Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

65. Der Trägerrost

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Gleichmäßig verteilte Last p t/m.

$$\left.\begin{aligned} X_1 &= -p r^2 \frac{\frac{\varrho+1}{\varrho-1}(4\sin\alpha_0 - 2\alpha_0) - \frac{4\varrho}{\varrho-1}\alpha_0\cos\alpha_0 + \sin 2\alpha_0}{2\frac{\varrho+1}{\varrho-1}\alpha_0 - \sin 2\alpha_0}. \\ M_y &= -p r^2(1-\cos\alpha) - X_1\cos\alpha, \qquad M_x = p r^2(\alpha - \sin\alpha) + X_1\sin\alpha. \end{aligned}\right\} \tag{899}$$

Für den Halbkreisbogenträger $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$ ist bei Belastung durch eine Einzellast P in c

$$M_{y,c} = \frac{P r}{\pi}, \qquad M_{y,a} = -\frac{P r}{2}, \qquad M_{x,a} = \frac{P r}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right), \tag{900}$$

bei zwei Einzellasten P in e, e'

$$\left.\begin{aligned} M_{y,c} &= \frac{2 P r}{\pi}\left[\cos\alpha_e - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_e\right)\sin\alpha_e\right], \qquad M_{y,a} = -P r \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_e\right), \\ M_{x,a} &= \frac{2 P r}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \cos\alpha_e - \alpha_e\sin\alpha_e\right), \end{aligned}\right\} \tag{901}$$

bei gleichmäßig verteilter Last p t/m

$$M_{y,c} = \frac{p r^2}{\pi}(4-\pi), \qquad M_{y,a} = -p r^2, \qquad M_{x,a} = p r^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi}\right). \tag{902}$$

Die Größtwerte der Momente treten an der Einspannstelle auf. Bei beliebiger Belastung werden die überzähligen Größen nach Abschn. 63 durch numerische Integration berechnet.

Düsterbehn, F.: Ringförmige Träger. Eisenbau 1920 S. 73. — Derselbe: Einflußlinien ringförmiger Träger. Eisenbau 1921 S. 78. — Derselbe: Biegungslinien ringförmiger Träger. Eisenbau 1921 S. 249. — Unold, G.: Der Kreisträger. Berlin 1922. — Heßler, St.: Der nach einem Kreisbogen gekrümmte, beiderseits eingespannte Eisenbetonträger mit rechteckigem Querschnitt. Beton u. Eisen 1927 S. 429. — Derselbe, Der kontinuierliche, halbkreisförmig gebogene und gleichmäßig belastete Eisenbetonträger mit rechteckigem Querschnitt auf 3 und 4 gleich weit entfernten Stützen. Beton u. Eisen 1930 S. 149.

65. Der Trägerrost.

Der Trägerrost besteht aus zwei oder mehr Scharen von Trägern, deren Schwerlinien parallel zu einer Ebene liegen und den Rand des Feldes unter rechtem oder spitzem Winkel schneiden. Die Verbindung der Träger ist in der Regel drehsteif. Sie wird jedoch zur Vereinfachung der Rechnung in einzelnen Fällen nur zug- und druckfest angenommen. Die Enden sind unverschieblich oder elastisch verschieblich und können sich dabei entweder um einen Punkt oder auch um eine vorgeschriebene Achse drehen (Abb. 591). Diese Bewegung der Enden wird durch die starre Einspannung der Träger aufgehoben. Sie ist bei durchlaufenden Rosten durch die Formänderung des zusammenhängenden elastischen Gebildes bestimmt.

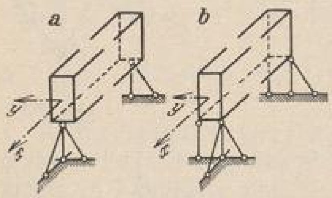


Abb. 591.

Ebenso wie der Plattenbalken als Ausgestaltung des Plattenstreifens angesehen wird, gilt der Trägerrost in konstruktiver Beziehung als Entwicklung der polygonal begrenzten Platte. Trägerrost und Platte unterscheiden sich jedoch von Plattenbalken und Plattenstreifen durch den räumlichen Charakter der Tragwirkung. Dies zeigt bereits die angenäherte statische Untersuchung ohne Berücksichtigung der Drillungssteifigkeit der Platte oder der drehsteifen Verbindung der Träger des Rostes. Sie führt in beiden Fällen zur Aufteilung der Belastung auf zwei statisch gleichwertige biegungssteife Gebilde.

Die Tragwirkung eines Rostes ist bei gleicher Durchbiegung um so größer, je günstiger sich die drehfeste Ausbildung von Träger und Knoten auswirkt. Sie wird durch die seitenschiefe Anordnung der Trägerscharen nach den Patenten von H. Marcus und St. Szegö[1] außerdem noch erhöht, da die Träger im Bereiche der Ecken auf diese Weise negative Biegungsmomente zugewiesen erhalten, welche die Feldmomente verringern. Diese Vergrößerung der Tragfähigkeit gelingt aber nur bei sorgfältiger Übertragung der Schubspannungen aus der Verdrillung der Träger und bei einwandfreier Eintragung der negativen Stützkräfte im Bereiche der Ecken. Die gleichen Überlegungen gelten für den Festigkeitsnachweis der Platten, deren Spannungszustand daher auch als Vorbild für die allgemeine Anordnung des Trägerrostes[2] angesehen werden kann.

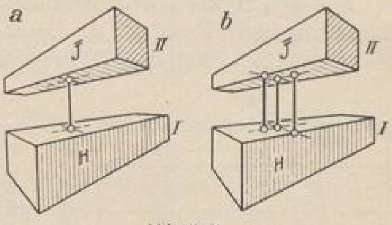


Abb. 592.

Um die allgemeinen statischen und geometrischen Beziehungen für den belasteten Trägerrost zu klären, werden zwei unter einem beliebigen Winkel kreuzende Scharen I, II von parallelen Trägern betrachtet. Bei m Elementen $A \dots H \dots M$ der Gruppe I und r Elementen $\bar{A} \dots \bar{J} \dots \bar{R}$ der Gruppe II einer seitenparallelen Anordnung sind $m \cdot r = n$ Stabknoten vorhanden. Diese werden in der Rechnung für senkrechte Belastung entweder als zug- und druckfeste, einstäbige Verbindung (a mit Abb. 592a) oder als drehsteife, dreistäbige Verbindung der beiden Träger angesehen (b mit Abb. 592b). Der seitenparallele

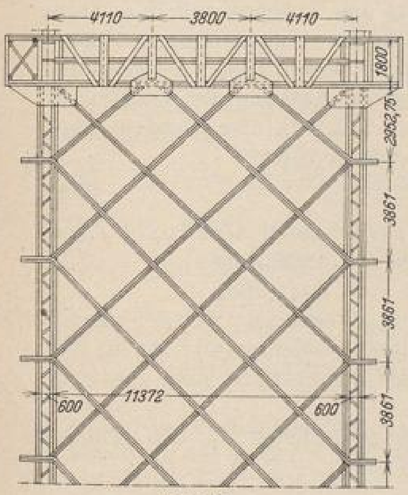


Abb. 593.

[1] Die diagonalen Kreuzträgerroste nach den Vorschlägen von St. Szegö sind nicht neu, sondern bereits im Jahre 1892 bis 95 für die Fahrbahntafel der Elbbrücke Niederwartha und im Jahre 1893 für die Fahrbahntafel der Elbbrücke zwischen Loschwitz und Blasewitz in Dresden (Abb. 593) von Köpke ausgeführt worden, ohne daß damals ein Patentschutz in Anspruch genommen worden ist.

[2] Da die wirtschaftlichen Vorzüge der Kreuzrostdecken in der Literatur mehrfach erörtert werden, sind die genauen Kosten von drei verschiedenen Trägeranordnungen über einem quadratischen Grundriß von 12 m Seitenlänge festgestellt worden (Abb. 594, statische Untersuchung S. 628ff.). Baustoffaufwand mit Löhnen und Schalungskosten in RM nach einer Kalkulation der Löserbauunternehmung Dresden.

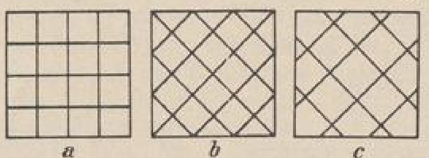


Abb. 594.

I. Ohne Rücksicht auf die drehsteife Verbindung der Träger.
II. Mit Rücksicht auf die drehsteife Verbindung der Träger.

	Anordnung a	Anordnung b	Anordnung c
I	2900.—	3150.—	3020.—
II	3155.—	3420.—	3240.—

Der Vergleich des Baustoffaufwandes zeigt zwar bei Anordnung b kleinere Querschnitte, dagegen einen Mehraufwand von ca. 30 lfd. m Träger. Hierdurch geht der Vorteil aus den kleineren Biegungsmomenten bei Anordnung b gegenüber Anordnung a wieder verloren. Der Trägerquerschnitt kann zwar hier noch in einfacher Weise abgestuft werden, um Beton zu sparen, dafür wird dann der Eisenaufwand größer. Die Berücksichtigung der drehsteifen Verbindung ergibt kleinere Trägerhöhen und weniger Rundeisen für die Balkenbiegung, dafür bedeutet jedoch die Schubsicherung zur Übertragung der Drillungsmomente eine wesentliche Kostenvermehrung und Arbeitsverteuerung. Das Ergebnis kann bei sorgfältiger Bewehrung des Betons gegen Torsion nicht überraschen.

Trägerrost a zählt daher bei frei drehbarer Abstützung der Trägerenden (Abb. 591a) $m \cdot r = n$ statisch überzählige Schnittkräfte, während beim Trägerrost b $3n$ statisch überzählige Kräfte berechnet werden müssen. Der Verschiebungszustand ist in beiden Fällen durch die n senkrechten Verschiebungen und durch $2n$ Drehwinkel φ_k, ψ_k der Tangenten an die Biegelinien der Träger I, II in den Stabknoten k, im ganzen also durch $3n$ unabhängige Komponenten bestimmt. Es liegt daher nahe, die Schnittkräfte des Trägerrostes a als Funktion der Belastung und der statisch überzähligen Größen nach Abschn. 24ff. zu berechnen, dagegen die Schnittkräfte des Trägerrostes b nach Abschn. 38 aus den $3n$ Komponenten w_k, φ_k, ψ_k des Verschiebungszustandes abzuleiten.

Die statische Untersuchung ohne Berücksichtigung der drehsteifen Verbindung der Träger. 1. Die Längskräfte in den gedachten Verbindungsstäben Abb. 593a zwischen den Trägern der Gruppe I und den Trägern der Gruppe II sind die statisch überzähligen Größen Y_k des Ansatzes. Ein positiv definiertes Y_k erzeugt in den Verbindungsstäben Druckspannungen und daher in den Trägern I positive, in den Trägern II negative Biegungsmomente. Das Hauptsystem besteht mit $Y_k = 0$, je nach der Abstützung des Rostes am Rande des Feldes, aus Trägern mit frei drehbaren Enden, aus Rahmen oder aus Trägern mit starr eingespannten Enden. Die erste Anordnung ist statisch bestimmt, die beiden anderen sind statisch unbestimmt. Die Kreuzungswinkel der Gruppen I, II und der Abstand der Träger sind ohne Bedeutung für die Lösung. Die überzähligen Schnittkräfte werden nach Abschn. 24 aus n geometrischen Bedingungsgleichungen berechnet.

