



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

64. Der Kreisringträger

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Aus $\delta_{23} = 0$ folgt $b_0 = \frac{[s + l_1(1 - \rho_s) \cos \alpha] \sin \alpha}{\psi_3 + \kappa_v \rho_l}$

Belastung. a) Einzellast P senkrecht zur Rahmen-ebene und zwei Momente M_a, M_b in der Rahmen-ebene am Eckpunkt c (Abb. 585). Das Ergebnis wird für den symmetrischen und den antisymmetrischen Anteil getrennt angegeben.

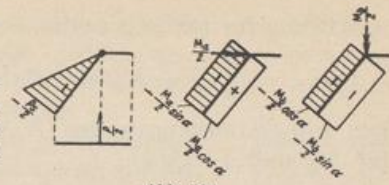


Abb. 585.

Symmetrischer Anteil	X_1 [mt]	Antisymmetrischer Anteil	X_2 [t]	X_3 [mt]
	$-\frac{Pa}{2} \frac{1}{\psi_1 + \kappa_v}$		$\frac{P}{2} \frac{2 + 3 \frac{m}{s}}{\psi_2}$	$\frac{Ph}{2} \frac{1}{\psi_3 + \kappa_v \rho_l}$
	$-\frac{M_a}{2} \frac{1 - \rho_s}{\psi_1 + \kappa_v} \frac{2ah}{s^2}$		$\frac{3}{2} \frac{M_a}{s} \frac{\Phi_2}{\psi_2}$	$\frac{M_a}{2} \frac{\psi_3}{\psi_3 + \kappa_v \rho_l}$
	$-\frac{M_b}{2} \frac{\psi_1}{\psi_1 + \kappa_v}$		$\frac{3}{2} \frac{M_b}{s} \frac{\Phi_1}{\psi_2}$	$\frac{M_b}{2} \frac{1 - \rho_s}{\psi_3 + \kappa_v \rho_l} \frac{2ah}{s^2}$

$\Phi_1 = \left(1 + 2 \frac{m}{3}\right) \cos \alpha + 2 \rho_s \frac{n}{s} \sin \alpha, \quad \Phi_2 = \left(1 + 2 \frac{m}{3}\right) \sin \alpha - 2 \rho_s \frac{n}{s} \cos \alpha.$

b) Gleichmäßig verteilte, waagerechte Belastung auf dem Riegel l_1 (Abb. 586). Die Belastung ist symmetrisch, daher $X_2 = X_3 = 0$.

$$\delta_{10} = -p s' \frac{l_1^2}{8} \left[\frac{\kappa_v}{3} + 4 \frac{s}{l_1} \cos \alpha + \psi_1 \right],$$

$$X_1 = -p \frac{l_1^2}{8} \frac{\frac{1}{3} \kappa_v + 4 \frac{s}{l_1} \cos \alpha + \psi_1}{\kappa_v + \psi_1}.$$

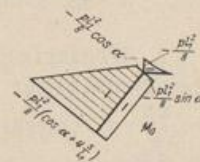


Abb. 586.

Hawranek, A.: Allgemeine Theorie der Wirkung von Querriegeln bei zweireihigen Bogenbrücken. Verhandlungen des 2. Internat. Kongr. f. Techn. Mech., Zürich 1927. — Schwarz, R.: Durchlaufende Bogen unter räumlicher Belastung. Bautechn. 1927 S. 449. — Derselbe: Berechnung des Rahmenwindverbandes von Zweigelenbogenbrücken mit Kreisform und unveränderlichem Trägheitsmoment bei Berücksichtigung elastischer Einspannung durch die Endquerträger. Beton u. Eisen 1928 S. 31.

64. Der Kreisringträger.

Die allgemeine Theorie des querbelasteten Kreisringträgers ist in zahlreichen Arbeiten ausführlich behandelt worden. Sie stützen sich in der Regel auf die Gleichung der elastischen Linie. Da hier jedoch nur einzelne für den Konstrukteur wichtige Ergebnisse angegeben werden sollen, um die Eigenart des Ansatzes aufzuzeigen und die Lösung wichtiger Aufgaben zu erleichtern, wird auf die allgemeine Untersuchung der Formänderung des Trägers verzichtet.

