



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zahlenbeispiel

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Berechnung einer rechteckigen Platte nach A. Nadai.

Untersucht wird eine rechteckige Platte mit $b/a = 4/3$ unter gleichmäßig verteilter Belastung p . Mit der Abkürzung

$$\Phi_n = 2 \cos \alpha_n \cos \eta_n + \alpha_n \sin \alpha_n \cos \eta_n - \eta_n \sin \eta_n \cos \alpha_n$$

wird nach (993) die Durchbiegung

$$w = 0,01307 \frac{p a^4}{N} \sum \frac{1}{n^5} \left[1 - \frac{\Phi_n}{1 + \cos 2 \alpha_n} \right] \sin \xi_n, \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

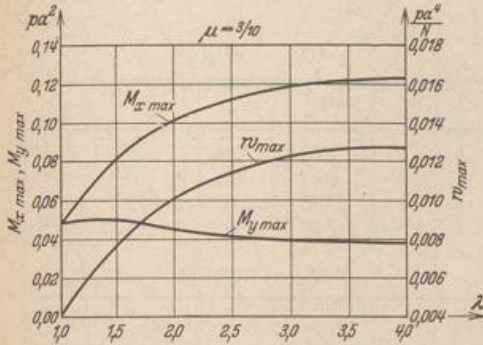


Abb. 650. Biegemomente $M_{x \max}$, $M_{y \max}$ und Durchbiegung w_{\max} der frei aufliegenden, rechteckigen Platte mit gleichmäßig verteilter Last p als Funktionen des Seitenverhältnisses $b/a = \lambda$.

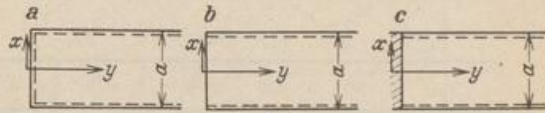


Abb. 651.

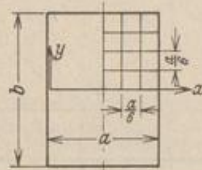


Abb. 652.

Die $10^{-5} p a^4/N$ fachen Ordinaten w in den Punkten eines Gitters (Abb. 652) mit $\frac{a}{12} = \frac{b}{16}$ sind

$x \backslash y$	0	$a/12$	$a/6$	$a/4$	$a/3$	$5a/12$	$a/2$	$7a/12$
$a/2$	663	651	618	563	487	389	273	141
$7a/12$	641	631	599	545	471	377	264	138
$2a/3$	578	569	540	492	426	341	239	125
$3a/4$	476	468	445	406	351	281	198	103
$5a/6$	339	334	317	289	250	201	142	73
$11a/12$	176	174	165	151	131	105	74	38

Die Schnittkräfte werden nach (919) mit

$$M'_x = p x(a-x)/2, \quad M'_y = \mu p x(a-x)/2;$$

$$M_x = M'_x + (1-\mu) p a^2 \pi^2 \sum n^2 \sin \xi_n \left[a_n \cos \eta_n + b_n \left(\eta_n \sin \eta_n - \frac{2\mu}{1-\mu} \cos \eta_n \right) \right],$$

$$M_y = M'_y - (1-\mu) p a^2 \pi^2 \sum n^2 \sin \xi_n \left[a_n \cos \eta_n + b_n \left(\eta_n \sin \eta_n + \frac{2}{1-\mu} \cos \eta_n \right) \right],$$

$$M_{xy} = - (1-\mu) p a^2 \pi^2 \sum n^2 \cos \xi_n \left[a_n \sin \eta_n + b_n \left(\eta_n \cos \eta_n + \sin \eta_n \right) \right],$$

worin

$$a_n = - \frac{2(2 + \alpha_n \mathfrak{E} \alpha_n)}{n^5 \pi^3 \cos \alpha_n}, \quad b_n = \frac{2}{n^5 \pi^3 \cos \alpha_n}, \quad \mu = 1/6.$$

$$a_1 = -0,0063928; \quad a_3 = -8,3204 \cdot 10^{-7}; \quad b_1 = 0,0015856; \quad b_3 = 1,0045 \cdot 10^{-7}.$$