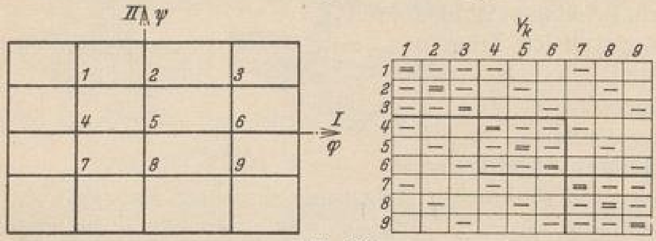


Abb. 595.

$$\sum Y_h \delta_{kh} = \delta_{k0}, \qquad k = 1 \ldots n. \tag{903}$$

In jeder von ihnen (k) sind alle Verbindungskräfte Y am Träger H der Gruppe I und alle Verbindungskräfte Y am Träger J der Gruppe II enthalten.

Ansatz für den Trägerrost mit $m = 3$, $r = 3$, $n = 9$, Abb. 595.

Der Ansatz ist bei Symmetrie des Rostes zu einer, zwei oder vier Achsen wesentlich einfacher, da die Belastung in Teile aufgespalten werden kann, die zu den Achsen I und II oder III und IV symmetrisch oder antimetrisch sind. Das endgültige Ergebnis entsteht durch Superposition.

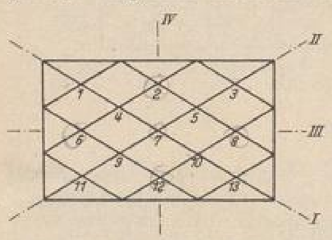


Abb. 596. Trägerrost mit schiefer Symmetrie.

Ansatz bei gleichmäßiger Belastung des symmetrischen Rostes (Abb. 596).

$$Y_2 = 0, \quad Y_6 = 0, \quad Y_{12} = 0, \quad Y_8 = 0, \quad Y_7 = 0;$$

$$(Y_1 = -Y_{11} = Y_{13} = -Y_3) \equiv X_1,$$

$$(Y_4 = -Y_9 = Y_{10} = -Y_5) \equiv X_2.$$

Die überzähligen Verbindungskräfte werden also nach Abschn. 28 zu zwei symmetrischen Gruppenlasten X_1, X_2 zusammengefaßt.

2. Das Ergebnis der Untersuchung kann durch die Fehlerempfindlichkeit der Zahlenrechnung bei Auflösung des Ansatzes und bei der Superposition der Anteile der Biegungsmomente aus der Belastung und den überzähligen Größen Y_k wesentlich beeinträchtigt werden. Diese Schwierigkeiten lassen sich zum Teil durch eine andere Rechenvorschrift umgehen, in die neben den statisch unbestimmten Schnittkräften

auch Komponenten ϱ_k des Verschiebungszustandes als Unbekannte eingehen. Sie werden nach Abschn. 38 derart ausgewählt, daß sich die statisch unbestimmten Schnittkräfte eines Stabwerks mit $\varrho_k = 0$ durch einfache Ansätze ableiten lassen. Die ausgezeichneten Parameter ϱ_k sind hier die n senkrechten Verschiebungen w_k der Stabknoten, da die Schnittkräfte aller Träger H der Gruppe I und aller Träger J der Gruppe II mit $w_k = 0$, $(k = 1, \ldots, n)$ unabhängig voneinander erhalten werden. Jeder von ihnen wirkt statisch als durchlaufender Träger auf starren, frei drehbaren Lagern. Die Stützenmomente werden mit Abb. 597 nach Abschn. 47 bei vorgeschriebenen Verschiebungen w_k aus den geometrischen Bedingungen (650) berechnet. Diese erscheinen stets im EJ_c fachen Betrage $w_k \equiv w_k/EJ_c$

$$M_{I,(k-1)}\, l'_k + 2M_{I,k}\,(l'_k + l'_{k+1}) + M_{I,(k+1)}\, l'_{k+1} - 6\left(\frac{w_k - w_{k-1}}{l_k} - \frac{w_{k+1} - w_k}{l_{k+1}}\right) = -6\,\delta_{I,k0}\,, \quad (904)$$

$$M_{II,(k-r)}\, s'_k + 2M_{II,k}\,(s'_k + s'_{k+r}) + M_{II,(k+r)}\, s'_{k+r} - 6\left(\frac{w_k - w_{k-r}}{s_k} - \frac{w_{k+r} - w_k}{s_{k+r}}\right) = -6\,\delta_{II,k0}\,. \quad (905)$$

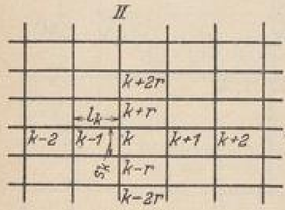


Abb. 597.

Da jedoch die senkrechten Verschiebungen w_k der Knoten unbekannt sind, fehlen zur Berechnung der $3n$ Wurzeln des Ansatzes zunächst noch n Gleichungen. Diese lassen sich mit dem Prinzip der virtuellen Verrückungen aus dem Gleichgewicht der Schnittkräfte des Rostes am Knoten ableiten. Die statischen Bedingungen werden daher nach (523) für die äußeren Kräfte an n voneinander unabhängigen kinematischen Ketten Γ_k (Abb. 598) angeschrieben, die mit $w_k = 1$ angetrieben sind.

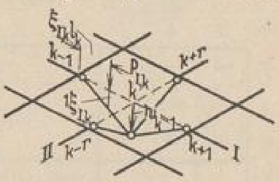


Abb. 598. Kinematische Kette Γ_k.

$$\frac{M_{I,k} - M_{I,k-1}}{l_k} - \frac{M_{I,k+1} - M_{I,k}}{l_{k+1}} + \frac{M_{II,k} - M_{II,k-r}}{s_k} - \frac{M_{II,k+r} - M_{II,k}}{s_{k+r}} - T_k = 0,$$

$$-\frac{1}{l_k} M_{I,k-1} + \left(\frac{1}{l_k} + \frac{1}{l_{k+1}}\right) M_{I,k} - \frac{1}{l_{k+1}} M_{I,k+1}$$
$$-\frac{1}{s_k} M_{II,k-r} + \left(\frac{1}{s_k} + \frac{1}{s_{k+r}}\right) M_{II,k} - \frac{1}{s_{k+r}} M_{II,k+r} - T_k = 0. \quad (906)$$

$$T_k = \mathfrak{P}_{I,k}\,\xi_{I,k} + \mathfrak{P}_{I,k+1}\,\xi'_{I,k+1} + \mathfrak{P}_{II,k}\,\xi_{II,k} + \mathfrak{P}_{II,k+r}\,\xi'_{II,k+r}. \quad (907)$$

Der Ansatz wird nach Abschn. 29 in zwei Stufen aufgelöst. Dabei gelten die Verschiebungen w_k in den Gleichungen (904), (905) zunächst als Teile der Belastungsglieder, so daß der Reihe nach die Schnittkräfte $M_{I,ko}$ $M_{I,kh}$ und $M_{II,ko}$, $M_{II,kh}$ eines durchlaufenden Trägers mit der beliebigen Belastung $\mathfrak{P}_{I,k}$, $\mathfrak{P}_{II,k}$ oder für $w_h = 1$ berechnet werden.

$$M_{I,k} = M_{I,ko} + \sum M_{I,kh} w_h, \qquad M_{II,k} = M_{II,ko} + \sum M_{II,kh} w_h.$$

Das Ergebnis liefert in Verbindung mit den Gleichungen (906) der zweiten Stufe die Verschiebungen w_k und durch Rekursion die Biegungsmomente $M_{I,k}$, $M_{II,k}$.

Die statische Untersuchung des Trägerrostes wird daher am besten mit der Entwicklung der konjugierten Matrix für die dreigliedrigen Gleichungen (904), (905) begonnen, in denen die senkrechten Verschiebungen w_k der Knoten Null sind. Sie zerfällt in Gruppen, die den einzelnen Trägern des Rostes zugeordnet sind und sich voneinander unterscheiden, wenn Knotenzahl und Abmessungen der Träger verschieden sind. Daher genügen bei seitenparalleler Anordnung in der Regel zwei voneinander unabhängige Ansätze. Die Rechnung ist bei Symmetrie des Rostes nach Umordnung der Belastung (Abschn. 27) wesentlich kürzer.

Ansatz für den Trägerrost Abb. 595.

Gl. (904)

k	$M_{I,k}$ 1	2	3	4	5	6	7	8	9	w_k 1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	=	—								—	—	—						
2	—	=	—							—	—	—						
3		—	=							—	—	—						
4				=	—								—	—	—			
5				—	=	—							—	—	—			
6					—	=							—	—	—			
7							=	—								—	—	—
8							—	=	—							—	—	—
9								—	=							—	—	—

Gl. (905)

k	$M_{II,k}$ 7	4	1	8	5	2	9	6	3	w_k 7	4	1	8	5	2	9	6	3
7	=	—								—	—	—						
4	—	=	—							—	—	—						
1		—	=							—	—	—						
8				=	—								—	—	—			
5				—	=	—							—	—	—			
2					—	=							—	—	—			
9							=	—								—	—	—
6							—	=	—							—	—	—
3								—	=							—	—	—

$M_{I,k}$, $M_{II,k}$ Gl. (906)

k	1		2		3		4		5		6		7		8		9	
1	=	=	—					—										
2	—		=	=	—					—								
3			—		=	=						—						
4		—					=	=						—				
5				—			—		=	=	—					—		
6						—			—		=	=						—
7								—					=	=	—			
8													—		=	=		—
9															—		=	=

Berechnung eines seitenparallelen, quadratischen Trägerrostes a für gleichmäßig verteilte Belastung q t/m².

