



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Platten mit veränderlicher Dicke

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

$$w_i = -\frac{a^2}{\pi} 0,12013 \Phi_1, \quad w_a = \frac{a^2}{\pi} (-0,24513 \Phi_1 - 0,125 \Phi_3 - 0,125 \Phi_2),$$

$$M_{r,i} = -\frac{1}{\pi} 0,28029, \quad M_{r,a} = -\frac{1}{\pi} (0,28029 + 0,10417 \Phi_4 - 0,29167 \Phi_3).$$

Zustand $X_2 = -1$ (Abb. 634d, Tabelle 63 S. 659).

$$\kappa = 9,33333, \quad \delta_{22} = 0,13616 \frac{a^2}{\pi}, \quad \delta_{12} = -0,12013 \frac{a^2}{\pi},$$

$$w_i = \frac{a^2}{\pi} (0,13616 \Phi_1 + 0,125 \Phi_2), \quad w_a = \frac{a^2}{\pi} (0,01116 \Phi_1 - 0,125 \Phi_3),$$

$$M_{r,i} = -\frac{1}{\pi} (0,07812 + 0,29167 \Phi_3),$$

$$M_{r,a} = -\frac{1}{\pi} (0,07812 + 0,10417 \Phi_4).$$

Belastung durch p t/m (Abb. 634e, Tabelle 63 S. 658).

$$\kappa_1 = -5,27208, \quad \kappa_2 = -23,9387,$$

$$\delta_{10} = 0,42516 p a^4, \quad \delta_{20} = -0,15686 p a^4,$$

$$w_i = -p a^4 (0,14123 \Phi_1 + 0,01562 \Phi_0),$$

$$w_a = -p a^4 (0,64122 \Phi_1 + 0,01562 \Phi_0 + 0,5 \Phi_3 + 0,5 \Phi_2),$$

$$M_{r,i} = p a^2 (-0,52742 + 0,19792 \Phi_1),$$

$$M_{r,a} = p a^2 (-0,52742 + 0,19792 \Phi_1 - 0,41667 \Phi_4 + 1,16667 \Phi_3).$$

4. Elastizitätsgleichungen nach Erweiterung

mit $\frac{\pi}{a^2}$

	X_1	X_2	
1	+0,30216	-0,12013	+0,42516 $p a^2 \pi$
2	-0,12013	+0,13616	-0,15686 $p a^2 \pi$

Lösung: $X_1 = 1,4618 p a^2 \pi$, $X_2 = 0,1377 p a^2 \pi$.

5. Superposition.

$$w = w_0 - X_1 w_1 - X_2 w_2,$$

$$w_i = p a^4 (-0,14123 \Phi_1 - 0,01562 \Phi_0) - 1,4618 p a^2 \pi \cdot \frac{a^2}{\pi} (-0,12013 \Phi_1) - 0,1377 p a^2 \pi \cdot \frac{a^2}{\pi} (0,13616 \Phi_1 + 0,125 \Phi_2),$$

$$= p a^4 (-0,01562 \Phi_0 + 0,01561 \Phi_1 - 0,01721 \Phi_2),$$

$$w_a = p a^4 (-0,01562 \Phi_0 - 0,28444 \Phi_1 - 0,31728 \Phi_2 - 0,30006 \Phi_3),$$

$$M_{r,i} = p a^2 (-0,10693 + 0,19792 \Phi_1 + 0,04016 \Phi_3),$$

$$M_{r,a} = p a^2 (-0,10693 + 0,19792 \Phi_1 + 0,74031 \Phi_3 - 0,25005 \Phi_4).$$

Die Biegelinie und die Biegemomente M_r , ferner M_t und Q_r sind in Abb. 635 dargestellt.