$x \backslash y$	0	$a/6$	$a/3$	$a/2$	0	$a/6$	$a/3$	$a/2$
$a/2$	0,0672	0,0630	0,0501	0,0288	0,0421	0,0413	0,0376	0,0266
$2a/3$	0,0611	0,0573	0,0458	0,0264	0,0370	0,0363	0,0332	0,0239
$5a/6$	0,0405	0,0382	0,0313	0,0189	0,0223	0,0219	0,0203	0,0152

$$M_{xy} / p a^2$$

$x \backslash y$	$a/6$	$a/3$	$a/2$	$2a/3$
$2a/3$	0,0068	0,0141	0,0187	0,0210
$5a/6$	0,0120	0,0250	0,0343	0,0390
a	0,0140	0,0293	0,0407	0,0479

Damit ergeben sich nach (921) die Richtung und Größe der Hauptbiegungsmomente M_I u. M_{II} und die Hauptdrillungsmomente $M_{I,II}$.

$$M_I \cdot 10^4 / p a^2$$

$x \backslash y$	0	$a/6$	$a/3$	$a/2$	$2a/3$	0	$a/6$	$a/3$	$a/2$	$2a/3$
$a/2$	672	630	501	288	0	421	413	376	266	0
$2a/3$	611	593	544	439	210	370	343	247	64	-210
$5a/6$	495	445	503	514	390	223	155	13	-173	-390
a	0	140	279	407	479	0	-140	-279	-407	-479

$$\alpha^0$$

$x \backslash y$	0	$a/6$	$a/3$	$a/2$	$2a/3$	0	$a/6$	$a/3$	$a/2$	$2a/3$
$a/2$	0	0	0	0	0	126	109	63	11	0
$2a/3$	0	16,5	32,5	43	45	121	125	148	188	210
$5a/6$	0	28	38,5	43	45	91	145	245	343	390
a	0	45	45	45	45	0	140	279	407	479

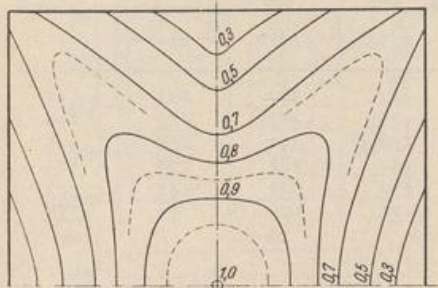


Abb. 653. Linien gleicher M_I .

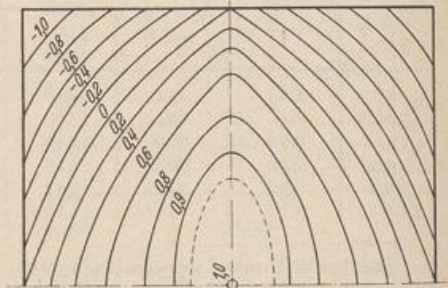


Abb. 654. Linien gleicher M_{II} .

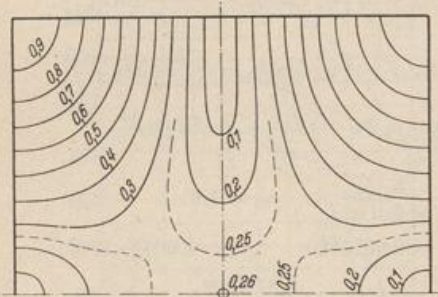


Abb. 655. Linien gleicher $M_{I,II}$.

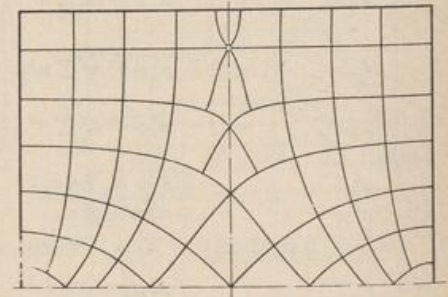


Abb. 656. Trajektorien der Hauptdrillungsmomente.

Die Linien gleicher Hauptmomente sind in Abb. 653 bis 655 dargestellt, ihre Bezifferung bedeutet den Bruchteil des größten Momentes. Abb. 656 zeigt die Trajektorien der Hauptdrillungsmomente, Abb. 657 die Trajektorien der Hauptbiegungsmomente, die in Abb. 658 mit denjenigen der quadratischen Platte verglichen werden. Der Mittelpunkt der quadratischen

Platte ist mit $M_x = M_y$ ein singulärer Punkt, in dem sich 4 Trajektorien schneiden. Die rechteckige Platte hat zwei singuläre Punkte auf der langen Symmetrieachse, in denen sich je 3 Trajektorien schneiden.

