2 + 3 \cdot 1,1320) = -2,424 \text{ mt}.$$

b) Mittelkraftlinie  $M = S \cdot \bar{b}$ ,  $S = H_{a,b} = 2,458 \text{ t}$ .

$$b_1 = \frac{2,424}{2,458} = 0,986 \text{ m}, \quad b_2 = \frac{0,449}{2,458} = 0,183 \text{ m}.$$

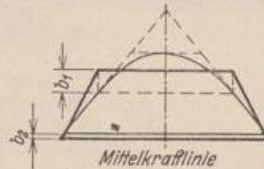
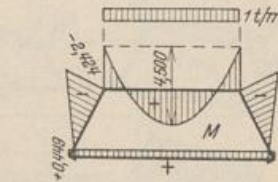


Abb. 572.

3. Waagerechte Belastung  $w = 1 \text{ t/m}$  (Abb. 573).  $\Phi = \frac{1}{6,4862} (2 + 1,1320 - 0,1667) = 0,4572$ .

a) Schnittkräfte (Tab. 59 S. 607).

$$H_{a,b} = \frac{1 \cdot 3,0}{4} \left[ \frac{3}{2 \cdot 51,0115} (1,1320 - 2,5463) - 1 \mp 2 \right]$$

$$= \begin{cases} -0,781 \text{ t}, \\ +2,219 \text{ t}, \end{cases}$$

$$M_{a,b} = -\frac{1 \cdot 3,0^2}{4} \left[ \frac{1 + 3 \cdot 2,5463}{2 \cdot 51,0115} \pm (1 - 0,4572) \right]$$

$$= \begin{cases} -1,412 \text{ mt}, \\ +1,031 \text{ mt}, \end{cases}$$

$$M_{c,d} = -\frac{1 \cdot 3,0^2}{4} \left[ \frac{1 + 3 \cdot 1,1320}{2 \cdot 51,0115} \mp 0,6667 \cdot 0,4572 \right] = \begin{cases} +0,589 \text{ mt}, \\ -0,783 \text{ mt}. \end{cases}$$

b) Mittelkraftlinie. Pfosten und oberer Riegel (I):  $M_I = S_I \cdot \bar{a}$ .

$$S_I = \frac{1}{l_u} \left[ M_a - M_b + \frac{w h^2}{2} \right] = \frac{w h^2}{2 l_u} \Phi,$$

$$S_I = \frac{1 \cdot 3,0^2}{2 \cdot 9,0} \cdot 0,4572 = 0,2286 \text{ t}, \quad a_1 = \frac{1,031}{0,2286} = 4,510, \quad a_2 = \frac{0,589}{0,2286} = 2,577 \text{ m},$$

$$a_3 = \frac{1,412}{0,2286} = 6,177 \text{ m},$$

Unterer Riegel (II):

$$M_{II} = S_{II} \bar{b}, \quad S_{II} = |H_a|,$$

$$b_1 = \frac{1,412}{0,781} = 1,808 \text{ m}.$$

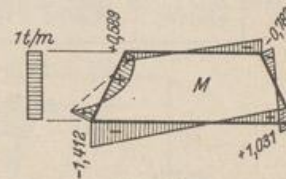


Abb. 573.

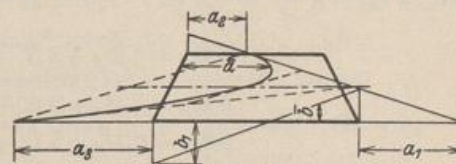


Abb. 574.



Berechnung eines geschlossenen, unsymmetrischen Rahmens.

A. Ansatz nach S. 154ff. mit den Überzähligen  $X_1, X_2, X_3$  (Abb. 576).

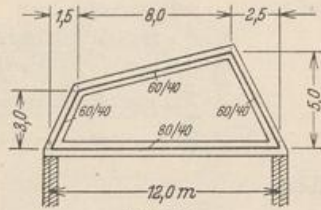


Abb. 575.

