Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Die statische Untersuchung mit Berücksichtigung der drehsteifen Verbindung der Träger

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Bei konstantem Trägheitsmoment ($J_1' = J_2' = J_3' = J'$) entsteht nach Kürzung der Gleichungen mit $\frac{2\,J'\,l^2}{3}$ folgende Matrix:

X_1	X_2		
15	23	$50\,p\,l\,.$	$X_1 = +\,4{,}3768\,p\,l\,.$
23	48	$68\,p\,l\,.$	$X_2 = -\,0{,}6805\,p\,l\,.$

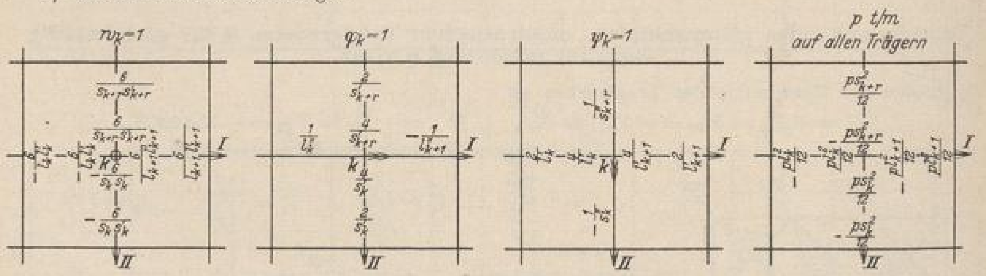
$$M_{I,1} = 2{,}688\,p\,l^2, \qquad M_{I,6} = 1{,}160\,p\,l^2, \qquad M_{I,4} = 1{,}320\,p\,l^2,$$
$$M_{I,11} = -\,1{,}196\,p\,l^2, \qquad M_{I,9} = 0{,}984\,p\,l^2, \qquad M_{I,7} = 1{,}484\,p\,l^2$$

Die Biegungsmomente für $J = \text{const}$, $L = 12{,}0$ m, $l = 2{,}828$ m und $q = 1$ t/m² sind in Abb. 600 dargestellt.

Die statische Untersuchung mit Berücksichtigung der drehsteifen Verbindung der Träger. Die Anschlußkräfte der Abschnitte l_k, s_k des Trägerrostes sind Funktionen der Belastung $\mathfrak{P}_{I,k}$, $\mathfrak{P}_{II,k}$ und ihrer geometrischen Randbedingungen und daher durch die Verschiebungen w_k, φ_k, ψ_k der Knotenpunkte bestimmt (529). Diese werden nach Abschn. 39 als die geometrisch überzähligen Größen eines geometrisch bestimmten Hauptsystems berechnet. Sie gehen dabei in $3n$ statische Bedingungen ein, die nach dem Prinzip der virtuellen Verrückungen für das Gleichgewicht der äußeren Kräfte von $3n$ voneinander unabhängigen zwangläufigen Gebilden $\Gamma_{\varphi k}$, $\Gamma_{\psi k}$, Γ_{wk} angeschrieben werden. Dabei gelten alle Bezeichnungen, Rechenvorschriften und Bemerkungen der Abschn. 38ff., so daß je nach der Art der Kette drei verschiedene Gruppen von Gleichungen entstehen:

$$\left.\begin{aligned} \delta A_{wk} &= a_{wk,0} + \sum w_h\, a_{wk,h} + \sum \varphi_h\, \bar{a}_{wk,h} + \sum \psi_h\, a^*_{wk,h} = 0\,,\\ \delta A_{\varphi k} &= a_{\varphi k,0} + \sum w_h\, a_{\varphi k,h} + \sum \varphi_h\, \bar{a}_{\varphi k,h} + \sum \psi_h\, a^*_{\varphi k,h} = 0\,,\\ \delta A_{\psi k} &= a_{\psi k,0} + \sum w_h\, a_{\psi k,h} + \sum \varphi_h\, \bar{a}_{\psi k,h} + \sum \psi_h\, a^*_{\psi k,h} = 0\,. \end{aligned}\right\} \tag{908}$$

a) Anschlußmomente infolge:



b) Anschlußmomente für Abstützung der Trägerenden nach Abb. 591a infolge:

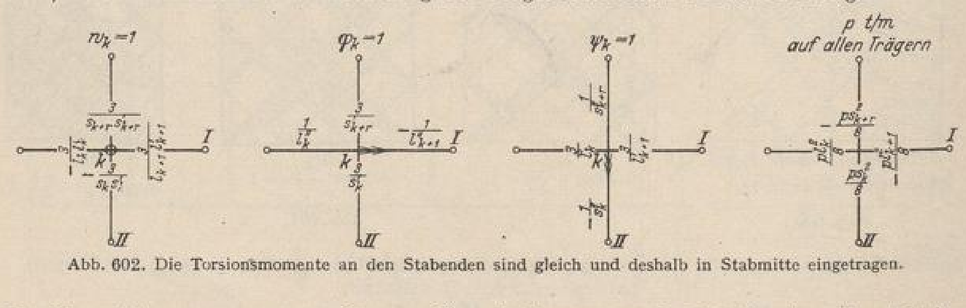


Abb. 602. Die Torsionsmomente an den Stabenden sind gleich und deshalb in Stabmitte eingetragen.

