



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Zahlenbeispiel

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Um den geometrischen Zusammenhang in einfacher Weise zu klären, werden die Differentialquotienten hier ebenfalls durch Differenzenquotienten ersetzt. Dabei zerfällt der Integrationsbereich wiederum in  $n$  Stufen mit der konstanten Breite  $s$ . Für den Punkt  $k$  mit  $r = r_k$ ,  $s/r_k = \lambda_k$  und  $p = p_k$  entsteht folgende Gleichung  $k$  ( $k = 0, \dots, n$ ),

$$(1 - \lambda_k)w_{k-2} - \left[2(2 - \lambda_k) + \frac{\lambda_k^2}{2}(2 + \lambda_k)\right]w_{k-1} + \left[6 + 2\lambda_k^2 + \frac{c s^4}{N}\right]w_k - \left[2(2 + \lambda_k) + \frac{\lambda_k^2}{2}(2 - \lambda_k)\right]w_{k+1} + (1 + \lambda_k)w_{k+2} = \frac{p_k s^4}{N}. \quad (969)$$

Die Wurzeln  $w_k$  des Ansatzes werden entweder mit dem Gaußschen Algorithmus nach S. 216 ff. oder durch Iteration einer Anfangslösung nach Abschn. 30 berechnet. Die fehlenden Gleichungen liefern die Randbedingungen. Die Schnittkräfte sind dann aus den Verschiebungen  $w_k$  folgendermaßen bestimmt:

$$\left. \begin{aligned} M_{r,k} &= -\frac{N}{s^2} (\Delta^2 w_k + \mu \frac{s}{r_k} \Delta w_k) = -\frac{N}{s^2} \left[ w_{k+1} \left(1 + \frac{\mu s}{2 r_k}\right) - 2 w_k + w_{k-1} \left(1 - \frac{\mu s}{2 r_k}\right) \right], \\ M_{\alpha,k} &= -\frac{N \mu}{s^2} (\Delta^2 w_k + \frac{s}{\mu r_k} \Delta w_k) = -\frac{N \mu}{s^2} \left[ w_{k+1} \left(1 + \frac{s}{2 \mu r_k}\right) - 2 w_k + w_{k-1} \left(1 - \frac{s}{2 \mu r_k}\right) \right], \\ Q_{rz,k} &= -\frac{N}{s^3} (\Delta^3 w_k + \frac{s}{r_k} \Delta^2 w_k - \frac{s^2}{r_k^2} \Delta w_k) \\ &= -\frac{N}{2 s^3} [w_{k+2} - w_{k+1} (2 - 2 \lambda_k + \lambda_k^2) - 4 \lambda_k w_k + w_{k-1} (2 + 2 \lambda_k + \lambda_k^2) - w_{k-2}]. \end{aligned} \right\} (970)$$

**Berechnung der Gründungsplatte für einen Schornstein unter Berücksichtigung der elastischen Bettung.**

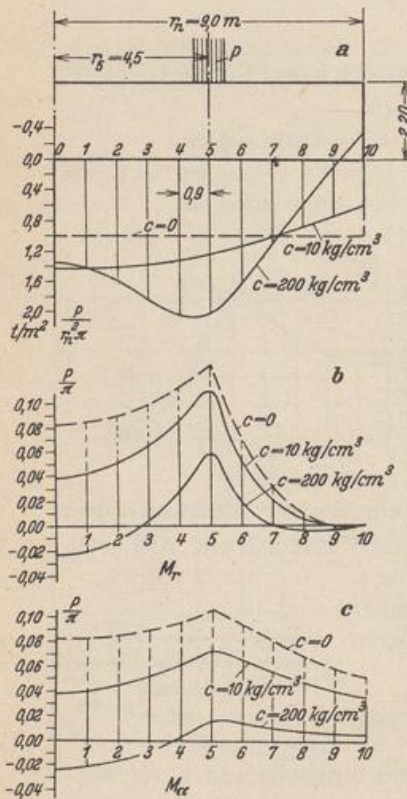


Abb. 640.

1. Geometrische Grundlagen. Abmessungen der Platte nach Abb. 640. Mit  $\mu = 1/6$ ,  $E = 2100000 \text{ t/m}^2$  ist nach S. 645

$$N = \frac{2100000 \cdot 2,2^3}{12 (1 - 0,0278)} = 1916684 \text{ tm}^2/\text{m}.$$

2. Belastung. Die senkrechte Belastung  $P$  durch den Schornstein verteilt sich auf einen Ring von der Breite  $s$  und dem mittleren Radius  $r_3 = 4,5 \text{ m}$ . Der Bodendruck wird nach S. 17 mit  $\bar{p} = cw$  angenommen. Der Leitwert  $c$  liegt zwischen  $10$  und  $200 \text{ kg/cm}^3$ , so daß die Rechnung für beide Grenzwerte durchgeführt wird.