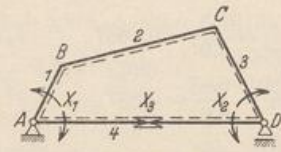


Abb. 576.

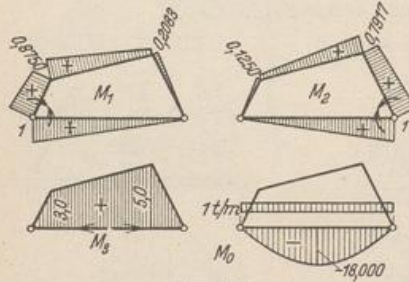


Abb. 577.

1. Geometrische Grundlagen (Abb. 575).

$$J_{1,2,3} = J_c = 0,0072, \quad J_4 = 0,0171 \text{ m}^4,$$

$$l_1 = l'_1 = 3,354, \quad l_2 = l'_2 = 8,246 \text{ m},$$

$$l_3 = l'_3 = 5,590, \quad l_4 = 12,0, \quad l'_4 = 5,063 \text{ m}.$$

2. Belastung.  $p = 1 \text{ t/m}$  auf  $l_4$ .

a) Vorzahlen und Belastungszahlen (Abb. 577).

$$\delta_{10} = -\frac{1}{3} \cdot 5,063 \cdot 18 = -30,375,$$

$$\delta_{20} = \delta_{10}, \quad \delta_{30} = 0.$$

$$\delta_{11} = 5,063 \cdot \frac{1}{3} + 3,354 \cdot \frac{1}{3} (1 + 0,8750 + 0,8750^2) + 8,246$$

$$\cdot \frac{1}{3} (0,8750^2 + 0,8750 \cdot 0,2083 + 0,2083^2) + 5,590 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,2083^2 = 7,4455, \text{ usw.}$$

b) Ansatz und Lösung.

$X_1$	$X_2$	$X_3$		
7,4455	3,2790	23,5025	-30,375	$X_1 = -M_A = -7,047 \text{ mt},$
3,2790	8,2502	28,4889	-30,375	$X_2 = -M_D = -7,967 \text{ mt},$
23,5025	28,4889	191,3351	0	$X_3 = +2,052 \text{ t}.$

$$M_B = 0,875 \cdot 7,047 + 0,125 \cdot 7,967 - 3,0 \cdot 2,052 = 1,006 \text{ mt},$$

$$M_C = 0,2083 \cdot 7,047 + 0,7917 \cdot 7,967 - 5,0 \cdot 2,052 = -2,485 \text{ mt}.$$

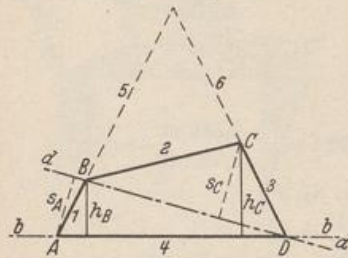


Abb. 578.

B. Lösung c auf S. 568, Belastung  $p = 1 \text{ t/m}$  auf  $l_4$ .

$$\text{Gl. (871): } \mathfrak{B}_A + \mathfrak{B}_B + \mathfrak{B}_C + \mathfrak{B}_D = 0,$$

$$\text{(Abb. 578) } \mathfrak{B}_B h_B + \mathfrak{B}_C h_C = 0,$$

$$\mathfrak{B}_A s_A - \mathfrak{B}_C s_C = 0.$$

Die Gleichgewichtsbedingungen  $\delta A_J = 0$  liefern

$$M_A^{(1)} = -M_A^{(4)} = M_A, \quad M_B^{(2)} = -M_B^{(1)} = M_B,$$

$$M_C^{(3)} = -M_C^{(2)} = M_C, \quad M_D^{(4)} = -M_D^{(3)} = M_D.$$

$$\text{Mit } 6 \tau_{A0}^{(4)} = p \frac{l_4^3 l'_4}{4} = -6 \tau_{D0}^{(4)}, \quad \tau_{A0}^{(1)} = \tau_{B0}^{(1)} = \tau_{B0}^{(2)} = \tau_{C0}^{(2)} = \tau_{C0}^{(3)} = \tau_{D0}^{(3)} = 0 \text{ ist nach (866), (872)}$$