Platten mit veränderlicher Dicke. Werden die Ausdrücke (945) der Biegemomente M_r, M_α in die allgemeingültigen Gleichgewichtsbedingungen (947) eingesetzt, so entsteht die Differentialgleichung

$$N \Delta \Delta w + \frac{dN}{dr} \left(2 \frac{d^3 w}{dr^3} + \frac{2 + \mu}{r} \frac{d^2 w}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \frac{dw}{dr} \right) + \frac{d^2 N}{dr^2} \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\mu}{r} \frac{dw}{dr} \right) = p. \quad (959)$$

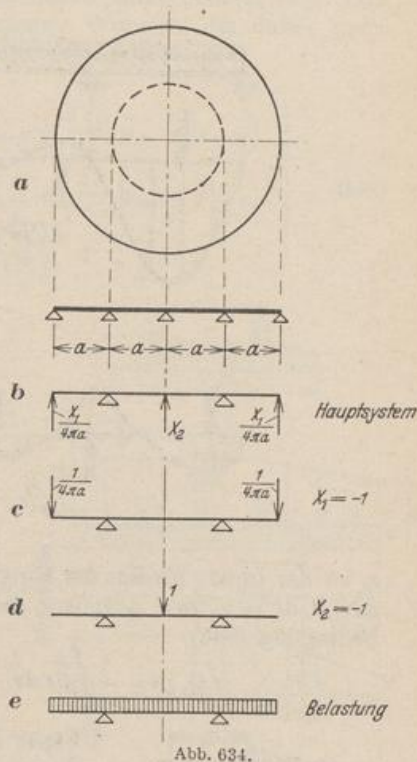


Abb. 634.

Sie läßt sich durch Differentiation aus

$$\frac{d}{dr} \left[r N \frac{d}{dr} \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) + r \frac{dN}{dr} \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\mu}{r} \frac{dw}{dr} \right) \right] = p r \quad (960)$$

gewinnen und daher mit $dw/dr = \text{tg } \varphi \approx \varphi$ und $\bar{\varphi} = \varphi E h_0^3 / 12 (1 - \mu^2) = \varphi N_0$ auch als Differentialgleichung 2ter Ordnung anschreiben:

$$\frac{N}{N_0} \frac{d^2 \bar{\varphi}}{dr^2} + \left(\frac{N}{r N_0} + \frac{dN}{N_0 dr} \right) \frac{d\bar{\varphi}}{dr} - \left(\frac{N}{N_0} \frac{1}{r^2} - \frac{\mu}{r} \frac{dN}{N_0 dr} \right) \bar{\varphi} = \frac{1}{r} \left[\int_{r_i}^r p r dr + C \right]. \quad (961)$$

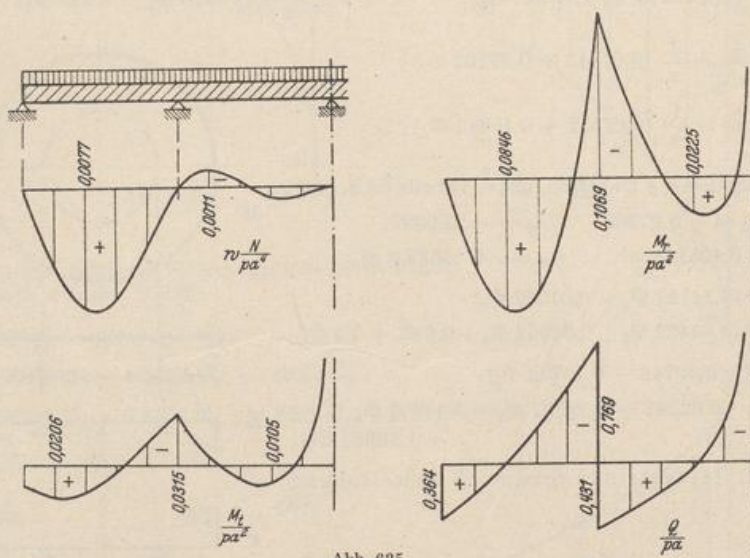


Abb. 635.

r_i ist der innere Radius der Ringplatte (Abb. 636). Die Funktionen $N/N_0 = h^3/h_0^3 = v_1$, $dN/N_0 dr = v_2$ sind gegeben; die rechte Seite ist das Integral zur Gleichgewichtsbedingung (946).

$$r Q_{rz} = - \int_{r_i}^r p r dr + C \quad \text{und daher} \quad C = r Q_{rz} + \int_{r_i}^r p r dr. \quad (962)$$



Abb. 636.