Aus dem Gleichgewicht der äußeren Kräfte an einem Abschnitt ds folgt nach (68) und Abb. 587

$$\frac{dQ}{d\alpha} = -pr, \quad \frac{dM_x}{d\alpha} = -M_y, \quad \frac{dM_y}{d\alpha} = M_x + Qr. \quad (888)$$

Den Nullstellen des Biegemomentes M_y sind daher Größtwerte des Drillungsmomentes M_x , den Größtwerten des Biegemomentes M_x Wendepunkte der Funktion des Drillungsmomentes M_y zugeordnet.

Lösung für statisch bestimmte Aufgaben:

$$\frac{d^2 M_y}{d\alpha^2} + M_y = -p r^2, \quad M_y = A \sin \alpha + B \cos \alpha - p r^2. \quad (889)$$

Die Integrationskonstanten A und B ergeben sich aus den Randbedingungen für M_y und $dM_y/d\alpha$.

$$M_x = -\int M_y d\alpha, \quad Q = \frac{1}{r} \left(\frac{dM_y}{d\alpha} - M_x \right). \quad (890)$$

Die Schnittkräfte sind jedoch in der Regel statisch unbestimmt, sie lassen sich aber trotzdem für besondere Belastungsfälle allein aus den Gleichgewichtsbedingungen angeben, da die statisch unbestimmten Größen Null oder bekannt sind. Die Belastung wird aus diesem Grunde durch Umordnung aufgespalten, so daß die äußeren Kräfte eines jeden Anteils zu den Symmetrieachsen des Tragwerks symmetrisch oder antisymmetrisch sind. Bei Symmetrie der äußeren Kräfte in bezug auf eine Achse I (Abb. 587) ist in den beiden ihr angehörenden Querschnitten des Trägers:

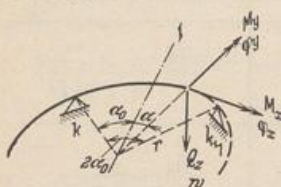


Abb. 587.

$$w_I \neq 0, \quad \varphi_{y,I} = 0, \quad \varphi_{x,I} \neq 0; \\ Q_{z,I} = 0, \quad M_{y,I} \neq 0, \quad M_{x,I} = 0.$$

Bei Antimetrie der Belastung ist dort

$$w_I = 0, \quad \varphi_{y,I} \neq 0, \quad \varphi_{x,I} = 0; \\ Q_{z,I} \neq 0, \quad M_{y,I} = 0, \quad M_{x,I} \neq 0.$$

1. Kreisringträger mit gerader oder ungerader Stützzahl n und gleichmäßiger Belastung durch p t/m. $2\alpha_0 = 2\pi/n$, $\alpha_0 = \pi/n$. Stützkraft $K = \frac{2\pi}{n} r p$, Querkräfte links und rechts der Stütze $Q_{z,k} = \mp \frac{\pi}{n} r p$ (Abb. 587).

Infolge Symmetrie der Belastung sind die Drillungsmomente der Querschnitte an den Stützen und Feldmitten Null. Die Schnittkräfte können daher entweder aus einer Integration der Gleichung (888) oder durch unmittelbare Gleichgewichtsbetrachtungen abgeleitet werden.

$$\left. \begin{aligned} M_{y,k} &= r^2 p \left(\frac{\pi}{n} \operatorname{ctg} \alpha_0 - 1 \right), & M_y &= r^2 p \left(\frac{\pi}{n} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha_0} - 1 \right), \\ M_x &= -r^2 p \left(\frac{\pi}{n} \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_0} - \alpha \right), & Q_z &= -r p \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (891)$$

2. Kreisringträger mit einer geraden Stützzahl n und wechselweiser Belastung der Felder durch $\pm p$ t/m. Die Stützkräfte und die Querkräfte in Feldmitte sind Null, die Querkräfte links und rechts einer Stütze gleich groß und $\pm \frac{\pi}{n} r p$. Die Drillungsmomente in den Trägermitten und die Biegemomente über den Stützen sind Null. Die Drillungsmomente an den Endquerschnitten eines Abschnittes sind entgegengesetzt gleich. Die Verdrehung φ_x der Endquerschnitte ist Null.

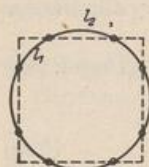


Abb. 588.

$$\left. \begin{aligned} M_y &= r^2 p \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_0} - 1 \right), \\ M_x &= r^2 p \left(\alpha - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha_0} \right), & Q_z &= -r p \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (892)$$

3. Die statisch bestimmte Lösung kann auch für Kreisringträger angeschrieben werden, welche nach Abb. 588 durch die Art der Abstützung in n Felder mit zwei

verschiedenen Größen l_1, l_2 zerlegt werden. In diesem Falle sind die Drillungsmomente über den Stützen von Null verschieden, jedoch bei voller Belastung entgegengesetzt gleich. Biegungs- und Drillungsmoment können daher ebenfalls aus den Gleichgewichtsbedingungen abgeleitet werden.