Die Verbindungskräfte Y_1 bis Y_9 sind statisch unbestimmt. Infolge Symmetrie des Tragwerks ist bei gleichmäßig verteilter Belastung:

$$Y_1 = Y_3 = Y_9 = Y_7 = Y_5 = 0\,, \qquad Y_2 = -Y_6 = Y_8 = -Y_4\,.$$

Die Kräfte $Y_2, -Y_6, Y_8, -Y_4$ werden zu einer symmetrischen Gruppenlast X_1 zusammengefaßt. Der Zustand $-X_1 = 1$ besteht nach Abschn. 28 aus

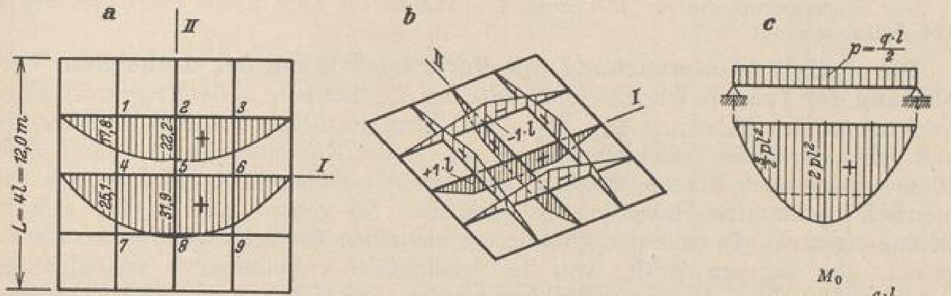
$$-Y_2 = +Y_6 = -Y_8 = +Y_4 = 1.$$

Das Trägheitsmoment ist für alle Träger gleich groß, daher (Abb. 599b, c)

$$\delta_{11} = 4\frac{4l'}{3}l^2 + 2\left(2l'\frac{l^2}{3} + 2l'l^2\right) = \frac{32}{3}l'l^2,$$

$$\delta_{10} = -4\cdot\frac{5}{12}4l'l\cdot 2pl^2 + 2\left(\frac{5}{12}4l'\cdot 2l\cdot 2pl^2 - 2l'\cdot\frac{l}{2}\frac{3pl^2}{2} - \frac{5}{12}\cdot 2l'\cdot l\cdot\frac{pl^2}{2}\right) = -\frac{23}{6}l'l^3p,$$

$$X_1 = \frac{-23\,l'l^3p\cdot 3}{6\cdot 32\,l'l^2} = -\frac{23}{64}pl,$$



Biegungsmomente in mt aus $q = 1\ \mathrm{t/m^2}$ — M_1 infolge $-X_1 = 1$ — M_0 infolge $p = \frac{q\cdot l}{2}$ für alle Träger gleich.

Abb. 599.

$$M_{I,1} = M_{I,3} = \frac{3pl^2}{2} - \frac{23}{64}pl\cdot\frac{l}{2} = \frac{169}{128}pl^2, \qquad M_{I,2} = 2pl^2 - \frac{23}{64}pl^2 = \frac{105}{64}pl^2,$$

$$M_{I,4} = M_{I,6} = \frac{3pl^2}{2} + \frac{23}{64}pl\cdot l = \frac{119}{64}pl^2, \qquad M_{I,5} = 2pl^2 + \frac{23}{64}pl^2 = \frac{151}{64}pl^2.$$

Die Biegungsmomente für $l = 3{,}0$ m und $q = 1\ \mathrm{t/m^2}$ sind in Abb. 599a aufgetragen.

Berechnung eines seitenschiefen, quadratischen Trägerrostes a für gleichmäßig verteilte Belastung q t/m².

Infolge der Symmetrie des Tragwerkes ist

$$(Y_1 = -Y_3 = Y_{13} = -Y_{11}) \equiv X_1, \qquad (Y_4 = -Y_5 = Y_{10} = -Y_9) \equiv X_2.$$

Die übrigen Verbindungskräfte sind Null.

$$l = L\frac{\sqrt{2}}{6}, \quad l_1' = l\frac{J_c}{J_1}, \quad l_2' = l\frac{J_c}{J_2}, \quad l_3' = l\frac{J_c}{J_3}.$$

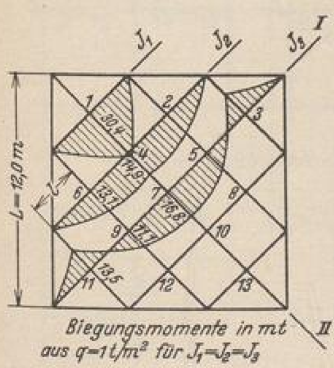
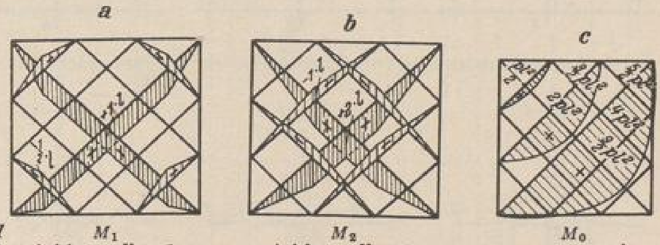


Abb. 600.



M_1 infolge $-X_1 = 1$ — M_2 infolge $-X_2 = 1$ — M_0 infolge $p = \frac{q\cdot l}{2}$

Abb. 601.

Abb. 601:

$$\delta_{11} = 4\cdot 2l_1'\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{l^2}{4} + 2\left(2l_3'\cdot\frac{1}{3}\cdot l^2 + 4l_3'\cdot l^2\right) = \frac{2}{3}l^2(l_1' + 14l_3'),$$

$$\delta_{22} = \frac{16}{3}\cdot l^2(l_2' + 5l_3'), \qquad \delta_{12} = \frac{46}{3}l^2 l_3',$$

$$\delta_{10} = \frac{5}{6}pl^3(41l_3' - l_1'), \qquad \delta_{20} = \frac{4}{3}pl^3(44l_3' - 10l_2').$$

Bei konstantem Trägheitsmoment ($I_1' = I_2' = I_3' = I'$) entsteht nach Kürzung der Gleichungen mit $\frac{2\, I'\, l^2}{3}$ folgende Matrix:

X_1	X_2		
15	23	$50\, p\, l$.	$X_1 = +\,4{,}3768\, p\, l$.
23	48	$68\, p\, l$.	$X_2 = -\,0{,}6805\, p\, l$.

$M_{I,1} = 2{,}688\, p\, l^2$, $\quad M_{I,6} = 1{,}160\, p\, l^2$, $\quad M_{I,4} = 1{,}320\, p\, l^2$,

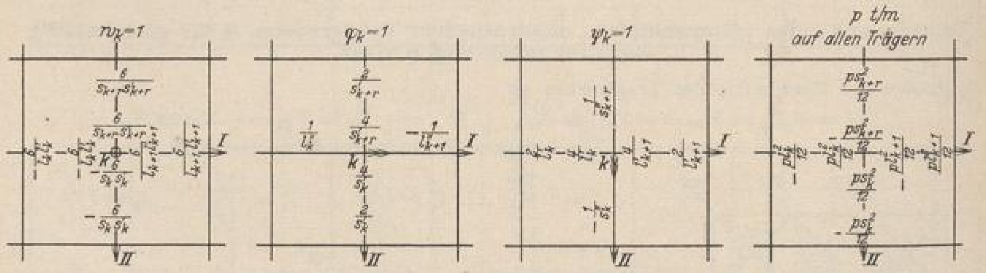
$M_{I,11} = -\,1{,}196\, p\, l^2$, $\quad M_{I,9} = 0{,}984\, p\, l^2$, $\quad M_{I,7} = 1{,}484\, p\, l^2$

Die Biegungsmomente für $J = \text{const}$, $L = 12{,}0$ m, $l = 2{,}828$ m und $q = 1$ t/m² sind in Abb. 600 dargestellt.

Die statische Untersuchung mit Berücksichtigung der drehsteifen Verbindung der Träger. Die Anschlußkräfte der Abschnitte l_k, s_k des Trägerrostes sind Funktionen der Belastung $\mathfrak{P}_{I,k}$, $\mathfrak{P}_{II,k}$ und ihrer geometrischen Randbedingungen und daher durch die Verschiebungen w_k, φ_k, ψ_k der Knotenpunkte bestimmt (529). Diese werden nach Abschn. 39 als die geometrisch überzähligen Größen eines geometrisch bestimmten Hauptsystems berechnet. Sie gehen dabei in $3n$ statische Bedingungen ein, die nach dem Prinzip der virtuellen Verrückungen für das Gleichgewicht der äußeren Kräfte von $3n$ voneinander unabhängigen zwangläufigen Gebilden $\Gamma_{\varphi k}$, $\Gamma_{\psi k}$, $\Gamma_{w k}$ angeschrieben werden. Dabei gelten alle Bezeichnungen, Rechenvorschriften und Bemerkungen der Abschn. 38ff., so daß je nach der Art der Kette drei verschiedene Gruppen von Gleichungen entstehen:

$$\left.\begin{aligned} \delta A_{wk} &= a_{wk,0} + \sum w_h\, a_{wk,h} + \sum \varphi_h\, \bar{a}_{wk,h} + \sum \psi_h\, a^*_{wk,h} = 0\,, \\ \delta A_{\varphi k} &= a_{\varphi k,0} + \sum w_h\, a_{\varphi k,h} + \sum \varphi_h\, \bar{a}_{\varphi k,h} + \sum \psi_h\, a^*_{\varphi k,h} = 0\,, \\ \delta A_{\psi k} &= a_{\psi k,0} + \sum w_h\, a_{\psi k,h} + \sum \varphi_h\, \bar{a}_{\psi k,h} + \sum \psi_h\, a^*_{\psi k,h} = 0\,. \end{aligned}\right\} \qquad (908)$$

a) Anschlußmomente infolge:



b) Anschlußmomente für Abstützung der Trägerenden nach Abb. 591a infolge:

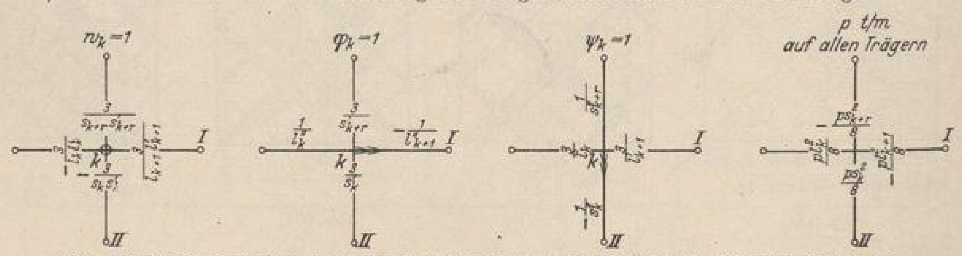


Abb. 602. Die Torsionsmomente an den Stabenden sind gleich und deshalb in Stabmitte eingetragen.

