



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

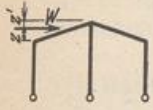
Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Lösung A

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)



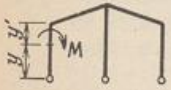
$$\Phi = \frac{1}{2\nu} (\omega_D + \varphi' \omega'_D + \frac{\varphi'^2}{\varphi} \alpha),$$

$$M_{d,\sigma} = -\frac{Wf}{2} \left[\frac{1}{\mu} (2\omega'_D - \omega_D) \mp \frac{\varphi'}{\varphi} (1 - \varphi \Phi) \right],$$

$$M_{e,\sigma'} = -\frac{Wf}{4} \left[\omega_D + \frac{1}{\mu} (2\omega_D - \omega'_D) \pm 2\Phi \right],$$

$$M_f = Wf\Phi.$$

$$z = 0: \quad \begin{cases} M_{d,\sigma} = \pm \frac{W h_1}{2} \left(1 - \frac{\varphi'^2}{2\nu} \alpha \right), \\ M_{e,\sigma'} = \mp \frac{W h_1 \varphi'}{4\nu} \alpha, \\ M_f = \frac{W h_1 \varphi'}{2\nu} \alpha. \end{cases}$$

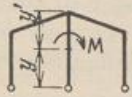


$$\Phi = \frac{\varphi'}{2\nu} (\alpha - \kappa_1 \omega_M),$$

$$M_{h,\kappa} = \frac{M}{2} \left[2 \frac{\kappa_1}{\mu} \omega_M \pm (1 - \varphi' \Phi) \right],$$

$$\eta = \frac{y}{h_1}, \quad \eta' = \frac{y'}{h_1}. \quad M_{e,\sigma'} = -\frac{M}{2} \left[\frac{\kappa_1}{\mu} \omega_M \pm \Phi \right],$$

$$M_f = M\Phi.$$



$$\Phi = \frac{1}{2\nu} (2\kappa_2 \omega_M + \varphi'^2 \alpha),$$

$$M_{d,\sigma} = \pm \frac{M}{2} \varphi' (1 - \Phi),$$

$$\eta = \frac{y}{h}, \quad \eta' = \frac{y'}{h}. \quad M_{e,\sigma'} = \mp \frac{M}{2} \Phi,$$

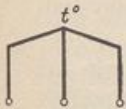
$$y' > 0: \quad M_f = M\Phi.$$

$$y = h_1: \quad \Phi = \frac{\varphi'}{2\nu} (2 + \varphi''), \quad \omega_M = 2.$$

$$y = h: \quad \Phi = \frac{1}{2\nu} (4\kappa_2 + \varphi'^2 \alpha), \quad M_f = -M(1 - \Phi).$$

$$y = 0: \quad \Phi = \frac{\varphi'}{2\nu} (\alpha + \kappa_1), \quad \omega_M = -1.$$

$$y = 0: \quad \Phi = \frac{1}{2\nu} (\varphi'^2 \alpha - 2\kappa_2).$$



$$M_{d,\sigma} = -\frac{12 E J_s l \alpha_t t}{\mu s h_1},$$

$$M_{e,\sigma'} = \frac{6 E J_s \alpha_t t l}{\mu s h_1}, \quad M_f = 0.$$

62. Die räumliche Belastung des ebenen Tragwerks.

Während das ebene Tragwerk bei Belastung in der Symmetrieebene als Scheibe oder Scheibenverbindung angesehen und berechnet wird, ist bei allgemeinem Kraftangriff die räumliche Betrachtung von Träger, Stützung und Formänderung notwendig. Der Abschnitt eines Stabes besitzt in diesem Falle sechs Freiheitsgrade, so daß für die äußeren Kräfte sechs Gleichgewichtsbedingungen angeschrieben werden können. Die Verschiebung eines Querschnitts ist durch sechs geometrische Parameter, der Spannungszustand ($\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}$) eines Querschnitts bei Annahme eines linearen Ansatzes für σ_x durch sechs Schnittkräfte (43) bestimmt.

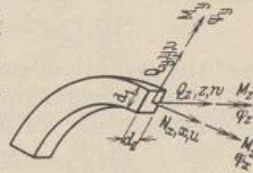


Abb. 581.

Die äußeren Kräfte werden in Komponenten zerlegt, die in der Trägerebene und senkrecht dazu angreifen. Der Beitrag jeder Gruppe zum Spannungs- und Verschiebungszustand darf nach dem Superpositionsgesetz getrennt angegeben werden. Die räumliche Belastung besteht daher nur aus Kräften winkelrecht zur Ebene des Tragwerks, für welche das Biegemoment M_z und die Querkraft Q_y Null sind, während die Verschiebungen u, v und die Verdrehung φ_z als klein gegen die Komponenten w, φ_x, φ_y vernachlässigt werden (Abb. 581).

Lösung A. Die ebenen Tragwerke des Bauwesens mit räumlichem Charakter sind, abgesehen von wenigen Ausnahmen, statisch unbestimmt. Der Spannungszustand kann daher ebenso wie in Abschn. 24 aus den Schnittkräften eines Hauptsystems entwickelt werden, an dem die statisch unbestimmten Schnittkräfte neben der

Belastung als äußere Kräfte angreifen. Sie werden nach denselben Gesichtspunkten wie bei Tragwerken unter ebener Belastung ausgewählt und berechnet (Abschn. 24ff.). Daher lassen sich nach Abschn. 28 und 36 auch statisch überzählige Gruppenlasten bilden.