4. Die Schnittkräfte eines auskragenden Kreisbogenträgers Abb. 589 sind bei symmetrischer Belastung statisch bestimmt, da im Symmetriepunkt c

$$Q_{z,c} = 0, \quad M_{x,c} = 0.$$

Einzellast P in c .

$$A = -\frac{P}{2} \frac{f}{l}, \quad B = \frac{P}{2} \left(1 + \frac{f}{l}\right), \quad M_{y,c} = \frac{Pb}{2} \left(1 - \frac{df}{bl}\right). \quad (893)$$

Zwei Einzellasten P in e, e' .

$$\left. \begin{aligned} A &= -P \frac{n}{l}, & B &= P \left(1 + \frac{n}{l}\right), \\ M_{y,c} &= Pb \left(1 - \frac{m}{b} - \frac{nd}{bl}\right). \end{aligned} \right\} \quad (894)$$

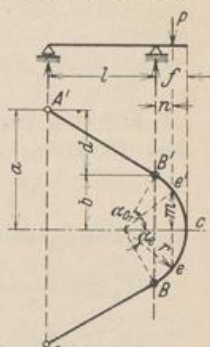


Abb. 589.

Gleichmäßig verteilte Belastung p t/m über B, B' .

$$A = -pr\alpha_0 \frac{s}{l}, \quad B = pr\alpha_0 \left(1 + \frac{s}{l}\right), \quad M_{y,c} = pb r \left[\alpha_0 \left(1 - \frac{sd}{lb}\right) - \frac{f}{b}\right]. \quad (895)$$

$s = (\sin \alpha_0 - \alpha_0 \cos \alpha_0) r / \alpha_0 =$ Abstand des Bogenschwerpunktes von BB' .

5. Der eingespannte Kreisbogenträger Abb. 590 ist bei symmetrischer Belastung senkrecht zur Trägerebene einfach statisch unbestimmt, da $Q_{z,c}$ und $M_{x,c}$ im Symmetriepunkt c Null sind.

$$M_{y,c} = -X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}.$$

$$\delta_{10} = 2r \int_0^{\alpha_0} (M_{y,0} \cos \alpha - M_{x,0} \varrho \sin \alpha) d\alpha,$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= 2r \int_0^{\alpha_0} (\cos^2 \alpha + \varrho \sin^2 \alpha) d\alpha \\ &= \frac{r}{2} [2(\varrho + 1)\alpha_0 - (\varrho - 1)\sin 2\alpha_0]. \end{aligned} \right\} \quad (896)$$

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{2}: \quad \delta_{11} = \frac{r\pi}{2} (\varrho + 1).$$

Einzellast P in c .

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= Pr \frac{2 \frac{\varrho}{\varrho-1} (\cos \alpha_0 - 1) + \sin^2 \alpha_0}{2 \frac{\varrho+1}{\varrho-1} \alpha_0 - \sin 2\alpha_0} \end{aligned} \right\} \quad (897)$$

$$M_y = -\frac{P}{2} r \sin \alpha - X_1 \cos \alpha, \quad M_x = \frac{P}{2} r (1 - \cos \alpha) + X_1 \sin \alpha.$$

Zwei Einzellasten P in e, e' .

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= 2Pr \frac{\frac{2\varrho}{\varrho-1} (\cos \alpha_0 - \cos \alpha_e) + \frac{\varrho+1}{\varrho-1} (\alpha_0 - \alpha_e) \sin \alpha_e + \sin \alpha_0 \sin (\alpha_0 - \alpha_e)}{2 \frac{\varrho+1}{\varrho-1} \alpha_0 - \sin 2\alpha_0} \end{aligned} \right\} \quad (898)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_e < \alpha < \alpha_0: & M_y = -Pr \sin (\alpha - \alpha_e) - X_1 \cos \alpha, \\ & M_x = Pr (1 - \cos (\alpha - \alpha_e)) + X_1 \sin \alpha. \end{aligned} \right\}$$

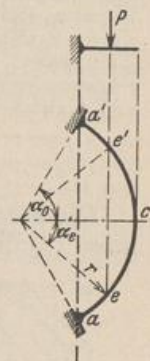


Abb. 590.