Die Vorzahlen $a_{\varphi k,0}$, $a_{\varphi k,h}$, $\bar{a}_{\varphi k,h}$, $a^*_{\varphi k,h}$ bedeuten nach S. 316 virtuelle Arbeiten an der mit $\dot{\varphi}_k = 1$ angetriebenen zwangläufigen Stabkette $\Gamma_{\varphi k}$ infolge von äußeren Kräften im geometrisch bestimmten Hauptsystem, die entweder von der

<table>
<tr><td></td><td></td><td colspan="9">w</td><td colspan="9">φ</td><td colspan="9">ψ</td></tr>
<tr><td></td><td>k</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td rowspan="9">δA_{wk}</td><td>1</td><td>||</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>|</td><td>||</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td>|</td><td>||</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td>|</td><td></td><td></td><td>||</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>||</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>||</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td></tr>
<tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>||</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>||</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td></tr>
<tr><td>9</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>||</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td></tr>
<tr><td rowspan="9">$\delta A_{\varphi k}$</td><td>1</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>||</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>||</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>||</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>||</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>||</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>||</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>||</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>||</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>9</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>||</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="9">$\delta A_{\psi k}$</td><td>1</td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>||</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>||</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>||</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>||</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>||</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>||</td><td></td><td></td><td>|</td></tr>
<tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>||</td><td>|</td><td></td></tr>
<tr><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>||</td><td>|</td></tr>
<tr><td>9</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>||</td></tr>
</table>

Belastung des Trägerrostes ($\mathfrak{P}, \Delta t$), der Verschiebung $w_h = 1$ oder von der Verdrehung $\varphi_h = 1$ oder $\psi_h = 1$ herrühren. Diese lassen sich aus den Ansätzen (533 ff.) entnehmen, so daß die Vorzahlen und Belastungszahlen mit der Abb. 602 unmittelbar angeschrieben werden können. Dabei zeigt sich, daß

$$\bar{a}_{\psi k,h} = a^*_{\varphi k,h} = 0 \quad \text{und} \quad a_{\varphi k,h} = \bar{a}_{w k,h}, \qquad a_{\psi k,h} = a^*_{w k,h}.$$

Die 27 unabhängigen statischen Bedingungen zur Berechnung eines unregelmäßigen Trägerrostes nach Abb. 595 bilden die Matrix auf S. 631.

Die Wurzeln w_k, φ_k, ψ_k können durch die Iteration einer Näherungslösung angeschrieben werden, wenn auch dabei langwierige, mühevolle Zahlenrechnungen nicht ausbleiben. Sie sind bei symmetrischen Rosten durch die Umordnung der Belastung (S. 186) wesentlich einfacher. In einzelnen Fällen ist außerdem die Verdrehung der Knoten um ausgezeichnete Achsen infolge der konstruktiven Ausgestaltung des Rostes Null. Die Vorteile der Lösung treten jedoch vor allem bei Trägerrosten mit mehr als zwei Trägerscharen in Erscheinung (Abb. 607), da dann zwar der Grad der statischen Unbestimmtheit zunimmt, dagegen die Anzahl der geometrisch unbekannten Komponenten w_k, φ_k, ψ_k unverändert $3n$ bleibt.

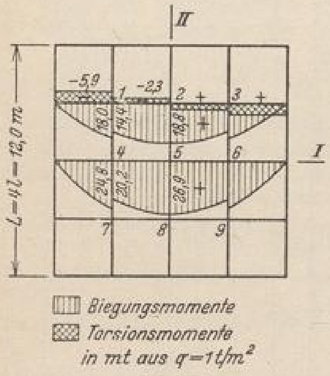


Abb. 603.

Berechnung eines seitenparallelen, quadratischen Trägerrostes *b* für gleichmäßig verteilte Belastung q t/m².

Der Trägerrost Abb. 603 ist bei Lagerung der Trägerenden nach Abb. 591 b und drehsteifen Knoten 33 fach statisch unbestimmt und 27 fach geometrisch unbestimmt. Infolge der Symmetrie von Tragwerk und Belastung genügt ein Ansatz mit 3 statischen oder 5 geometrischen Größen, um den vollständigen Spannungszustand anzugeben. Daher wird der statische Ansatz gewählt.

Als Überzählige dienen die Verbindungskräfte Y und die Verbindungsmomente Z_I, Z_{II}, deren Drehsinn nach Abb. 604 a positiv ist. Infolge der Symmetrie des Tragwerks ist bei gleichmäßig verteilter Belastung

$$Y_1 = Y_3 = Y_9 = Y_7 = Y_5 = 0, \quad (Y_2 = -Y_6 = Y_8 = -Y_4) \equiv X_1,$$
$$(Z_{I,1} \hat{+} Z_{II,1} = Z_{I,3} \hat{-} Z_{II,3} = -Z_{I,9} \hat{-} Z_{II,9} = -Z_{I,7} \hat{+} Z_{II,7}) \equiv X_2,$$
$$Z_{II,2} = Z_{I,6} = Z_{II,8} = Z_{I,4} = Z_{I,5} = Z_{II,5} = 0,$$
$$(Z_{I,2} = -Z_{II,6} = -Z_{I,8} = Z_{II,4}) \equiv X_3.$$

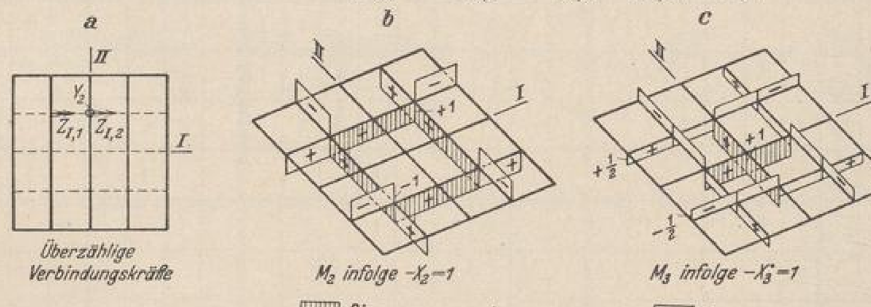


Abb. 604. Biegungsmomente Torsionsmomente

Das Trägheitsmoment ist hier für alle Träger gleich,

$$l' = l\frac{J_c}{J}, \quad l'' = \varrho l', \quad \varrho = \frac{E J_v}{G T}$$

und daher nach S. 629

$$\delta_{11} = \frac{32}{3} l' l^2, \quad \delta_{10} = -\frac{23}{6} l' l^3 p.$$

Mit Abb. 604 b, c wird:

$$\delta_{22} = 8 l'(1+\varrho), \quad \delta_{33} = 4 l'(1+\varrho), \quad \delta_{12} = -6 l l', \quad \delta_{13} = 4 l l', \quad \delta_{23} = 4 \varrho l',$$
$$\delta_{20} = \frac{44}{3} p l^2 l', \quad \delta_{30} = \frac{22}{3} p l^2 l'.$$

Für Träger, deren Höhe etwa gleich der doppelten Breite ist, ergibt sich nach S. 30 $\varrho \approx 3$ und nach Kürzung der Gleichungen mit $\frac{l'}{3}$ die folgende Matrix.

X_1	X_2	X_3	
$32\,l^2$	$-18\,l$	$12\,l$	$-11{,}5\,p\,l^3$,
$-18\,l$	96	36	$44\,p\,l^2$,
$12\,l$	36	48	$22\,p\,l^2$.

Mit $l = 3{,}0$ m und $q = 1$ t/m²; $p = \frac{q \cdot l}{2} = 1{,}5$ t/m wird

$$X_1 = -1{,}523\text{ t}, \qquad X_2 = 3{,}591\text{ mt}, \qquad X_3 = 4{,}636\text{ mt}.$$

Die Schnittkräfte ergeben sich durch Superposition; z. B.:

$$M_{yI,4}^{(4)} = \tfrac{3}{2}\,p\,l^2 - X_1 \cdot l = 24{,}8\text{ mt}, \qquad M_{yI,4}^{(5)} = \tfrac{3}{2}\,p\,l^2 - X_1 l - X_3 \cdot 1 = 20{,}2\text{ mt},$$

$$M_{xII,4}^{(4)} = M_{xI,2}^{(2)} = -X_3 \cdot \tfrac{1}{2} = -2{,}3\text{ mt}.$$

Die Biegungs- und Torsionsmomente sind in Abb. 603 eingetragen.

Berechnung eines seitenschiefen, quadratischen Trägerrostes *b* für gleichmäßig verteilte Belastung *q* t/m².

Der Trägerrost Abb. 605 ist bei Lagerung der Trägerenden nach Abb. 591 b und drehsteifen Knoten 49fach statisch unbestimmt und 39fach geometrisch unbestimmt. Infolge der Symmetrie des Tragwerks genügen jedoch 5 statische oder 7 geometrische Größen zur eindeutigen Angabe des Spannungszustandes. Um auch die Anwendung des Ansatzes (908) zu zeigen, werden die geometrisch unbestimmten Größen w_1, w_2, w_4, w_7, φ_1, φ_2, φ_3 berechnet und zu symmetrischen Gruppenbewegungen zusammengefaßt.

$$\begin{aligned}
&(w_1 = w_3 = w_{13} = w_{11}) \equiv W_1, && (\varphi_1 = \psi_3 = -\varphi_{13} = -\psi_{11}) \equiv \Phi_A,\\
&(w_4 = w_5 = w_{10} = w_9) \equiv W_2, && (\varphi_4 = \psi_5 = -\varphi_{10} = -\psi_9) \equiv \Phi_B,\\
&(w_2 = w_8 = w_{12} = w_6) \equiv W_3, && (\varphi_2 \hat{+} \psi_2 = -\varphi_8 \hat{+} \psi_8 = -\varphi_{12} \hat{-} \psi_{12} = +\varphi_6 \hat{-} \psi_6) \equiv \Phi_C,\\
&(w_7) \equiv W_4, && \psi_1 = \psi_4 = \psi_7 = \psi_{10} = \psi_{13} = \varphi_3 = \varphi_5 = \varphi_7 = \varphi_9 = \varphi_{11} = 0.
\end{aligned}$$

Die Vorzahlen der statischen Bedingungsgleichungen lassen sich nach Abb. 602 unmittelbar anschreiben. Mit

$$l = L\frac{\sqrt{2}}{6}, \qquad l_1' = l\,\frac{J_c}{J_1}, \qquad l_2' = l\,\frac{J_c}{J_2}, \qquad l_3' = l\,\frac{J_c}{J_3},$$

$$l_1'' = \varrho_1 l_1', \qquad l_2'' = \varrho_2 l_2', \qquad l_3'' = \varrho_3 l_3'$$

ist z. B.

$$a_{11} = 4\left[-\frac{3}{l^2 l_3'} - 2\,\frac{3}{l^2 l_1'} - \frac{12}{l^2 l_3'}\right] = -\frac{12}{l^2 l_3'}\left(5 + 2\,\frac{l_3'}{l_1'}\right),$$

$$a_{12} = 4\,\frac{12}{l^2 l_3'} = \frac{48}{l^2 l_3'}, \qquad a_{13} = 0, \qquad a_{14} = 0,$$

$$a_{22} = 4\left[-2\,\frac{12}{l^2 l_3'} - 2\,\frac{12}{l^2 l_2'}\right] = -\frac{96}{l^2 l_3'}\left(1 + \frac{l_3'}{l_2'}\right).$$

$$a_{AA} = 4\left(-\frac{3}{l_3'} - \frac{4}{l_3'} - \frac{1}{l_1''} - \frac{1}{l_1''}\right) = -\frac{4}{l_3'}\left(7 + 2\,\frac{l_3'}{\varrho_1 l_1'}\right),$$

$$a_{AB} = -4\,\frac{2}{l_3'} = -\frac{8}{l_3'}, \qquad a_{AC} = 0, \qquad a_{BB} = 4\left(-2\,\frac{4}{l_3'} - \frac{2}{l_2''}\right) = -\frac{8}{l_3'}\left(4 + \frac{l_3'}{\varrho_2 l_2'}\right),$$

$$a_{A1} = 4\left(-\frac{3}{l\,l_3'} + \frac{4}{l\,l_3'} + \frac{2}{l\,l_3'}\right) = \frac{12}{l\,l_3'}, \qquad a_{A2} = -\frac{24}{l\,l_3'}, \qquad a_{A3} = 0, \qquad a_{A4} = 0,$$

$$a_{B1} = \frac{24}{l\,l_3'}, \qquad a_{B2} = 0, \qquad a_{B3} = 0, \qquad a_{B4} = -\frac{24}{l\,l_3'}.$$