Die Vorzahlen $a_{\varphi k,0}$, $a_{\varphi k,h}$, $\bar{a}_{\varphi k,h}$, $a^*_{\varphi k,h}$ bedeuten nach S. 316 virtuelle Arbeiten an der mit $\dot{\varphi}_k = 1$ angetriebenen zwangläufigen Stabkette $\Gamma_{\varphi k}$ infolge von äußeren Kräften im geometrisch bestimmten Hauptsystem, die entweder von der

		w									φ									ψ								
	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
δA_{wk}	1	ǁ	ǀ		ǀ						ǀ	ǀ								ǀ			ǀ					
	2	ǀ	ǁ	ǀ		ǀ					ǀ	ǀ	ǀ								ǀ			ǀ				
	3		ǀ	ǁ			ǀ					ǀ	ǀ									ǀ			ǀ			
	4	ǀ			ǁ	ǀ		ǀ						ǀ	ǀ					ǀ			ǀ			ǀ		
	5		ǀ		ǀ	ǁ	ǀ		ǀ					ǀ	ǀ	ǀ					ǀ			ǀ			ǀ	
	6			ǀ		ǀ	ǁ			ǀ					ǀ	ǀ						ǀ			ǀ			ǀ
	7				ǀ			ǁ	ǀ								ǀ	ǀ					ǀ			ǀ		
	8					ǀ		ǀ	ǁ	ǀ							ǀ	ǀ	ǀ					ǀ			ǀ	
	9						ǀ		ǀ	ǁ								ǀ	ǀ						ǀ			ǀ
$\delta A_{\varphi k}$	1	ǀ	ǀ								ǁ	ǀ		ǀ														
	2	ǀ	ǀ	ǀ							ǀ	ǁ	ǀ		ǀ													
	3		ǀ	ǀ								ǀ	ǁ			ǀ												
	4				ǀ	ǀ					ǀ			ǁ	ǀ		ǀ											
	5				ǀ	ǀ	ǀ					ǀ		ǀ	ǁ	ǀ		ǀ										
	6					ǀ	ǀ						ǀ		ǀ	ǁ			ǀ									
	7							ǀ	ǀ					ǀ			ǁ	ǀ										
	8							ǀ	ǀ	ǀ					ǀ		ǀ	ǁ	ǀ									
	9								ǀ	ǀ						ǀ		ǀ	ǁ									
$\delta A_{\psi k}$	1	ǀ			ǀ															ǁ	ǀ		ǀ					
	2		ǀ			ǀ														ǀ	ǁ	ǀ		ǀ				
	3			ǀ			ǀ														ǀ	ǁ			ǀ			
	4	ǀ			ǀ			ǀ												ǀ			ǁ	ǀ		ǀ		
	5		ǀ			ǀ			ǀ												ǀ		ǀ	ǁ	ǀ		ǀ	
	6			ǀ			ǀ			ǀ												ǀ		ǀ	ǁ			ǀ
	7				ǀ			ǀ															ǀ			ǁ	ǀ	
	8					ǀ			ǀ															ǀ		ǀ	ǁ	ǀ
	9						ǀ			ǀ															ǀ		ǀ	ǁ

Belastung des Trägerrostes ($\mathfrak{P}, \Delta t$), der Verschiebung $w_h = 1$ oder von der Verdrehung $\varphi_h = 1$ oder $\psi_h = 1$ herrühren. Diese lassen sich aus den Ansätzen (533 ff.) entnehmen, so daß die Vorzahlen und Belastungszahlen mit der Abb. 602 unmittelbar angeschrieben werden können. Dabei zeigt sich, daß

$$\bar{a}_{\psi k, h} = a^*_{\varphi k, h} = 0 \quad \text{und} \quad a_{\varphi k, h} = \bar{a}_{w k, h}, \qquad a_{\psi k, h} = a^*_{w k, h}.$$

Die 27 unabhängigen statischen Bedingungen zur Berechnung eines unregelmäßigen Trägerrostes nach Abb. 595 bilden die Matrix auf S. 631.

