



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

66. Die Beziehungen zur Elastizitätstheorie

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Belastung $P = 1 \text{ t}$ in $3'''$. Das Ergebnis ist:

$$P_{3,a} = 0,844 \text{ t}, \quad P_{3,b} = 0,250 \text{ t}, \quad P_{3,c} = -0,031 \text{ t}, \quad P_{3,d} = -0,063 \text{ t}.$$

Das Biegemoment im Randträger wird

$$M_{I,3'''} = 3,916 \text{ mt.}$$

Bei der Annahme $J_{II} = \infty$ wird nach (909)

$$P_{3,a} = 0,70 \text{ t}, \quad P_{3,b} = 0,40 \text{ t}, \quad P_{3,c} = 0,10 \text{ t}, \quad P_{3,d} = -0,26 \text{ t},$$

$$M_{I,3'''} = 3,68 \text{ mt.}$$

Einflußflächen. Entwicklung nach S. 639 (Abb. 620).

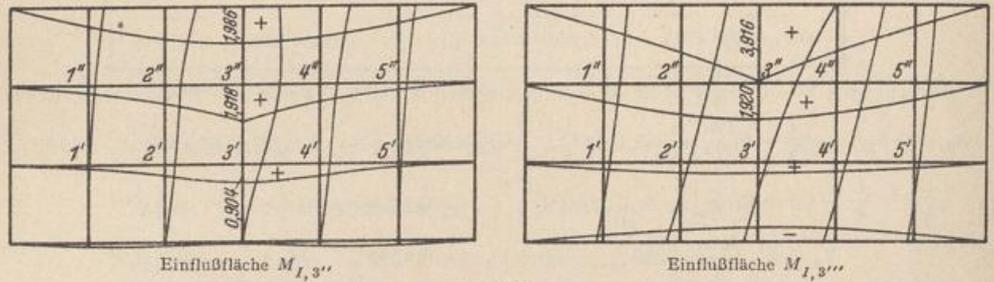


Abb. 620.

Zschetzke: Theorie lastverteilender Querverbindungen. Z. öst. Ing.- u. Arch.-Ver. 1893. — Bleich: Theorie und Berechnung eiserner Brücken. Berlin 1924. — Petermann: Überlastverteilende Wirkung durchgehender Querverbindungen. Bautechn. 1925. — Schilling, W.: Statik der Bodenkonstruktionen der Schiffe. Berlin 1925. — Faltus, F.: Lastverteilende Querverbindungen. Bauing. 1927 S. 853. — Genthner, R.: Der Eisenbetonträgerrost. Beton u. Eisen 1928 S. 411. — Marcus, H.: Die weitgespannten Decken des Sportgebäudes im Stadion Breslau-Leerbeutel. Beton u. Eisen 1929 S. 73. — Szegö, St.: Kreuzweise gespannte Balkenkonstruktionen. Zement 1930 S. 34. — Derselbe: Über die Berechnung quadratischer Kreuzekroste. Zement 1930 Heft 38 bis 42. — Marcus, H.: Die Theorie der Rautendecke. Bauing. 1932 S. 303. — Szegö, St.: Die Kreuzekrostbauweise. Beton u. Eisen 1932 S. 122. — Derselbe: Anwendung der Kreuzekrostbauweise auf Hofkellerdecken. Zement 1932 S. 676.

VI. Die Flächentragwerke.

66. Die Beziehungen zur Elastizitätstheorie.

Die einfache Beherrschung des Spannungs- und Verschiebungszustandes der biegesteifen Stäbe und Träger hat wesentlich dazu beigetragen, die Überbauten der Brücken und die Gerüste der Hochbauten als Stab- oder Fachwerke auszubilden. Während jedoch im Stahlbau die Formänderung des Haupttragwerks von den sekundären, zur unmittelbaren Lastaufnahme bestimmten Bauteilen nahezu unabhängig ist, sind diese im Eisenbetonbau in der Regel mit dem Haupttragwerk homogen verbunden, so daß zusammenhängende elastische Gebilde entstehen, deren Verschiebungszustand sich wesentlich von demjenigen des freien Haupttragwerks unterscheidet. Auf diese Weise sind in der jüngsten Vergangenheit, begünstigt durch den Fortschritt der theoretischen und physikalischen Erkenntnis, auch Flächentragwerke entwickelt worden. Die Trägerroste wurden zu Platten und Pilzdecken, die ebenen Stab- und Fachwerke zu Scheiben, die Rippenkuppeln und Flechtwerke zu Schalen.