$$6 \mathfrak{B}_A = l'_4 M_D + 2 (l'_4 + l'_1) M_A + l'_1 M_B - \frac{p l_4^3 l'_4}{4},$$

$$6 \mathfrak{B}_B = l'_1 M_A + 2 (l'_1 + l'_2) M_B + l'_2 M_C,$$

$$6 \mathfrak{B}_C = l'_2 M_B + 2 (l'_2 + l'_3) M_C + l'_3 M_D,$$

$$6 \mathfrak{B}_D = l'_3 M_C + 2 (l'_3 + l'_4) M_D + l'_4 M_A - \frac{p l_4^3 l'_4}{4}.$$



Gleichgewichtsbedingungen  $\delta_{Ac} = 0$ .

$$\begin{aligned} (M_A^{(1)} + M_B^{(1)}) v_1 + (M_B^{(2)} + M_C^{(2)}) v_2 + (M_C^{(3)} + M_D^{(3)}) v_3 + (M_D^{(4)} + M_A^{(4)}) v_4 &= 0, \\ (M_A - M_B) v_1 + (M_B - M_C) v_2 + (M_C - M_D) v_3 + (M_D - M_A) v_4 &= 0. \\ v_1 = 1, \quad v_2 = -\frac{l_1}{l_5}, \quad v_3 = \frac{l_1 l_6}{l_5 l_3}, \quad v_4 = 0. \end{aligned}$$

Gleichungssystem für die Schnittkräfte  $M_A, M_B, M_C, M_D$ .

$M_A$	$M_B$	$M_C$	$M_D$	$p$	
$l_4 + l_1$	$l_1 + l_2$	$l_2 + l_3$	$l_3 + l_4$	$-\frac{l_2 l_4}{6}$	o
$l_1 h_B$	$2(l_1 + l_2) h_B + l_2 h_C$	$2(l_2 + l_3) h_C + l_3 h_B$	$l_3 h_C$	—	o
$2(l_4 + l_1) s_A$	$l_1 s_A - l_2 s_C$	$-2(l_2 + l_3) s_C$	$l_4 s_A - l_3 l_3 s_C$	$-\frac{l_2 l_4}{4} s_A$	o
1	$-1 - \frac{l_1}{l_5}$	$\frac{l_1}{l_5} + \frac{l_1 l_6}{l_5 l_3}$	$-\frac{l_1 l_6}{l_5 l_3}$	—	o

$$l_5 = 10,062, \quad l_6 = 7,826, \quad s_A = 3,297, \quad s_C = 4,121 \text{ m.}$$

$M_A$	$M_B$	$M_C$	$M_D$	$p = 1 \text{ t/m}$	
8,4166	11,6003	13,8364	10,6527	-121,5	o
10,0623	110,8328	163,1026	27,9510	o	o
55,4940	-22,9234	-114,0341	-6,3466	-600,8236	o
1	-1,333	0,8	-0,4667	o	o

$$M_A = 7,047 \text{ mt}, \quad M_B = 1,006 \text{ mt}, \quad M_C = -2,845 \text{ mt}, \quad M_D = 7,967 \text{ mt} \quad (\text{Abb. 579}).$$

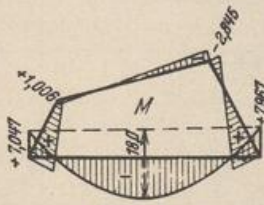


Abb. 579.

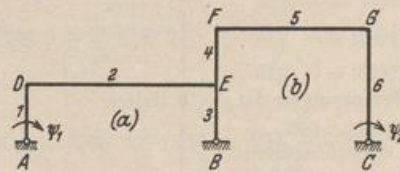


Abb. 580.