Die Wurzeln w_k, φ_k, ψ_k können durch die Iteration einer Näherungslösung angeschrieben werden, wenn auch dabei langwierige, mühevolle Zahlenrechnungen nicht ausbleiben. Sie sind bei symmetrischen Rosten durch die Umordnung der Belastung (S. 186) wesentlich einfacher. In einzelnen Fällen ist außerdem die Verdrehung der Knoten um ausgezeichnete Achsen infolge der konstruktiven Ausgestaltung des Rostes Null. Die Vorteile der Lösung treten jedoch vor allem bei Trägerrosten mit mehr als zwei Trägerscharen in Erscheinung (Abb. 607), da dann zwar der Grad der statischen Unbestimmtheit zunimmt, dagegen die Anzahl der geometrisch unbekannten Komponenten w_k, φ_k, ψ_k unverändert $3n$ bleibt.

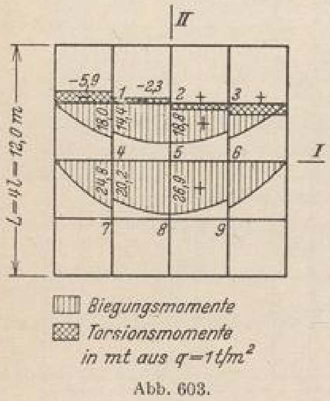


Abb. 603.

Berechnung eines seitenparallelen, quadratischen Trägerrostes *b* für gleichmäßig verteilte Belastung q t/m².

Der Trägerrost Abb. 603 ist bei Lagerung der Trägerenden nach Abb. 591 b und drehsteifen Knoten 33 fach statisch unbestimmt und 27 fach geometrisch unbestimmt. Infolge der Symmetrie von Tragwerk und Belastung genügt ein Ansatz mit 3 statischen oder 5 geometrischen Größen, um den vollständigen Spannungszustand anzugeben. Daher wird der statische Ansatz gewählt.

Als Überzählige dienen die Verbindungskräfte Y und die Verbindungsmomente Z_I, Z_{II}, deren Drehsinn nach Abb. 604 a positiv ist. Infolge der Symmetrie des Tragwerks ist bei gleichmäßig verteilter Belastung

$$Y_1 = Y_3 = Y_9 = Y_7 = Y_5 = 0, \quad (Y_2 = -Y_6 = Y_8 = -Y_4) \equiv X_1,$$
$$(Z_{I,1} \hat{+} Z_{II,1} = Z_{I,3} \hat{-} Z_{II,3} = -Z_{I,9} \hat{-} Z_{II,9} = -Z_{I,7} \hat{+} Z_{II,7}) \equiv X_2,$$
$$Z_{II,2} = Z_{I,6} = Z_{II,8} = Z_{I,4} = Z_{I,5} = Z_{II,5} = 0,$$
$$(Z_{I,2} = -Z_{II,6} = -Z_{I,8} = Z_{II,4}) \equiv X_3.$$

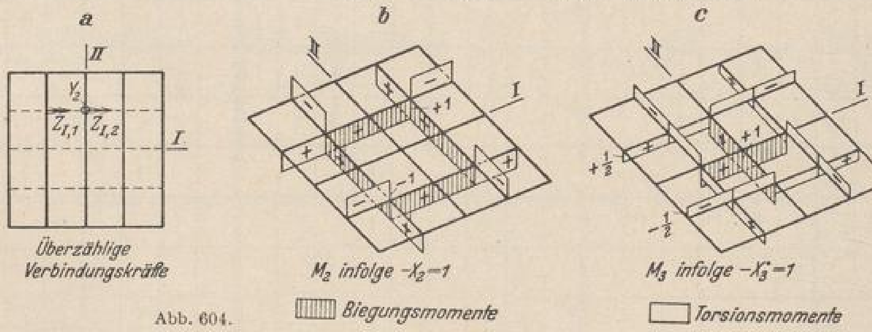


Abb. 604.

Das Trägheitsmoment ist hier für alle Träger gleich,

$$l' = l\frac{J_c}{J}, \quad l'' = \varrho l', \quad \varrho = \frac{E J_v}{G T}$$

und daher nach S. 629

$$\delta_{11} = \frac{32}{3} l' l^2, \quad \delta_{10} = -\frac{23}{6} l' l^3 p.$$

Mit Abb. 604 b, c wird:

$$\delta_{22} = 8 l' (1 + \varrho), \quad \delta_{33} = 4 l' (1 + \varrho), \quad \delta_{12} = -6 l l', \quad \delta_{13} = 4 l l', \quad \delta_{23} = 4 \varrho l',$$
$$\delta_{20} = \frac{44}{3} p l^2 l', \quad \delta_{30} = \frac{22}{3} p l^2 l'.$$