Die Schnittkräfte des Spannungszustandes werden durch Superposition gefunden.

$$\left. \begin{aligned} M_y &= M_{y,0} - \sum X_h M_{y,h}, & M_x &= M_{x,0} - \sum X_h M_{x,h}, \\ Q_z &= Q_{z,0} - \sum X_h Q_{z,h}; \end{aligned} \right\} \quad (876) \quad (h = 1 \dots n).$$

Dasselbe gilt für die Komponenten des Verschiebungszustandes des Hauptsystems. Die relativen Verschiebungen δ_k sind infolge der Kontinuität des vorgeschriebenen Tragwerks Null, so daß hier in Verbindung mit den Bemerkungen auf S. 89 ähnliche geometrische Bedingungen wie in Abschn. 24 angeschrieben werden können.

$$1_k \delta_k = 1_k (\delta_{k0} - \sum_{h=1}^n X_h \delta_{kh}), \quad (k = 1 \dots n).$$

$$1_k^{(0)} \delta_k = \int M_y^{(n)} M_{y,k}^{(0)} \frac{J_z}{J_y} ds + \frac{E}{G} \int M_x^{(n)} M_{x,k}^{(0)} \frac{J_c}{T} ds + E J_c \int M_{y,k}^{(0)} \frac{\alpha_t \Delta t}{d_2} ds = 0.$$

Die statische Untersuchung unterliegt denselben Rechenvorschriften wie bei ebener Belastung des Tragwerks (Abschn. 24ff.) und besteht daher aus folgenden Teilen:

1. Entwicklung der Funktionen $M_{y,0}, M_{y,k}, M_{x,0}, M_{x,k}$.
2. Analytische oder numerische Integration der Vorzahlen und Belastungszahlen δ_{kh}, δ_{k0} .
3. Auflösung des Ansatzes und Nachweis der Schnittkräfte im Hauptsystem aus Belastung und überzähligen Größen X_k .

Lösung B. Die statische Untersuchung des Tragwerks kann ebenso wie bei ebener Belastung auf die geometrischen Randbedingungen der Stäbe zurückgeführt werden (Abschn. 38). Diese sind hier durch die Verdrehung und durch die Verschiebung des Stabknotens, also durch sechs Komponenten bestimmt, von denen allerdings $u_j, v_j, \varphi_{z,j}$ durch die Art der vorgeschriebenen Belastung Null sind. Die Verschiebungen w_j, w_K werden im Sinne der z -Achse, die Drehwinkel $\varphi_{x,j}, \varphi_{y,j}$ im Sinne des Uhrzeigers als positiv angenommen und stets mit dem $E J_c$ fachen Betrage verwendet. Sie ergeben sich ebenso wie in Abschn. 38 aus den Bedingungen für das Gleichgewicht der äußeren Kräfte an den kinematischen Gebilden $\Gamma_{x,j}, \Gamma_{y,j}, \Gamma_c$. Nach dem Prinzip der virtuellen Verrückungen (S. 315) ist

$$\delta A_{x,j} = 0, \quad \delta A_{y,j} = 0, \quad \delta A_c = 0 \quad (j = A \dots N, \quad c = 1 \dots f).$$

Der Ansatz enthält außer der Belastung $\mathfrak{P}_k, \mathfrak{P}_j$ der Stäbe k und Knoten j nach S. 319 die Anschlußkräfte $M_{y,j}^{(k)}, M_{x,j}^{(k)}$ an den Elementen der kinematischen Ketten als Funktion der Verschiebungen der Knotenpunkte:

$$\left. \begin{aligned} M_{y,j}^{(k)} &= M_{y,j0}^{(k)} + \varphi_{y,j} M_{y,jj}^{(k)} + \varphi_{y,K} M_{y,jK}^{(k)} + \vartheta_{y,k} M_{y,jk}^{(k)}, \\ M_{x,j}^{(k)} &= M_{x,j0}^{(k)} + \varphi_{x,j} M_{x,jj}^{(k)} + \varphi_{x,K} M_{x,jK}^{(k)}. \end{aligned} \right\} \quad (877)$$

Der Drehsinn der Anschlußmomente am Stab wird in Übereinstimmung mit demjenigen der Drehwinkel im Uhrzeigersinn positiv gerechnet. Für gerade Stäbe l_k mit gleichbleibendem Querschnitt, also auch mit

$$J_{y,k} = \text{const}, \quad T_k = \text{const} \quad \text{und} \quad \frac{J_c}{J_{y,k}} l_k = l_k', \quad \frac{E}{G} \frac{J_c}{T_k} l_k = l_k'' = \varrho_k l_k' \quad (878)$$

ist nach S. 308

$$\left. \begin{aligned} M_{y,j}^{(k)} &= M_{y,j0}^{(k)} + \varphi_{y,j} \frac{4}{l_k'} + \varphi_{y,K} \frac{2}{l_k''} - \vartheta_{y,k} \frac{6}{l_k'}, \\ M_{x,j}^{(k)} &= M_{x,j0}^{(k)} - \varphi_{x,j} \frac{1}{l_k''} + \varphi_{x,K} \frac{1}{l_k''}; \end{aligned} \right\} \quad (879)$$