Freier Außenrand ($r_s = r_i$, Abb. 636), $Q_{rz,a} = 0$, $C = \mathfrak{F}$.
 Freier Innenrand ($r_s = r_a$, Abb. 636), $Q_{rz,i} = 0$, $C = 0$.
 Freier Innen- und Außenrand ($r_i < r_s < r_a$), $Q_{rz,i} = 0$, $C = 0$.
 In diesem Falle ist die Querkraft in $r = r_s$ unstetig, die Lösung der Gl. (961) daher für zwei Bereiche anzuschreiben. Nach Division mit v_1 lautet die Gl. (961)

$$\frac{d^2 \bar{\varphi}}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} + \frac{v_2}{v_1} \right) \frac{d\bar{\varphi}}{dr} - \left(\frac{1}{r^2} - \frac{\mu}{r} \frac{v_2}{v_1} \right) \bar{\varphi} = \frac{1}{r v_1} \left[\int_{r_i}^r p r dr + C \right]. \quad (963)$$

Sie läßt sich leicht angenähert berechnen, wenn die Differentialquotienten durch Differenzenquotienten ersetzt werden. Hierbei ist die Unstetigkeit der Querkraft bei einer Stützung nach Abb. 636 ohne Bedeutung für die Lösung. Die bekannten Vorzeichen der Gleichung werden durch einzelne Buchstaben abgekürzt. Es ist

$$\frac{1}{r} + \frac{v_2}{v_1} = a, \quad \frac{1}{r^2} - \frac{\mu}{r} \frac{v_2}{v_1} = b, \quad \frac{1}{v_1 r} \left(\int_{r_i}^r p r dr + C \right) = K. \quad (964)$$

Der Integrationsbereich ($r_a - r_i$) zerfällt in n Stufen von konstanter Breite s mit den Intervallgrenzen $0, \dots, m, \dots, n$. Die Bedingung für die Formänderung der

Platte am Punkte m kann also in Verbindung mit den Bemerkungen auf S. 129 folgendermaßen angeschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 & + \Delta^2 \bar{\varphi}_m + s a_m \Delta \bar{\varphi}_m - s^2 b_m \bar{\varphi}_m = K_m s^2, \\
 - \bar{\varphi}_{m-1} \left(1 - \frac{s a_m}{2}\right) + \bar{\varphi}_m (2 + s^2 b_m) - \bar{\varphi}_{m+1} \left(1 + \frac{s a_m}{2}\right) &= -K_m s^2, \quad (965) \\
 & m = 0 \dots n.
 \end{aligned}$$

Der Ansatz enthält $(n + 3)$ unbekannte Wurzeln φ_m in $(n + 1)$ linearen Gleichungen, die daher noch durch die Randbedingungen für $r = r_i$ und $r = r_a$ ergänzt werden müssen. Bei freien oder frei aufliegenden Rändern ist $M_i = 0$, $M_a = 0$, bei eingespannten Rändern $\varphi_i = 0$, $\varphi_a = 0$, bei der Kreisplatte außerdem $\varphi_i = 0$. Der Kern der Matrix enthält in jeder Zeile 3 unbekannte Wurzeln, die daher nach Abschn. 29 oder durch Iteration nach Abschn. 30 berechnet werden.