Φ_A	Φ_B	Φ_C	W_1	W	W_3	W_4	p
$-\frac{4}{l'_3}\left(7+2\frac{l'_3}{\varrho_1 l'_1}\right)$	$-\frac{8}{l'_3}$	0	$\frac{12}{l l'_3}$	$-\frac{24}{l l'_3}$	0	0	$\frac{l^2}{6}$
$-\frac{8}{l'_3}$	$-\frac{8}{l'_3}\left(4+\frac{l'_3}{\varrho_2 l'_2}\right)$	$\frac{8}{\varrho_2 l'_2}$	$\frac{24}{l l'_3}$	0	0	$-\frac{24}{l l'_3}$	0
0	$\frac{8}{\varrho_2 l'_2}$	$-\frac{8}{l'_2}\left(7+2\frac{1}{\varrho_2}\right)$	0	$-\frac{48}{l l'_2}$	$\frac{24}{l l'_2}$	0	$\frac{l^2}{3}$
$\frac{12}{l l'_3}$	$\frac{24}{l l'_3}$	0	$-\frac{12}{l^2 l'_3}\left(5+2\frac{l'_3}{l'_1}\right)$	$\frac{48}{l^2 l'_3}$	0	0	$\frac{19\, l}{2}$
$-\frac{24}{l l'_3}$	0	$-\frac{48}{l l'_2}$	$\frac{48}{l^2 l'_3}$	$-\frac{96}{l^2 l'_3}\left(1+\frac{l'_3}{l'_2}\right)$	$\frac{96}{l^2 l'_2}$	$\frac{48}{l^2 l'_3}$	$8\,l$
0	0	$\frac{24}{l l'_2}$	0	$\frac{96}{l^2 l'_2}$	$-\frac{120}{l^2 l'_2}$	0	$9\,l$
0	$-\frac{24}{l l'_3}$	0	0	$\frac{48}{l^2 l'_3}$	0	$-\frac{48}{l^2 l'_3}$	$2\,l$

Für gleichmäßig verteilte Belastung $p = \frac{q\,l}{2}$ ergeben sich die Absolutglieder, z. B.:

$$a_{10} = 4\cdot 3\,\frac{p\,l^2}{8}\cdot\frac{1}{l} + 4\cdot 4\cdot\frac{p\,l}{2} = \frac{19}{2}\,p\,l,$$

$$a_{20} = 4\cdot 4\cdot\frac{p\,l}{2} = 8\,p\,l,$$

$$a_{A0} = 4\left(-\frac{p\,l^2}{12}+\frac{p\,l^2}{8}\right) = \frac{p\,l^2}{6},$$

$$a_{B0} = 0.$$

Der vollständige Ansatz bildet die nebenstehende Matrix.

Mit $L = 12{,}0$ m, $l = 2{,}828$ m, $J = \text{const}$, $l'_1 = l'_2 = l'_3 = l'$, $\varrho_1 = \varrho_2 = \varrho_3 = \varrho = 3$ ergibt die Auflösung

$$\Phi_A = -22{,}857\,p,$$
$$\Phi_B = -26{,}211\,p,$$
$$\Phi_C = -24{,}608\,p,$$

$$W_1 = 53{,}765\,p,$$
$$W_2 = 134{,}644\,p,$$
$$W_3 = 98{,}768\,p,$$
$$W_4 = 174{,}667\,p.$$

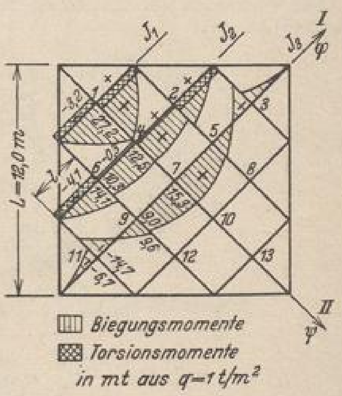


Abb. 605.

Die Anschlußkräfte ergeben sich nach (505) oder durch Superposition; z. B. ist mit $q = 1\ \text{t/m}^2$, $p = \frac{q\cdot l}{2} = 1{,}414$ t/m:

$$M^{(0)}_{y,I\,2} = -\frac{p\,l^2}{8} + W_3\frac{3}{l\,l'} + \Phi_C\frac{3}{l'} = 14{,}1 \text{ mt},$$

$$M^{(2)}_{y,I\,2} = +\frac{p\,l^2}{8} - W_3\frac{6}{l\,l'} + W_2\frac{6}{l\,l'} + \Phi_C\frac{4}{l'} = -10{,}3 \text{ mt},$$

$$M^{(0)}_{x,I\,2} = -\Phi_C\frac{1}{\varrho\, l'} = 4{,}1 \text{ mt}, \qquad M^{(2)}_{x,I\,2} = \Phi_C\frac{1}{\varrho\, l'} - \Phi_B\frac{1}{\varrho\, l'} = 0{,}3 \text{ mt}.$$

Die Biegungs- und Torsionsmomente sind in Abb. 605 aufgetragen.

Seitenschiefer, quadratischer Trägerrost nach Abb. 606 mit gleichmäßig verteilter Belastung $q = 1$ t/m².

Die Rechnung bietet nichts Neues. Die Biegungsmomente ohne Berücksichtigung des Drillungswiderstandes der Träger sind in Abb. 606a, mit Berücksichtigung desselben in Abb. 606b dargestellt (vgl. Fußnote S. 625).

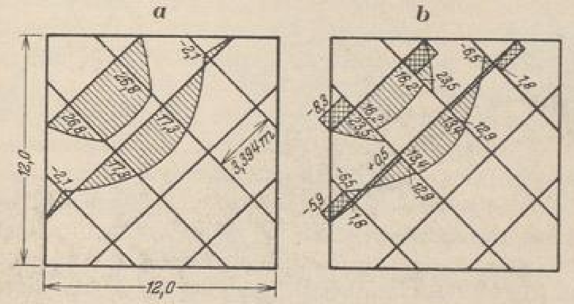


Abb. 606.

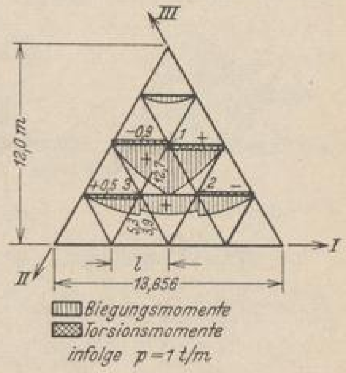


Abb. 607.

Berechnung eines Trägerrostes mit drei Trägerscharen über einem gleichseitigen Dreieck.

Der Trägerrost Abb. 607 mit Abstützung der Trägerenden nach Abb. 591b und drehsteifer Verbindung der Trägerscharen I, II, III ist 21fach statisch unbestimmt und 9fach geometrisch unbestimmt. Wegen der Symmetrieeigenschaften genügt bei gleichmäßig verteilter Last q t/m² die Berechnung von 3 Verbindungskräften (Lösung a) oder 2 Komponenten des Verschiebungszustandes (Lösung b), um den vollständigen Spannungszustand angeben zu können.

Lösung a) Die lotrechten Verbindungskräfte U_1, U_2, U_3 wirken an den Trägern Abb. 608a nach unten, an den Trägern Abb. 608b nach oben. Sie werden in der symmetrischen Gruppen-

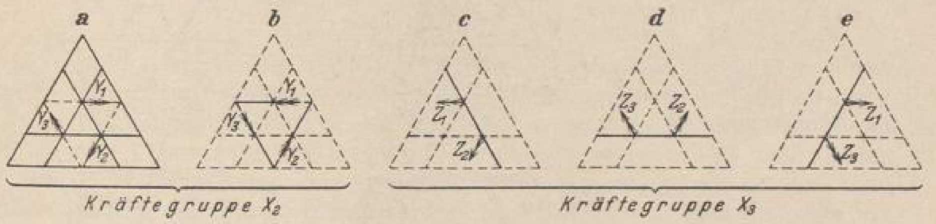


Abb. 608.

last X_1 zusammengefaßt. Die zyklisch liegenden Verbindungsmomente Y_1, Y_2, Y_3 zwischen den Trägern der Abb. 608a und Abb. 608b bilden die Gruppenlast X_2, die Verbindungsmomente Z_1, Z_2, Z_3 zwischen den Trägern der Abb. 608c, d und e die Gruppenlast X_3.

Das Trägheitsmoment ist für alle Träger gleich.

$$l' = l\frac{J_c}{J_v}, \qquad l'' = \varrho\, l', \qquad \varrho = \frac{E\,J_v}{G\,T}.$$

Abb. 609: $\delta_{11} = 3\left[2\,l'\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{l^2}{4} + 2\,l'\cdot\frac{1}{3}\,\frac{l^2}{4} + 3\,l'\cdot\frac{l^2}{4}\right] = \frac{7}{4}\,l^2\,l',$

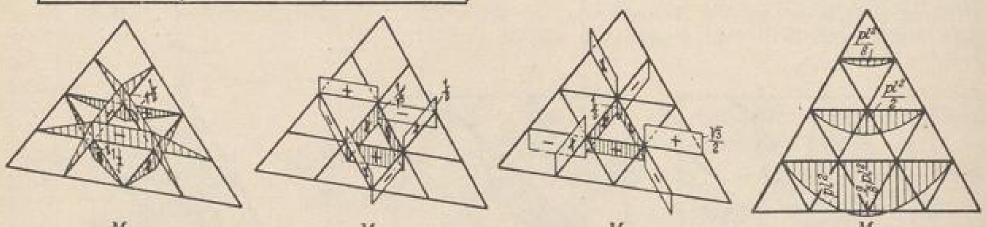
$$\delta_{22} = l'\left(1 + \frac{3}{2}\,\varrho\right), \qquad \delta_{33} = \frac{3}{4}\,l'\,(1 + 6\,\varrho), \qquad \delta_{12} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\,l\,l'.$$

$$\delta_{13} = -\frac{3}{4}\, l\, l', \qquad \delta_{23} = \frac{\sqrt{3}}{2}\, l';$$

$$\delta_{10} = -\frac{17}{8}\, p\, l'\, l^3, \qquad \delta_{20} = \frac{13}{12}\sqrt{3}\, p\, l'\, l^2, \qquad \delta_{30} = \frac{13}{8}\, p\, l'\, l^2.$$

Mit $\varrho = 3$, $l = 3{,}464$ m entsteht die folgende Matrix.