3. Die Randbedingungen. Am Rand  $r = r_{10}$  ist  $M_{r,10} = 0$ ,  $Q_{rz,10} = 0$ ; daher nach (970) mit  $s = 0,9$ ,  $r_{10} = 9,0$ ,  $\lambda_{10} = 0,1$

$$1,0083 w_{11} - 2 w_{10} + 0,9917 w_9 = 0,$$

$$w_{12} - 1,81 w_{11} - 0,40 w_{10} + 2,21 w_9 - w_8 = 0.$$

In Plattenmitte ist aus Symmetriegründen  $w_{-1} = w_1$ ,  $w_{-2} = w_2$ . Die Glieder der Differentialgleichung (968) werden für den Plattenmittelpunkt mit  $r = 0$  unbestimmt, so daß sich die erste Differenzgleichung (969) für  $k = 0$  erst nach einem Grenzübergang anschreiben läßt. Nach der Taylorentwicklung ist in der Umgebung des Mittelpunktes

$$w = w(0) + \frac{w''(0)}{2!} r^2 + \frac{w^{IV}(0)}{4!} r^4 + \dots,$$

$$w' = w'(0) r + \frac{w^{IV}(0)}{3!} r^3 + \dots,$$

$$w'' = w''(0) + \frac{w^{IV}(0)}{2!} r^2 + \dots, \quad w''' = w^{IV}(0) r + \dots,$$

$$w^{IV} = w^{IV}(0) + \dots$$

	$w_0$	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$w_6$	$w_7$	$w_8$	$w_9$	$w_{10}$	$\frac{P r_m^2}{1000 \pi N}$
	16,005 217	-21,333 333	5,333 333									0
	-3,50000	8,003 423	-6,500 000	2,000 000								0
	0,500 000	-3,312 500	6,503 423	-5,187 500	1,500 000							0
		0,666 667	-3,462 964	6,225 645	-4,759 260	1,333 333						0
			0,750 000	-3,570 313	6,128 423	-4,554 688	1,250 000					0
				0,800 000	-3,644 000	6,083 423	-4,436 000	1,200 000				1
					0,833 333	-3,696 759	6,058 979	-4,358 797	1,166 667			0
						0,857 143	-3,736 152	6,044 239	-4,304 664	1,142 857		0
							0,875 000	-3,766 602	6,034 673	-4,264 648	1,125 000	0
								0,888 889	-3,790 812	4,935 368	-2,030 024	0
									2,000 000	-4,059 658	2,063 071	0

6. Die Auflösung nach Abschn. 29 liefert:

$k$	Für $c = 10 \text{ kg/cm}^3$											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$w$	41,721 844	41,557 311	41,022 914	40,937 339	38,467 969	36,132 603	32,802 740	29,042 026	25,160 666	21,311 919	17,545 764	$\frac{P r_m^2}{1000 \pi N}$
$\bar{p} = c w$	1,4282	1,4225	1,4043	1,3705	1,3168	1,2369	1,1229	0,9941	0,8613	0,7295	0,6006	$\frac{P}{r_m^2 \pi}$

Für  $c = 200 \text{ kg/cm}^3$

$w$	1,961 285	2,061 615	2,324 233	2,668 974	2,951 416	2,948 407	2,348 391	1,590 896	0,851 008	0,166 964	-0,481 272	$\frac{P r_m^2}{1000 \pi N}$
$\bar{p} = c w$	1,3427	1,4114	1,5912	1,8272	2,0206	2,0185	1,6078	1,0892	0,5826	0,1143	-0,3295	$\frac{P}{r_m^2 \pi}$

Die Zahlenrechnung ist wegen ihrer Fehlerempfindlichkeit mit 6 Stellen durchgeführt worden.  
Der Bodendruck  $\bar{p}$  ist in Abb. 640a dargestellt.