Die Schnittkräfte sind

$$\left. \begin{aligned}
 M_r &= -\frac{N}{N_0} \left(\frac{d\bar{\varphi}}{dr} + \frac{\mu}{r} \bar{\varphi} \right) \rightarrow -\frac{v_{1,m}}{2s} \left(\bar{\varphi}_{m+1} + \frac{2s\mu}{r_m} \bar{\varphi}_m - \bar{\varphi}_{m-1} \right), \\
 M_\alpha &= -\frac{N}{N_0} \left(\mu \frac{d\bar{\varphi}}{dr} + \frac{1}{r} \bar{\varphi} \right) \rightarrow -\frac{\mu v_{1,m}}{2s} \left(\bar{\varphi}_{m+1} + \frac{2s}{\mu r_m} \bar{\varphi}_m - \bar{\varphi}_{m-1} \right), \\
 Q_r &= -\frac{N}{N_0} \left(\frac{d^2\bar{\varphi}}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \bar{\varphi} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{\varphi}}{dr} \right) + \frac{dN}{N_0 dr} \left(\frac{d\bar{\varphi}}{dr} + \frac{\mu}{r} \bar{\varphi} \right) \\
 &\rightarrow -\frac{v_{1,m}}{s^2} \left[\left(1 + \frac{s}{2r_m} - \frac{s}{2} \frac{v_{2,m}}{v_{1,m}}\right) \varphi_{m+1} \right. \\
 &\quad \left. - \left(2 + \frac{s^2}{r_m^2} + \mu \frac{s^2}{r_m} \frac{v_{2,m}}{v_{1,m}}\right) \varphi_m \right. \\
 &\quad \left. + \left(1 - \frac{s}{2r_m} + \frac{s}{2} \frac{v_{2,m}}{v_{1,m}}\right) \varphi_{m-1} \right].
 \end{aligned} \right\} \quad (966)$$

Die Verformung der Platte folgt aus $d w / dr = \bar{\varphi} / N_0$ zu

$$w_{m+0,5} = w_{m-0,5} + \frac{\bar{\varphi}_m}{N_0} s. \quad (967)$$

Berechnung der Gründungsplatte für einen Schornstein.

1. Geometrische Grundlagen. Abmessungen der Platte nach Abb. 637.

$$h_0 = h_6 = 2,2 \text{ m}, \quad h_{10} = 1,5 \text{ m}.$$

Intervallbreite $s = r_a / 10 = 0,9 \text{ m}$. Im schrägen Teil der Platte ist

$$h_m = h_6 - (h_6 - h_{10}) \frac{m-6}{n-6} = 2,2 - 0,175(m-6),$$

$$n = 10, \quad m = 6 \div 10.$$

$$\mu = \frac{1}{6}, \quad N_0 = \frac{2100000 \cdot 2,2^3}{12 \cdot (1 - 0,028)} = 1918000 \text{ tm}^2/\text{m}.$$

2. Belastung. Ringförmige Belastung P nach Abb. 637 a. Der Bodendruck $\bar{p} = P / r_a^2 \pi$ wird gleichmäßig verteilt angenommen.

3. Vorzeichen der Differenzgleichungen (965) nach (964)

$$v_1 = \frac{h^3}{h_0^3}, \quad v_2 = \frac{1}{h_0^3} \frac{d}{dr} (h^3) = \frac{3 h^2}{h_0^3} \frac{1}{s} \frac{d}{dm} (h), \quad (\text{Abb. 637 b})$$

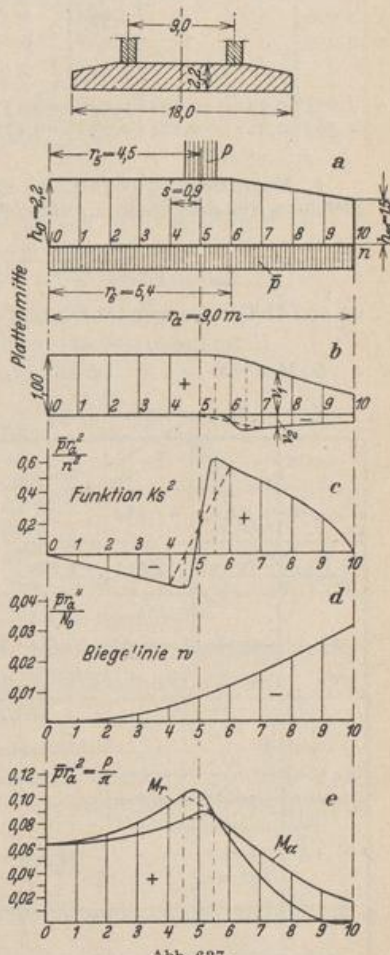


Abb. 637.