Der Festigkeitsnachweis dieser elastischen Gebilde ist seit Jahrzehnten durch wissenschaftliche Arbeiten über Elastizitätstheorie vorbereitet worden, so daß sich die Baustatik auf zahlreiche bekannte Ergebnisse zu stützen vermag. Trotzdem bereitet der Festigkeitsnachweis für die Flächentragwerke des Bauwesens oft noch

erhebliche Schwierigkeiten, da in der Regel nicht die idealisierten elastischen Gebilde der Theorie, sondern zweckbestimmte Bauformen untersucht werden müssen, deren Randbedingungen nicht immer eindeutig vorgeschrieben sind. Sie lassen sich in der Regel auch nicht vereinfachen, ohne das Spannungsbild wesentlich abzuändern. Die Lösung ist daher nur selten allein durch die Überwindung der mathematischen Schwierigkeiten abgeschlossen, sondern erfüllt ihren Zweck erst in Verbindung mit umfangreichen Zahlenrechnungen, die allein ein Urteil über die Festigkeit und Stabilität gestatten. Auch dann ist das Bild infolge von Eigenspannungen aus der Herstellung der Baukörper und infolge der unregelmäßigen und wandelbaren physikalischen Eigenschaften des Baustoffs nicht immer so klar, daß die Überschreitung eines durch ausreichende Sicherheit begrenzten Belastungsbereichs gerechtfertigt ist.

Die Elastizitätstheorie rechnet mit der vollkommenen Elastizität und mit der homogenen und isotropen Beschaffenheit des Baustoffs. Die Verschiebungen werden stets nur verschwindend klein und ihre Beziehungen zu den elastischen Kräften des Baustoffs als linear angenommen.

Die Komponenten des Spannungstensors und des Verschiebungsvektors sind bei homogener Beschaffenheit des Baukörpers stetige Funktionen der Koordinaten x, y, z . Daher kann das Gleichgewicht der inneren Kräfte auf einen differentialen Abschnitt des Körpers bezogen werden. Sind X, Y, Z die Komponenten der auf die Volumeneinheit bezogenen Massenkraft, so gelten die folgenden 6 Bedingungen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0, & \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y = 0, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0, \\ \tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}. \end{aligned} \right\} \quad (910)$$

Durch die Annahme stetiger Veränderlichkeit der Verschiebungen sind die bezogenen Längenänderungen ε_x usw. und die Winkeländerungen γ_{xy} usw., die sich bei der Verzerrung des Prismas mit $dx \rightarrow dx(1 + \varepsilon_x)$, $\sphericalangle(dx, dy) = \pi/2 \rightarrow \pi/2 + \gamma_{xy}$ einstellen, in der folgenden Weise mit dem Verschiebungszustand verknüpft:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, & \gamma_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (911)$$

Die geometrischen Komponenten des Verzerrungstensors sind nach Annahme linear von den mechanischen Größen, den Komponenten des Spannungstensors abhängig und bei isotropem Baustoff nur durch zwei Konstante E und μ mit diesen verknüpft.

$$E \varepsilon_x = \sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z), \quad G \gamma_{xy} = \tau_{xy} \text{ usw.}, \quad G = \frac{E}{2(1+\mu)}, \quad \mu = \frac{1}{m}. \quad (912)$$

Die Spannungssumme $s = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ und die kubische Dehnung $e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$ sind invariante Größen des Ansatzes, mit denen sich die Beziehungen zwischen den Spannungs- und Verzerrungskomponenten auch folgendermaßen anschreiben lassen:

$$\left. \begin{aligned} E \varepsilon_x &= \sigma_x(1 + \mu) - \mu s, & \sigma_x(1 + \mu) &= E[\varepsilon_x + \mu e / (1 - 2\mu)], \\ E \varepsilon_y &= \sigma_y(1 + \mu) - \mu s, & \sigma_y(1 + \mu) &= E[\varepsilon_y + \mu e / (1 - 2\mu)], \\ E \varepsilon_z &= \sigma_z(1 + \mu) - \mu s, & \sigma_z(1 + \mu) &= E[\varepsilon_z + \mu e / (1 - 2\mu)]. \end{aligned} \right\} \quad (913)$$

Love, A. E. H.: Lehrbuch der Elastizität, Leipzig 1907. — Föppl, A. u. L.: Drang und Zwang. München u. Berlin 1920. — Trefftz, E.: Mathematische Elastizitätstheorie, Kap. 2. Handb. d. Physik Bd. VI: Mechanik der elastischen Körper, Berlin 1928.