Berechnung des zweiteiligen Rahmens Abb. 580 nach Lösung a) auf S. 568.

Abmessungen nach S. 182.  $l_1 = l_3 = l_4 = 4,5 \text{ m}$ ,

$$\begin{aligned} l_2 = 15,0, \quad l_5 = 12,0, \quad l_6 = 9,0, \quad l_1 = 27,0, \quad l_3 = l_4 = 9,0, \quad l_2 = 15,0 \text{ m,} \\ l_5 = 18,0, \quad l_6 = 18,0 \text{ m.} \end{aligned}$$

Es sind 9 Stabendmomente und 6 Stabdrehwinkel unbekannt.

a) Bedingungen für die Formänderung des Stabzuges (Viermomentengleichungen).

$$\begin{aligned} \tau_{DM}^{(2)} - \tau_{DM}^{(1)} + \vartheta_2 - \vartheta_1 + \tau_{D0}^{(2)} - \tau_{D0}^{(1)} &= 0, & \tau_{EM}^{(3)} - \tau_{EM}^{(2)} + \vartheta_3 - \vartheta_2 + \tau_{E0}^{(3)} - \tau_{E0}^{(2)} &= 0, \\ \tau_{EM}^{(4)} - \tau_{EM}^{(3)} + \vartheta_4 - \vartheta_3 + \tau_{E0}^{(4)} - \tau_{E0}^{(3)} &= 0, & \tau_{FM}^{(5)} - \tau_{FM}^{(4)} + \vartheta_5 - \vartheta_4 + \tau_{F0}^{(5)} - \tau_{F0}^{(4)} &= 0, \\ \tau_{GM}^{(6)} - \tau_{GM}^{(5)} + \vartheta_6 - \vartheta_5 + \tau_{G0}^{(6)} - \tau_{G0}^{(5)} &= 0, & \tau_{EM}^{(4)} \text{ nach Gl. (866).} & \end{aligned}$$

Beyer, Baustatik, 2. Aufl., 2. Neudruck.



b) Bedingungen für das Gleichgewicht der Schnittkräfte,  $\delta A_J = 0$ .

$$M_D^{(1)} + M_D^{(2)} = 0, \quad M_E^{(2)} + M_E^{(3)} + M_E^{(4)} = 0, \quad M_F^{(4)} + M_F^{(5)} = 0, \quad M_G^{(5)} + M_G^{(6)} = 0.$$

c) Bedingungen für die Formänderung der Stabkette.

$$\vartheta_1 = \vartheta_3 = \psi_1, \quad \vartheta_2 = \vartheta_5 = 0, \quad \vartheta_6 = \psi_2, \quad \vartheta_4 = \psi_2 \frac{l_6}{l_4} - \psi_1 \frac{l_1}{l_4}.$$

d) Bedingungen für das Gleichgewicht der Schnittkräfte,  $\delta A_c = 0$ .

$$\psi_1 = 1, \quad M_D^{(1)} \cdot 1 + M_E^{(2)} \cdot 1 - (M_E^{(4)} + M_F^{(4)}) \frac{l_1}{l_4} = 0,$$

$$\psi_2 = 1, \quad M_G^{(5)} \cdot 1 + (M_E^{(4)} + M_F^{(4)}) \frac{l_6}{l_4} = 0.$$

Durch Substitution wird dieser allgemeine Ansatz auf 6 Gleichungen mit den unbekanntenen Eckmomenten  $M_D$ ,  $M_E$ ,  $M_G$  und Stabendmomenten  $M_E^{(2)}$ ,  $M_E^{(3)}$ ,  $M_F^{(4)}$  zurückgeführt. Dabei ist es zweckmäßig, die  $\mathfrak{B}$ -Kräfte nach (872) in den Viermomentengleichungen einzuführen. Aus c) folgt:

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = -\psi_1, \quad \vartheta_3 - \vartheta_2 = \psi_1, \quad \vartheta_4 - \vartheta_3 = \psi_2 \frac{l_6}{l_4} - \psi_1 \frac{l_1}{l_4},$$

$$\vartheta_5 - \vartheta_4 = -\psi_2 \frac{l_6}{l_4} + \psi_1 \frac{l_1}{l_4}, \quad \vartheta_6 - \vartheta_5 = \psi_2.$$

Damit gehen die Viermomentengleichungen über in

$$6 \mathfrak{B}_D^{(a)} - 6 \psi_1 = 0, \quad 6 \mathfrak{B}_E^{(a)} + 6 \psi_1 = 0, \quad 6 \mathfrak{B}_E^{(b)} + 6 \psi_2 \frac{l_6}{l_4} - 6 \psi_1 \frac{l_1}{l_4} = 0,$$

$$6 \mathfrak{B}_F^{(b)} + 6 \psi_1 \frac{l_1}{l_4} - 6 \psi_2 \frac{l_6}{l_4} = 0, \quad 6 \mathfrak{B}_G^{(b)} + 6 \psi_2 = 0,$$

oder nach Substitution von  $\psi_1$  und  $\psi_2$  aus der ersten und letzten:

$$6 \mathfrak{B}_D^{(a)} + 6 \mathfrak{B}_E^{(a)} = 0, \quad (1. \text{ Gl.})$$

$$-6 \mathfrak{B}_D^{(a)} \frac{l_6}{l_4} + 6 \mathfrak{B}_E^{(b)} - 6 \mathfrak{B}_G^{(b)} \frac{l_6}{l_4} = 0, \quad (2. \text{ Gl.})$$

$$6 \mathfrak{B}_D^{(a)} \frac{l_1}{l_4} + 6 \mathfrak{B}_F^{(b)} + 6 \mathfrak{B}_G^{(b)} \frac{l_6}{l_4} = 0. \quad (3. \text{ Gl.})$$

Die Bedingungen  $\delta A_J = 0$  liefern:

$$M_D^{(2)} = -M_D^{(1)} = M_D, \quad M_F^{(5)} = -M_F^{(4)} = M_F, \quad M_G^{(6)} = -M_G^{(5)} = M_G$$

und

$$M_E^{(2)} + M_E^{(3)} + M_E^{(4)} = 0. \quad (4. \text{ Gl.})$$

Aus  $\delta A_c = 0$  folgt damit

$$\psi_1 = 1, \quad -M_D + M_E^{(2)} - (M_E^{(4)} - M_F) \frac{l_1}{l_4} = 0, \quad (5. \text{ Gl.})$$

$$\psi_2 = 1, \quad M_G + (M_E^{(4)} - M_F) \frac{l_6}{l_4} = 0. \quad (6. \text{ Gl.})$$

$\mathfrak{B}$ -Kräfte nach Gl. (866), (872) für das vorliegende System:

$$6 \mathfrak{B}_D^{(a)} = 2(l_1' + l_2') M_D - l_2' M_E^{(2)} + 6 \tau_{D0}^{(2)} + 6 \tau_{D0}^{(1)},$$

$$6 \mathfrak{B}_E^{(a)} = l_2' M_D - 2 l_2' M_E^{(2)} + 2 l_3' M_E^{(3)} + 6 \tau_{E0}^{(3)} - 6 \tau_{E0}^{(2)},$$

$$6 \mathfrak{B}_E^{(b)} = -2 l_3' M_E^{(3)} + 2 l_4' M_E^{(4)} + l_4' M_F + 6 \tau_{E0}^{(4)} - 6 \tau_{E0}^{(3)},$$

$$6 \mathfrak{B}_F^{(b)} = l_4' M_E^{(4)} + 2(l_4' + l_5') M_F + l_5' M_G + 6 \tau_{F0}^{(5)} - 6 \tau_{F0}^{(4)},$$

$$6 \mathfrak{B}_G^{(b)} = l_5' M_F + 2(l_5' + l_6') M_G + 6 \tau_{G0}^{(6)} - 6 \tau_{G0}^{(5)}.$$