Daher lautet die Differentialgleichung (968) für den Plattenmittelpunkt  $r = 0$

$$w^{IV}(0) + 2w^{IV}(0) - \frac{w^{IV}(0)}{2!} + \frac{w^{IV}(0)}{3!} + \frac{c}{N}w(0) = 0,$$

$$\frac{8}{3}w^{IV}(0) + \frac{c}{N}w(0) = 0,$$

oder in Differenzen ausgedrückt

$$\left(16 + \frac{cs^4}{N}\right)w_0 - \frac{64}{3}w_1 + \frac{16}{3}w_2 = 0.$$

4. Die Vorzahlen der Differenzgleichungen (969).

$k$	$\lambda_k$	$1 - \lambda_k$	$1 + \lambda_k$	$2 - \lambda_k$	$2 + \lambda_k$	$\lambda_k^2$	$[ ]_{k-1}$	$[ ]_{k+1}$	$6 + 2\lambda_k^2$
1	1	0	2	1	3	1	3,5	6,5	8
2	0,500	0,500	1,500	1,500	2,500	0,250	3,312500	5,187500	6,5
3	0,333	0,666	1,333	1,666	2,333	0,111	3,462964	4,759260	6,222
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

$$\frac{cs^4}{N} = \frac{10000 \cdot 0,9^4}{1916684} = 0,003432 \quad \text{oder} \quad \frac{200000 \cdot 0,9^4}{1916684} = 0,068462.$$

Mit  $p = \frac{P}{2r_s \cdot \pi \cdot s} = \frac{10P}{\pi r_s^2}$  wird für  $k = 5$  das Absolutglied  $\frac{p_5 s^4}{N} = \frac{P r_s^2}{1000 \pi N}$ , die übrigen sind Null.

5. Matrix der Differenzgleichungen (969) für  $c = 10 \text{ kg/cm}^3$ . (Die Matrix für  $c = 200 \text{ kg/cm}^3$  ergibt sich durch Addition von 0,065039 zu den Hauptgliedern.) Die Wurzeln  $w_{11}$  und  $w_{12}$  sind bereits durch die Randbedingungen eliminiert. Matrix und Auflösung s. S. 669.

7. Die Schnittkräfte. Für  $r = 0$  ist

$$M_{r,0} = M_{\alpha,0} = -N(1 + \mu) \frac{d^2w}{dr^2} = -N(1 + \mu) \frac{2}{s^2}(w_1 - w_0) = +0,0384 \frac{P}{\pi}, \quad \left(-0,0234 \frac{P}{\pi}\right).$$

Mit  $\frac{\mu s}{2r_k} = \frac{1}{12k}$ ,  $\frac{s}{2\mu r_k} = \frac{3}{k}$  ist nach (970) z. B.

$$M_{r,1} = -\frac{N}{s^2} \left[ \left(1 - \frac{1}{12}\right) \cdot 0 - 2w_1 + \left(1 + \frac{1}{12}\right)w_2 \right] = 0,043 \frac{P}{\pi}, \quad \left(-0,019 \frac{P}{\pi}\right),$$

$$M_{r,2} = -\frac{N}{s^2} \left[ \left(1 - \frac{1}{24}\right)w_1 - 2w_2 + \left(1 + \frac{1}{24}\right)w_3 \right] = 0,051 \frac{P}{\pi}, \quad \left(-0,011 \frac{P}{\pi}\right).$$

Die eingeklammerten Werte gelten für  $c = 200 \text{ kg/cm}^3$ .

Die Schnittkräfte sind in Abb. 640b, c dargestellt.

Melan, E.: Die Durchbiegung einer exzentrisch durch eine Einzellast belasteten Kreisplatte. Eisenbau Bd. 11 (1920) S. 190. — Nádai, A.: Die elastischen Platten. Berlin 1925. — Schleicher, F.: Kreisplatten auf elastischer Grundlage. Berlin 1926. — Crämer, H.: Die Beanspruchung von Kreisplatten mit veränderlicher Stärke. Beton u. Eisen 1928 S. 382. — Flügge, W.: Die strenge Berechnung von Kreisplatten unter Einzellasten. Berlin 1928. — Pichler, O.: Die Biegung kreissymmetrischer Platten von veränderlicher Dicke. Berlin 1928. — Haynal-Konyi: Die Berechnung von kreisförmig begrenzten Pilzdecken bei zentralsymmetrischer Belastung. Berlin 1929. — Schmidt, H.: Ein Beitrag zur Theorie der Biegung homogener Kreisplatten. Ing.-Arch. 1930 S. 147.

### 69. Die Kreisplatte und die Kreisringplatte unter antimetrischer Belastung.

Die antimetrische Belastung ist graphisch durch Abb. 641, analytisch durch

$$p = p_0 \frac{r \cos \alpha}{a} \quad \text{und mit} \quad \frac{r}{a} = \varrho \quad \text{durch} \quad p = p_0 \varrho \cos \alpha \quad (971)$$

beschrieben. Sie kann als der antimetrische Teil der hydraulischen Belastung einer senkrecht oder schräg eingebauten Kreisplatte oder als der antimetrische Teil des