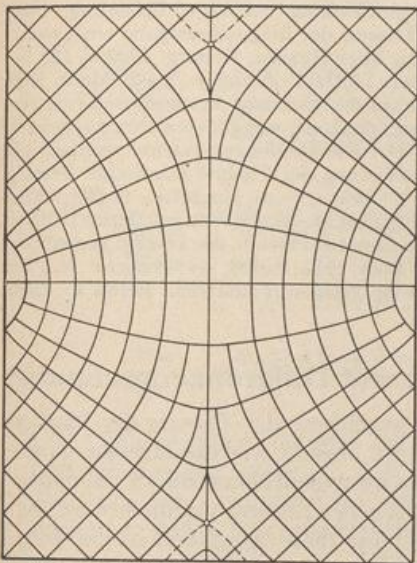


Abb. 657. Trajektorien der Hauptbiegemomente.

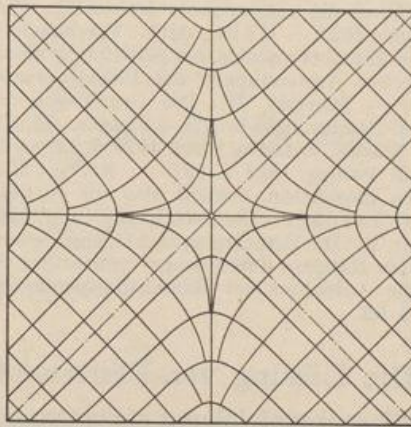


Abb. 658. Trajektorien der Hauptbiegemomente für die quadratische Platte.

Die eingespannte Platte bei gleichmäßiger Belastung.

Nachdem die Tangentialebene an die Biegefläche der frei aufliegenden Platte in den Eckpunkten bereits mit der ursprünglichen Mittelebene zusammenfällt, sind hier die Biegemomente der eingespannten Platte Null und die Tangenten an die Kurven der Randmomente waagrecht. Längs des Randes sind auch die Drillungsmomente nach S. 648 Null und daher $A_{xz} = Q_{xz}$.

Um die Differentialgleichung (929) bei starrer Einspannung oder anderen Randbedingungen zu integrieren, wird die Lösung Naviers w_1 für die frei aufliegende Platte (988) nach M. Levy durch eine allgemeine Lösung w_2 der homogenen Gleichung $\Delta\Delta w_2 = 0$ ergänzt. Sie enthält so viele Freiwerte, besteht also aus so vielen Partikularlösungen, daß die vorgeschriebenen Randbedingungen durch die Reihenentwicklung für $w = w_1 + w_2$ gliedweise erfüllt werden können. Die Fläche w_2 entsteht darnach durch Randkräfte an der frei aufliegenden Platte. Der mechanische Sinn dieser mathematischen Operation läßt sich mit der Berechnung der statisch unbestimmten Schnittkräfte in Abschn. 24 vergleichen.

Die Aufgabe kann auch nach H. Hencky und A. Nadai durch Überlagerung einer Grundlösung w^* für die vorgeschriebene Belastung mit einem allgemeinen Integral w^{**} der homogenen Gleichung $\Delta\Delta w^{**} = 0$ untersucht werden. Dieses läßt sich in einfach unendlichen Reihen anschreiben und enthält ebenso viele Freiwerte, also ebenso viele Partikularlösungen w_h^{**} , als andere Randbedingungen im Vergleich zur frei aufliegenden Platte vorhanden sind. Die Freiwerte werden auch hier gliedweise so bestimmt, daß die Funktion $w = w^* + w^{**}$ die Differentialgleichung und die vorgeschriebenen Randbedingungen erfüllt. Der mathematische Teil der Lösung bereitet hier jedoch wesentlich größere Schwierigkeiten als bei der frei aufliegenden Platte, so daß man sich bei diesen Aufgaben in der Regel mit Näherungslösungen begnügt.

Hencky, H.: Über den Spannungszustand in rechteckigen ebenen Platten. München 1913. — Leitz, H.: Berechnung der frei aufliegenden Platte. Berlin 1914. — Nadai, A.: Die Formänderungen und die Spannungen von rechteckigen Platten. Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Berlin 1915. — Leitz, H.: Berechnung der eingespannten rechteckigen Platte. Z. Math. Physik 1917