Belastung:  $pt/m$  auf den Riegeln 2 und 5.

$$\tau_{D0}^{(1)} = \tau_{E0}^{(2)} = \tau_{E0}^{(3)} = \tau_{F0}^{(4)} = \tau_{G0}^{(5)} = 0,$$

$$6 \tau_{D0}^{(2)} = -6 \tau_{E0}^{(2)} = \frac{p l_2^2 l_2'}{4}, \quad 6 \tau_{F0}^{(5)} = -6 \tau_{G0}^{(5)} = \frac{p l_5^2 l_5'}{4}.$$

Das Gleichungssystem wird in Form einer Matrix angeschrieben.

	$M_D$	$M_E^{(2)}$	$M_E^{(3)}$	$M_E^{(4)}$	$M_F$	$M_G$	$p$	
1	$2 l_1' + 3 l_2'$	$-3 l_2'$	$2 l_3'$	0	0	0	$\frac{l_2^2 l_2'}{2}$	0
2	$-2 (l_1 + l_2) \frac{l_6}{l_4}$	$l_2' \frac{l_6}{l_4}$	$-2 l_3'$	$2 l_4'$	$l_4 - l_5' \frac{l_6}{l_4}$	$-2 (l_5 + l_6) \frac{l_6}{l_4}$	$-\frac{l_6}{l_4} \left( \frac{l_2^2 l_2'}{4} + \frac{l_5^2 l_5'}{4} \right)$	0
3	$2 (l_1 + l_2) \frac{l_1}{l_4}$	$-l_2' \frac{l_1}{l_4}$	0	$l_4'$	$2 (l_4 + l_5) + l_5' \frac{l_6}{l_4}$	$l_5 + 2 (l_5 + l_6) \frac{l_6}{l_4}$	$\frac{l_2^2 l_2'}{4} \frac{l_1}{l_4} + \frac{l_5^2 l_5'}{4} \left( 1 + \frac{l_6}{l_5} \right)$	0
4	0	I	I	I	0	0	0	0
5	-I	0	I	$-\frac{l_1}{l_4}$	$\frac{l_6}{l_4}$	0	0	0
6	0	0	0	$\frac{l_6}{l_4}$	$-\frac{l_6}{l_4}$	I	0	0

	$M_D$	$M_E^{(2)}$	$M_E^{(3)}$	$M_E^{(4)}$	$M_F$	$M_G$	$p$	
1	99	-45	18	0	0	0	1687,5	0 $M_D = -9,3269 p \text{ mt},$
2	-168	30	-18	18	-27	-144	-2983,5	0 $M_E^{(2)} = +14,2645 p \text{ mt},$
3	84	-15	0	9	90	162	2787,75	0 $M_E^{(3)} = -6,7899 p \text{ mt},$
4	0	I	I	I	0	0	0	0 $M_E^{(4)} = -7,4746 p \text{ mt},$
5	-I	0	I	-I	I	0	0	0 $M_F = -10,0116 p \text{ mt},$
6	0	0	0	2	-2	I	0	0 $M_G = -5,0739 p \text{ mt}.$

Darstellung des Momentenbildes s. Abb. 169 S. 182.

Die Stabendmomente sind die Wurzeln von 6 Gleichungen, die keine symmetrische Matrix besitzen und für jede Belastung besonders aufgelöst werden. Sie lassen sich jedoch durch Superposition der Stabendmomente aus den Anteilen der Belastung und der drei statisch unbestimmten Größen nachträglich auf 3 Normalgleichungen zurückführen. Diese konnten bei Untersuchung desselben Rahmens nach Abschn. 25 auf S. 182 ff. unmittelbar angeschrieben werden. Diese Lösung ist daher einfacher.

Mohr, O.: Abhandlungen aus dem Gebiete der Techn. Mechanik, 3. Aufl. S. 512. Berlin 1928. — Kleinlogel, A.: Rahmenformeln, 6. Aufl. Berlin 1929. — Staack, J.: Rahmen und Balken. Berlin 1931.