X_1	X_2	X_3	$p\,l^3$	
72,7461	− 10,3926	− 9,0000	− 7,3612	$X_1 = -3{,}8676\, p$ t,
− 10,3926	19,0526	3,0000	1,8762	$X_2 = 1{,}8980\, p$ mt,
− 9,0000	3,0000	49,3634	1,6250	$X_3 = 0{,}5479\, p$ mt.



M_1 infolge $-X_1 = 1$ M_2 infolge $-X_2 = 1$ M_3 infolge $-X_3 = 1$ M_0 infolge $p = q\dfrac{l}{2\sqrt{3}}$

Abb. 609.

Die Schnittkräfte ergeben sich durch Superposition; z. B.:

$$M_{yI,3}^{(3)} = p\, l^2 + X_1 \frac{l}{2} = 5{,}3\, p \text{ mt}, \qquad M_{yI,3}^{(2)} = p\, l^2 + X_1 \frac{l}{2} - X_2 \frac{1}{\sqrt{3}} - X_3 \frac{1}{2} = 3{,}9\, p \text{ mt},$$

$$M_{xI,3}^{(3)} = +X_3 \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}5\, p \text{ mt}, \qquad M_{xII,3}^{(2)} = 0.$$

Die Biegungs- und Torsionsmomente sind in Abb. 607 dargestellt.

Lösung b) Als geometrisch überzählige Größen dienen die zyklischen Gruppenbewegungen (Abb. 610)

$$(w_1 = w_2 = w_3) \equiv W_1, \qquad (\varphi_{I,1} = \varphi_{II,2} = \varphi_{III,3}) \equiv \Phi_A.$$

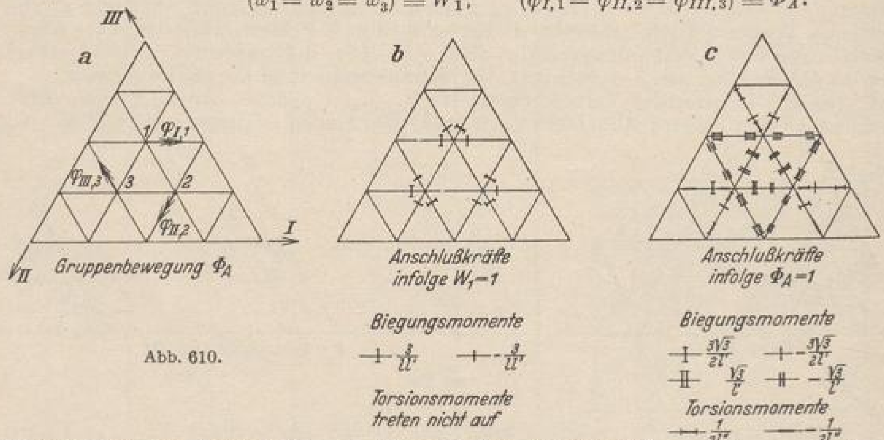


Abb. 610.

Die Anschlußkräfte infolge $W_1 = 1$, $\Phi_A = 1$ sind in Abb. 610 eingetragen. Ein Stabendmoment wird positiv gerechnet, wenn es bei Betrachtung von der zur Stabschar gehörenden Ecke des Rostes im Uhrzeigersinn dreht.

$$\frac{a_{AA}}{3} = -\frac{2}{l''} - \frac{2}{2\, l''}\cdot\frac{1}{2} - 2\,\frac{3\sqrt{3}}{2\, l'}\,\frac{3}{2\sqrt{3}} - 2\,\frac{\sqrt{3}}{l'}\,\frac{3}{2\sqrt{3}} = -\frac{5}{2\, l'}\left(3 + \frac{1}{\varrho}\right),$$

$$\frac{a_{11}}{3} = -4\cdot\frac{3}{l\, l'}\cdot\frac{1}{l} = -\frac{12}{l^2\, l'}, \qquad \frac{a_{A1}}{3} = -2\,\frac{3}{l\, l'}\cdot\frac{3}{2\sqrt{3}} = -\frac{3\sqrt{3}}{l\, l'},$$

$$\frac{a_{A0}}{3} = 2\,\frac{p\, l^2}{8}\cdot\frac{3}{2\sqrt{3}} - 2\,\frac{p\, l^2}{12}\cdot\frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{8\sqrt{3}}\, p\, l^2, \qquad \frac{a_{10}}{3} = 4\,\frac{p\, l^2}{8}\cdot\frac{1}{l} + 4\, p\, l\cdot\frac{1}{2} + p\, l = \frac{7}{2}\, p\, l.$$

Mit $\varrho = 3$ und $l' = l = 3{,}464$ entsteht folgende Matrix:

Φ_A	W_1	p
$-2{,}4056$	$-0{,}4330$	$0{,}8660$
$-0{,}4330$	$-0{,}2887$	$12{,}1244$

$$\Phi_A = -9{,}8628\,p, \qquad W_1 = 56{,}7890\,p.$$

Die Schnittkräfte ergeben sich nach (505) oder durch Superposition; z. B.

$$M_{y\,I,3}^{(2)} = \frac{p\,l^2}{12} + \frac{\sqrt{3}}{l}\,\Phi_A = -3{,}9\,p\,\mathrm{mt}.$$

Die Momente sind in Abb. 607 dargestellt.

Trägerrost mit freien Rändern. Werden die Querträger von Brücken mit mehreren Hauptträgern nicht nur als Teile der Fahrbahntafel betrachtet, sondern in statischer Beziehung in derselben Weise bewertet wie die Hauptträger, so entsteht ebenfalls ein Trägerrost mit seitenparalleler Anordnung. Da jedoch nur die Hauptträger gestützt, dagegen die Enden der Querträger frei sind, besteht deren Aufgabe hier nur in der Verteilung der Belastung eines Hauptträgers auf mehrere von ihnen, jedoch nicht mehr in der Entlastung der Hauptträger. Diese sind entweder Balkenträger auf zwei und mehreren Stützen oder Rahmen. Die Knoten zwischen Haupt- und Querträger sind biegungs- und drehsteif, gelten aber zur Vereinfachung der Rechnung in der Regel nur als zug- und druckfest. Der Brückengrundriß ist stets zu einer, meist aber auch zu zwei Achsen symmetrisch, so daß nach Abschn. 27 und 28 mit zwei- oder vierfacher Umordnung der Belastung und mit statisch unbestimmten Gruppenlasten gerechnet werden kann.

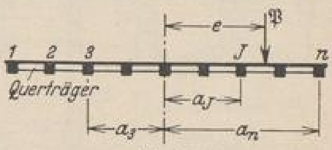


Abb. 611.

Die statische Untersuchung des Trägerrostes ist bei Annahme von sehr steifen Querträgern ($E J_{II} = \infty$) statisch bestimmt, wenn nur die Knotenpunkte und die Querträger belastet sind. Die Achsen der Querträger bleiben dann bei der Formänderung des Rostes gerade Linien. Auf einen Träger J der n Hauptträger entfällt bei Belastung eines Querträgers durch die resultierende Einzellast $\mathfrak{P}$ (Abb. 611) der Anteil

$$P_J = \frac{\mathfrak{P}}{n} + \frac{\mathfrak{P}\,e}{\sum\limits_{k=1}^{n} a_k^2}\,a_J\,. \tag{909}$$

Diese Annahme ist aber um so weniger berechtigt, je weniger Hauptträger verwendet werden, um die wirtschaftlichen Vorteile einer kreuzweisen Bewehrung der Fahrbahnplatte auszunützen und Schalungskosten zu sparen. Daher genügt die Untersuchung der Trägerroste mit drei und vier Hauptträgern auf je zwei Stützen, die mit den Querträgern zug- und druckfest verbunden angenommen sind. Die Anschlußmomente der mittleren Hauptträger sind die statisch unbestimmten Schnittkräfte der Rechnung.

Berechnung einer Balkenbrücke mit 3 Hauptträgern, Abb. 612.

Geometrische Grundlagen.

$$l = 3{,}5\,, \qquad s = 3{,}6\ \mathrm{m}\,, \qquad \varkappa = \frac{s}{l} = 1{,}0286\,,$$

$$\nu_1 = \frac{J_1}{J_s} = 7{,}1111\,; \qquad \nu_2 = \frac{J_1}{J_2} = 1{,}3846\,,$$

$$J_c = J_1\,.$$

Als statisch überzählige Schnittkräfte X_k dienen die Biegungsmomente des mittleren Trägers in den Knoten $k = 1 \ldots 5$. Das Biegungsmoment X_3 ist in Abb. 612 als Vektor eingetragen.

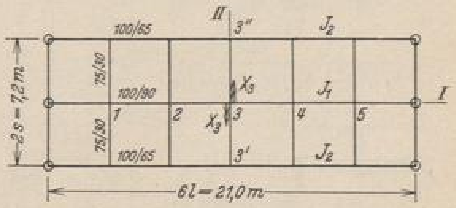
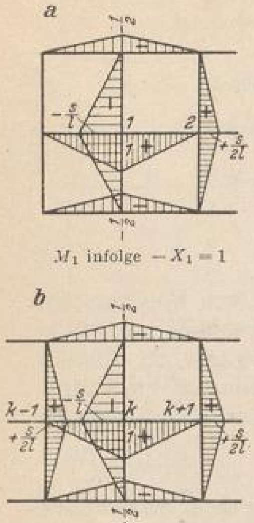


Abb. 612.



M_1 infolge $-X_1 = 1$

M_k infolge $-X_k = 1$

Abb. 613.

Vorzahlen (Abb. 613).

$$\delta_{11} = \frac{l}{3}\left(2 + \nu_2 + \frac{5}{2}\varkappa^3 \nu_1\right) = \quad 22{,}7304\,\frac{l}{3}\,,$$

$$\delta_{kk} = \frac{l}{3}\left(2 + \nu_2 + 3\varkappa^3 \nu_1\right) \quad = \quad 26{,}5995\,\frac{l}{3}\,,$$

$$\delta_{k(k-1)} = \delta_{k(k+1)} = \frac{l}{6}\left(1 + \frac{\nu_2}{2} - 4\varkappa^3 \nu_1\right) = -\,14{,}6304\,\frac{l}{3}\,,$$

$$\delta_{k(k-2)} = \delta_{k(k+2)} = \frac{l}{6}\varkappa^3 \nu_1 \qquad = \quad 3{,}8692\,\frac{l}{3}\,.$$

δ Matrix nach Kürzung mit $l/3$.