Gleichmäßig verteilte Last p t/m.

$$X_1 = -pr^2 \frac{\frac{\varrho+1}{\varrho-1}(4\sin\alpha_0 - 2\alpha_0) - \frac{4\varrho}{\varrho-1}\alpha_0\cos\alpha_0 + \sin 2\alpha_0}{2\frac{\varrho+1}{\varrho-1}\alpha_0 - \sin 2\alpha_0} \quad (899)$$

$$M_{y,c} = -pr^2(1 - \cos\alpha) - X_1\cos\alpha, \quad M_{x,c} = pr^2(\alpha - \sin\alpha) + X_1\sin\alpha.$$

Für den Halbkreisbogenträger $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$ ist bei Belastung durch eine Einzel-
last P in c

$$M_{y,c} = \frac{Pr}{\pi}, \quad M_{y,a} = -\frac{Pr}{2}, \quad M_{x,a} = \frac{Pr}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right), \quad (900)$$

bei zwei Einzellasten P in e, e'

$$\left. \begin{aligned} M_{y,c} &= \frac{2Pr}{\pi} \left[\cos\alpha_e - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_e\right) \sin\alpha_e \right], & M_{y,a} &= -Pr \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_e\right), \\ M_{x,a} &= \frac{2Pr}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \cos\alpha_e - \alpha_e \sin\alpha_e\right), \end{aligned} \right\} \quad (901)$$

bei gleichmäßig verteilter Last p t/m

$$M_{y,c} = \frac{pr^2}{\pi}(4 - \pi), \quad M_{y,a} = -pr^2, \quad M_{x,a} = pr^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi}\right). \quad (902)$$

Die Größtwerte der Momente treten an der Einspannstelle auf. Bei beliebiger Belastung werden die überzähligen Größen nach Abschn. 63 durch numerische Integration berechnet.

Düsterbehn, F.: Ringförmige Träger. Eisenbau 1920 S. 73. — Derselbe: Einflußlinien ringförmiger Träger. Eisenbau 1921 S. 78. — Derselbe: Biegelinien ringförmiger Träger. Eisenbau 1921 S. 249. — Unold, G.: Der Kreisträger. Berlin 1922. — Heßler, St.: Der nach einem Kreisbogen gekrümmte, beiderseits eingespannte Eisenbetonträger mit rechteckigem Querschnitt. Beton u. Eisen 1927 S. 429. — Derselbe, Der kontinuierliche, halbkreisförmig gebogene und gleichmäßig belastete Eisenbetonträger mit rechteckigem Querschnitt auf 3 und 4 gleich weit entfernten Stützen. Beton u. Eisen 1930 S. 149.

65. Der Trägerrost.

Der Trägerrost besteht aus zwei oder mehr Scharen von Trägern, deren Schwerlinien parallel zu einer Ebene liegen und den Rand des Feldes unter rechtem oder spitzem Winkel schneiden. Die Verbindung der Träger ist in der Regel drehsteif. Sie wird jedoch zur Vereinfachung der Rechnung in einzelnen Fällen nur zug- und druckfest angenommen. Die Enden sind unverschieblich oder elastisch verschieblich und können sich dabei entweder um einen Punkt oder auch um eine vorgeschriebene Achse drehen (Abb. 591). Diese Bewegung der Enden wird durch die starre Einspannung der Träger aufgehoben. Sie ist bei durchlaufenden Rosten durch die Formänderung des zusammenhängenden elastischen Gebildes bestimmt.

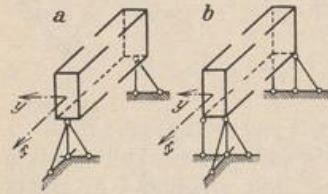


Abb. 591.

Ebenso wie der Plattenbalken als Ausgestaltung des Plattenstreifens angesehen wird, gilt der Trägerrost in konstruktiver Beziehung als Entwicklung der polygonal begrenzten Platte. Trägerrost und Platte unterscheiden sich jedoch von Plattenbalken und Plattenstreifen durch den räumlichen Charakter der Tragwirkung. Dies zeigt bereits die angenäherte statische Untersuchung ohne Berücksichtigung der Drillungssteifigkeit der Platte oder der drehsteifen Verbindung der Träger des Rostes. Sie führt in beiden Fällen zur Aufteilung der Belastung auf zwei statisch gleichwertige biegungssteife Gebilde.