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
22,7304	− 14,6304	3,8692		
− 14,6304	26,5995	− 14,6304	3,8696	
3,8692	− 14,6304	26,5995	− 14,6304	3,8692
	3,8692	− 14,6304	26,5995	− 14,6304
		3,8692	− 14,6304	22,7304

Konjugierte Matrix $\beta'_{hk} = \frac{l}{3}\,\beta_{hk}$.

	δ_{10}	δ_{20}	δ_{30}	δ_{40}	δ_{50}
X_1	0,072 972	0,049 733	0,017 815	0,001 388	− 0,002 039
X_2	0,049 733	0,090 787	0,051 121	0,015 676	0,001 388
X_3	0,017 815	0,051 121	0,088 648	0,051 121	0,017 815
X_4	0,001 388	0,015 676	0,051 121	0,090 787	0,049 733
X_5	− 0,002 039	0,001 388	0,017 815	0,049 733	0,072 972

$$X_h = \sum \frac{3\,\beta'_{hk}}{l}\,\delta_{k0}\,.$$

Belastungszahlen für $P = 1$ t in Knoten 3 (Abb. 614).

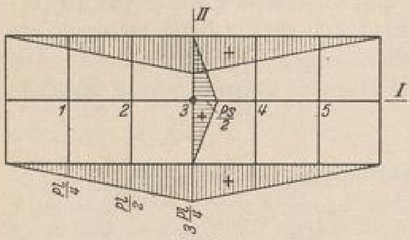


Abb. 614.

$$\delta_{10} = \delta_{50} = -\frac{l}{3}\,P\,l\cdot\frac{3}{4}\,\nu_2 \qquad = -\;3.6346\,\frac{l}{3}\,,$$

$$\delta_{20} = \delta_{40} = -\frac{l}{3}\,\frac{P\,l}{2}\left(3\,\nu_2 - \varkappa^3 \nu_1\right) = +\;6{,}2729\,\frac{l}{3}\,,$$

$$\delta_{30} = -\frac{l}{3}\,P\,l\left(2\,\nu_2 + \varkappa^3 \nu_1\right) = -\;36{,}7763\,\frac{l}{3}\,,$$

$$X_1 = X_5 = -\,0{,}5923\,, \qquad X_2 = X_4 = -\,1{,}3980\,,$$

$$X_3 = -\,2{,}7483 \text{ mt}\,.$$

In der Mitte des Querträgers 3 wird das Biegungsmoment

$$M_{II,3} = \frac{P\,s}{2} + X_3\,\varkappa - X_2\,\frac{\varkappa}{2} - X_4\,\frac{\varkappa}{2} = 0{,}4111 \text{ mt}\,.$$

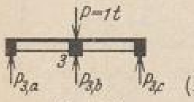


Abb. 615.

Damit ergeben sich die Lastanteile $P_{3,i}$ ($i = a, b, c$) für die Hauptträger (Abb. 615)

$$P_{3,a} = P_{3,c} = 0{,}114 \text{ t}\,, \qquad P_{3,b} = 0{,}772 \text{ t}$$

und das Biegungsmoment im mittleren Hauptträger

$$M_{I,3} = -X_3 = 2{,}748 \text{ mt}.$$

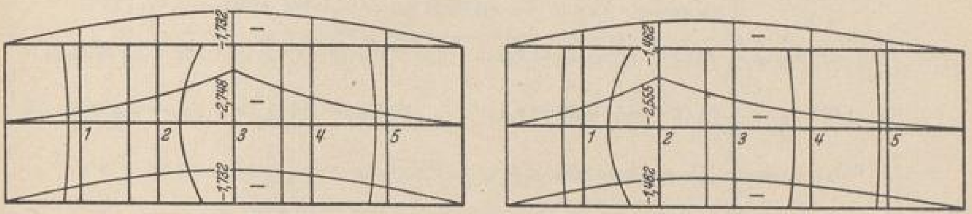
Für Querträger mit $J_s = J_1$, also $\nu_1 = 1$ ist

$$P_{3,a} = P_{3,c} = 0{,}243 \text{ t}, \qquad P_{3,b} = 0{,}514 \text{ t}, \qquad M_{I,3} = 2{,}586 \text{ mt}.$$

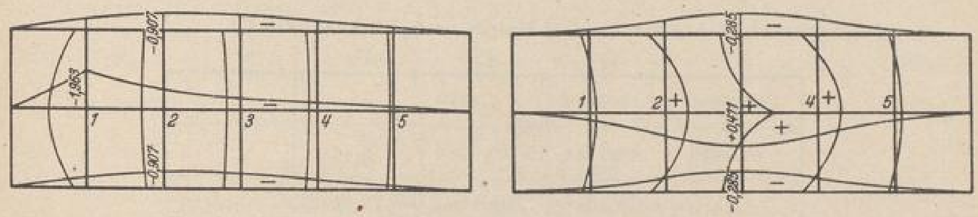
Bei der Annahme $J_{II} = \infty$ wird nach (909)

$$P_{3,a} = P_{3,b} = P_{3,c} = \frac{\mathfrak{P}}{3} = 0{,}333 \text{ t}, \qquad M_{I,3} = \frac{1}{3}\,\frac{6l}{4} = 1{,}750 \text{ mt}.$$

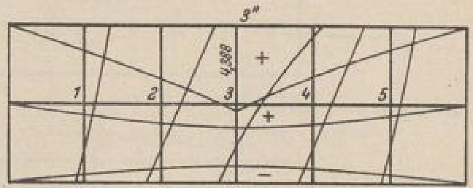
Nach diesem Ergebnis kann auch bei sehr starken Querträgern nicht mit einer gleichmäßigen Lastverteilung auf die 3 Hauptträger gerechnet werden.



Einflußfläche X_3 Einflußfläche X_2



Einflußfläche X_1 Einflußfläche $M_{II,3}$ (4 fach verzerrt)



Einflußfläche $M_{I,3''}$

Abb. 616.

Einflußflächen. Wird der Reihe nach jeder Knoten mit $P = 1$ t belastet und die Größe einer Schnittkraft im Lastpunkt als Ordinate senkrecht zur Rostebene aufgetragen, so bilden die Endpunkte aller Ordinaten die Einflußfläche dieser Schnittkraft. Die Belastung der Randträger wird dabei in die zur Achse I symmetrischen und antimetrischen Anteile zerlegt. Für den antimetrischen Anteil sind die überzähligen Größen Null, die Schnittkräfte daher statisch bestimmt. Die Rechnung bietet keinerlei Schwierigkeiten. Die Einflußflächen von X_1, X_2, X_3, $M_{I,3''}$ und $M_{II,3}$ sind in Abb. 616 dargestellt.

Berechnung einer Balkenbrücke mit 4 Hauptträgern, Abb. 617.

Geometrische Grundlagen.

$$l = 35 \text{ m}, \qquad s = 3{,}6 \text{ m}, \qquad \varkappa = \frac{s}{l} = 1{,}0286,$$

$$\nu_1 = \frac{J_1}{J_s} = 1, \qquad \nu_2 = \frac{J_1}{J_2} = 1{,}3846,$$

$$J_c = J_1.$$

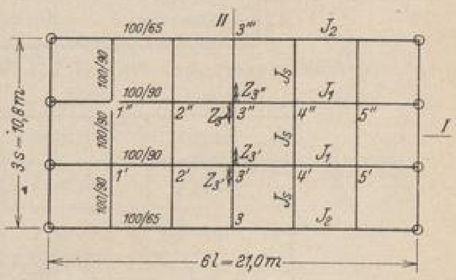
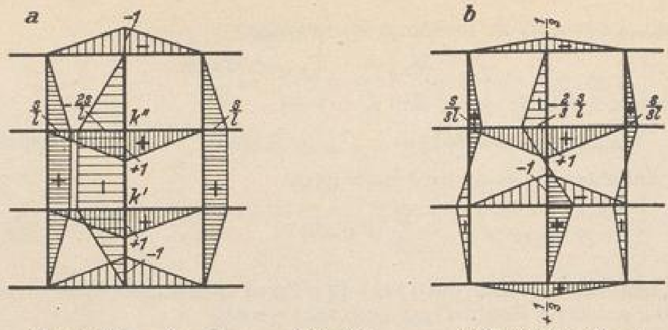


Abb. 617.

Aus den überzähligen Biegungsmomenten Z_k', Z_k'' der mittleren Hauptträger werden die symmetrischen und antimetrischen Gruppenlasten X_k, Y_k gebildet. Mit diesen ist

$$Z_{k''} = X_k + Y_k, \qquad Z_{k'} = X_k - Y_k, \qquad k = 1 \ldots 5.$$

Vorzahlen (Abb. 618).



$^{(1)}M_k$ infolge $-X_k = 1$ Abb. 618. $^{(2)}M_k$ infolge $-Y_k = 1$

$$^{(1)}\delta_{11} = \frac{l}{3}\,[4\,(1+\nu_2) + 25\,\varkappa^3\,\nu_1]\,, \qquad ^{(2)}\delta_{11} = \frac{l}{3}\left[\frac{4}{9}\,(9+\nu_2) + \frac{5}{3}\,\varkappa^3\,\nu_1\right],$$

$$^{(1)}\delta_{k\,k} = \frac{l}{3}\,[4\,(1+\nu_2) + 30\,\varkappa^3\,\nu_1]\,, \qquad ^{(2)}\delta_{k\,k} = \frac{l}{3}\left[\frac{4}{9}\,(9+\nu_2) + 2\,\varkappa^3\,\nu_1\right].$$

$$^{(1)}\delta_{k\,(k-1)} = \frac{l}{3}\,[(1+\nu_2) - 20\,\varkappa^3\,\nu_1]\,, \qquad ^{(2)}\delta_{k\,(k-1)} = \frac{l}{3}\left[\frac{1}{9}\,(9+\nu_2) - \frac{4}{3}\,\varkappa^3\,\nu_1\right],$$

$$^{(1)}\delta_{k\,(k-2)} = \frac{l}{3}\,5\,\varkappa^3\,\nu_1\,. \qquad ^{(2)}\delta_{k\,(k-2)} = \frac{l}{3}\,\frac{\varkappa^3\,\nu_1}{3}\,.$$

a) Symmetrischer Anteil X_k. $^{(1)}\delta$ Matrix nach Kürzung mit $l/3$.

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
36,7434	− 16,9948	5,4410		
−16,9948	42,1844	− 16,9948	5,4410	
5,4410	− 16,9948	42,1844	− 16,9948	5,4410
	5,4410	− 16,9948	42,1844	− 16,9948
		5,4410	− 16,9948	36,7434

Konjugierte Matrix $^{(1)}\beta'_{h\,k} = \frac{l}{3}\,{}^{(1)}\beta_{h\,k}$

	δ_{10}	δ_{20}	δ_{30}	δ_{40}	δ_{50}
X_1	0,033623	0,014069	0,000676	−0,001944	−0,001000
X_2	0,014069	0,034300	0,012125	−0,000323	−0,001944
X_3	0,000676	0,012125	0,033300	0,012125	0,000676
X_4	−0,001944	−0,000323	0,012125	0,034300	0,014069
X_5	−0,001000	−0,001944	0,000676	0,014069	0,033623

b) Antimetrischer Anteil Y_k. $^{(2)}\delta$ Matrix nach Kürzung mit $l/3$.

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
6,4291	−0,2971	0,3627		
−0,2971	6,7918	−0,2971	0,3627	
0,3727	−0,2971	6,7918	−0,2971	0,3627
	0,3627	−0,2971	6,7918	−0,2971
		0,3627	−0,2971	6,4291

Konjugierte Matrix ${}^{(2)}\beta'_{h\,k} = \frac{l}{3}\,{}^{(2)}\beta_{h\,k}$.

	δ_{10}	δ_{20}	δ_{30}	δ_{40}	δ_{50}
Y_1	0,15630	0,00652	−0,00812	−0,00069	−0,00043
Y_2	0,00652	0,14819	0,00584	−0,00769	−0,00069
Y_3	−0,00812	0,00584	0,14861	0,00584	−0,00812
Y_4	−0,00069	−0,00769	0,00584	0,14819	0,00652
Y_5	+0,00043	−0,00069	−0,00812	0,00652	0,15630

Belastung $P = 1$ t in $3''$. Für den symmetrischen Anteil $P/2$ auf $3'$ und $3''$ wird (Abb. 618a)

$$ {}^{(1)}\delta_{10} = {}^{(1)}\delta_{50} = -\frac{l}{3}\,P\,l\,\frac{3}{2}\,\nu_2 = -7{,}2692\,\frac{l}{3}, \quad {}^{(1)}\delta_{20} = {}^{(1)}\delta_{40} = -\frac{l}{3}\,P\,l\,\frac{1}{2}\,(6\,\nu_2 - 5\,\varkappa^3\,\nu_1) = -5{,}0166\,\frac{l}{3}, $$

$$ {}^{(1)}\delta_{30} = -\frac{l}{3}\,P\,l\,(4\,\nu_2 + 5\,\varkappa^3\,\nu_1) = -38{,}4279\,\frac{l}{3}. $$

$$ X_1 = X_5 = -0{,}3239, \qquad X_2 = X_4 = -0{,}7295, \qquad X_3 = -1{,}4112. $$

Für den antimetrischen Anteil $+P/2$ auf $3''$, $-P/2$ auf $3'$ wird (Abb. 618b)

$$ {}^{(2)}\delta_{10} = {}^{(2)}\delta_{50} = -\frac{l}{3}\,P\,l\,\frac{1}{6}\,\nu_2 = -0{,}8077\,\frac{l}{3}, \quad {}^{(2)}\delta_{20} = {}^{(2)}\delta_{40} = -\frac{l}{3}\,P\,l\,\frac{1}{6}\,(2\,\nu_2 - \varkappa^3\,\nu_1) = -0{,}9806\,\frac{l}{3}, $$

$$ {}^{(2)}\delta_{30} = -\frac{l}{3}\,P\,l\,\frac{1}{9}\,(4\,\nu_2 + 3\,\varkappa^3\,\nu_1) = -3{,}4235\,\frac{l}{3}. $$

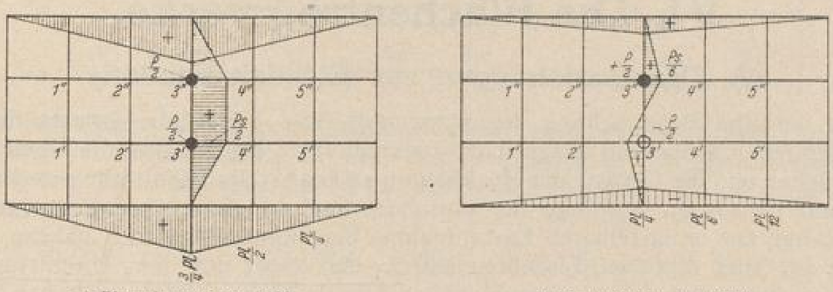
$$ Y_1 = Y_5 = -0{,}1045, \qquad Y_2 = Y_4 = -0{,}1625, \qquad Y_3 = -0{,}5071; $$

$$ Z_{3''} = -1{,}4112 - 0{,}5071 = -1{,}9183 \text{ mt}. $$

Die Biegungsmomente in Querträger 3 werden

$$ M_{II,3''} = \frac{s}{2} + 2\,\varkappa\,(X_3 - X_2) + \frac{s}{6} + \frac{2}{3}\,\varkappa\,(Y_3 - Y_2) = 0{,}7510 \text{ mt}, $$

$$ M_{II,3'} = \frac{s}{2} + 2\,\varkappa\,(X_3 - X_2) - \frac{s}{6} - \frac{2}{3}\,\varkappa\,(Y_3 - Y_2) = 0{,}0236 \text{ mt}. $$



a) Biegungsmomente ${}^{(1)}M_0$ b) Biegungsmomente ${}^{(2)}M_0$

Abb. 619.

Damit ergeben sich die Lastanteile $P_{3,i}$ ($i = a \div d$) für die Hauptträger (Abb. 619a).

$P_{3,a} = 0{,}209$ t, $P_{3,b} = 0{,}589$ t, $P_{3,c} = 0{,}195$ t, $P_{3,d} = 0{,}0065$ t;

$$ M_{I,3''} = -Z_{3''} = 1{,}918 \text{ mt}, $$
$$ M_{I,3'''} = 1{,}579 \text{ mt}. $$

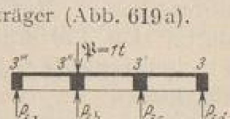


Abb. 619a.

Bei der Annahme $J_{II} = \infty$ wird nach (909)

$$ P_{3,a} = 0{,}40 \text{ t}, \qquad P_{3,b} = 0{,}30 \text{ t}, \qquad P_{3,c} = 0{,}20 \text{ t}, \qquad P_{3,d} = 0{,}10 \text{ t}. $$

$$ M_{I,3''} = \frac{0{,}3 \cdot 6\,l}{4} = 1{,}58 \text{ mt}, \qquad M_{I,3'''} = \frac{0{,}4 \cdot 6\,l}{4} = 2{,}10 \text{ mt}. $$

Belastung $P = 1\,\mathrm{t}$ in 3'''. Das Ergebnis ist:

$$P_{3,a} = 0{,}844\,\mathrm{t}, \qquad P_{3,b} = 0{,}250\,\mathrm{t}, \qquad P_{3,c} = -0{,}031\,\mathrm{t}, \qquad P_{3,d} = -0{,}063\,\mathrm{t}.$$

Das Biegungsmoment im Randträger wird

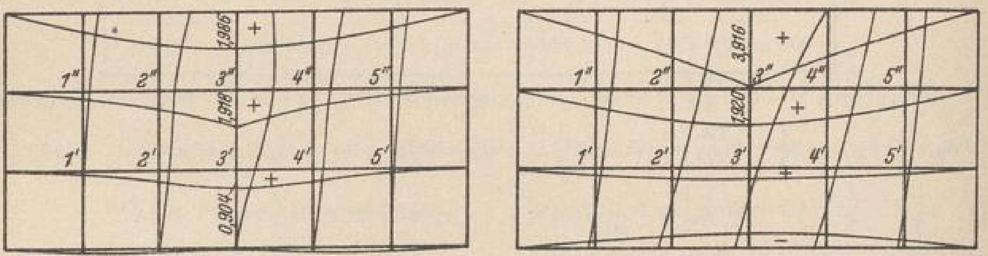
$$M_{I,3'''} = 3{,}916\,\mathrm{mt}.$$

Bei der Annahme $J_{II} = \infty$ wird nach (909)

$$P_{3,a} = 0{,}70\,\mathrm{t}, \qquad P_{3,b} = 0{,}40\,\mathrm{t}, \qquad P_{3,c} = 0{,}10\,\mathrm{t}, \qquad P_{3,d} = -0{,}26\,\mathrm{t},$$

$$M_{I,3'''} = 3{,}68\,\mathrm{mt}.$$

Einflußflächen. Entwicklung nach S. 639 (Abb. 620).



Einflußfläche $M_{I,3''}$ Einflußfläche $M_{I,3'''}$

Abb. 620.

Zschetzsche: Theorie lastverteilender Querverbindungen. Z. öst. Ing.- u. Arch.-Ver. 1893. — Bleich: Theorie und Berechnung eiserner Brücken. Berlin 1924. — Petermann: Überlastverteilende Wirkung durchgehender Querverbindungen. Bautechn. 1925. — Schilling, W.: Statik der Bodenkonstruktionen der Schiffe. Berlin 1925. — Faltus, F.: Lastverteilende Querverbindungen. Bauing. 1927 S. 853. — Genthner, R.: Der Eisenbetonträgerrost. Beton u. Eisen 1928 S. 411. — Marcus, H.: Die weitgespannten Decken des Sportgebäudes im Stadion Breslau-Leerbeutel. Beton u. Eisen 1929 S. 73. — Szegö, St.: Kreuzweise gespannte Balkenkonstruktionen. Zement 1930 S. 34. — Derselbe: Über die Berechnung quadratischer Kreuzeckroste. Zement 1930 Heft 38 bis 42. — Marcus, H.: Die Theorie der Rautendecke. Bauing. 1932 S. 303. — Szegö, St.: Die Kreuzeckrostbauweise. Beton u. Eisen 1932 S. 122. — Derselbe: Anwendung der Kreuzeckrostbauweise auf Hofkellerdecken. Zement 1932 S. 676.

VI. Die Flächentragwerke.

66. Die Beziehungen zur Elastizitätstheorie.

Die einfache Beherrschung des Spannungs- und Verschiebungszustandes der biegungssteifen Stäbe und Träger hat wesentlich dazu beigetragen, die Überbauten der Brücken und die Gerüste der Hochbauten als Stab- oder Fachwerke auszubilden. Während jedoch im Stahlbau die Formänderung des Haupttragwerks von den sekundären, zur unmittelbaren Lastaufnahme bestimmten Bauteilen nahezu unabhängig ist, sind diese im Eisenbetonbau in der Regel mit dem Haupttragwerk homogen verbunden, so daß zusammenhängende elastische Gebilde entstehen, deren Verschiebungszustand sich wesentlich von demjenigen des freien Haupttragwerks unterscheidet. Auf diese Weise sind in der jüngsten Vergangenheit, begünstigt durch den Fortschritt der theoretischen und physikalischen Erkenntnis, auch Flächentragwerke entwickelt worden. Die Trägerroste wurden zu Platten und Pilzdecken, die ebenen Stab- und Fachwerke zu Scheiben, die Rippenkuppeln und Flechtwerke zu Schalen.

Der Festigkeitsnachweis dieser elastischen Gebilde ist seit Jahrzehnten durch wissenschaftliche Arbeiten über Elastizitätstheorie vorbereitet worden, so daß sich die Baustatik auf zahlreiche bekannte Ergebnisse zu stützen vermag. Trotzdem bereitet der Festigkeitsnachweis für die Flächentragwerke des Bauwesens oft noch