



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

72. Die Abschätzung des Spannungszustandes in rechteckigen Platten
nach H. Marcus

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

6. Schnittkräfte nach (1003) ff. und (1012), z. B.

$$M_{y,17} = \frac{9N}{a^2} \frac{p_0 a^4}{1000N} [-2,003 - 2,003] = 0,036 p_0 a^2,$$

$$M_{x,12} = \frac{9N}{a^2} \frac{p_0 a^4}{1000N} [-1,442 - 1,442] = 0,026 p_0 a^2,$$

$$A_{y,17} = \frac{27N}{2a^3} \frac{p_0 a^4}{1000N} [16 \cdot 2,003 - 2 \cdot 2,658 - 4 \cdot 2,724] + \frac{p_0 a}{6} = 0,38 p_0 a.$$

Die Schnittkräfte sind in Abb. 677 eingetragen.

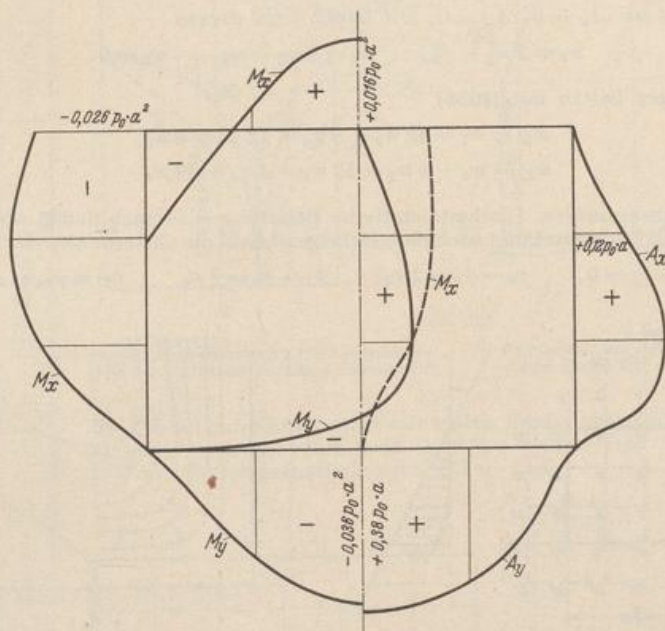


Abb. 677.

Marcus, H.: Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten. Berlin 1924, u. Arm. Beton 1919 S. 107. — Nielsen, N. S.: Bestemmelse af Spøendinger in Plader ved anvendelse af Differensligninger. Kopenhagen 1920. — Kirsten, O.: Beitrag zur Berechnung der rechteckigen Platte mit beliebigen Randbedingungen. Diss. Dresden 1924.

72. Die Abschätzung des Spannungszustandes in rechteckigen Platten nach H. Marcus.

Die Anwendung der Plattenstatik im Bauwesen ist durch die Beschreibung der statischen und geometrischen Zusammenhänge mit Differenzen und Differenzgleichungen aus den Ordinaten w_k der elastischen Fläche wesentlich gefördert worden, da die Aufgaben mit einfachen mathematischen Hilfsmitteln für die Bedürfnisse der Technik hinreichend genau gelöst werden. Da es jedoch in vielen Fällen genügt, das Spannungsbild zur Beurteilung der Sicherheit des Tragwerks in elementarer Weise summarisch zu erfassen, wird die Plattenbiegung in erster Annäherung mit der Formänderung zweier sich rechtwinklig kreuzender Trägerschaaren l_x, l_y verglichen, die sich unabhängig voneinander durchbiegen und die an den Enden unter denselben Bedingungen gelagert sind, wie der Plattenrand. Die Formänderung der Träger l_x entsteht durch eine Belastung $p(x)$, diejenige der Träger l_y aus einer Belastung $p(y)$. Ihre Summe ist an jedem Kreuzungspunkt (x, y) gleich der vorgeschriebenen Belastung $p = p(x) + p(y)$ (Abb. 678). Bilden die Trägerschaaren

einen Rost (Abschn. 65), dessen Elemente sich an den Kreuzungspunkten nicht mehr relativ zueinander verschieben, so entstehen für $\phi(x)$ und $\phi(y)$ Bedingungengleichungen, die sich jedoch nur dann einfach anschreiben lassen, wenn allein zwei ausgezeichnete Träger l_x, l_y betrachtet werden. Hierfür werden die Träger mit der größten Durchbiegung ausgewählt.

Bei freier Auflagerung der Platte (Abb. 678) sind die größten Durchbiegungen der Träger in Trägermitte

$$\delta_x = \frac{5}{384} \frac{p_x l_x^4}{E J_x}, \quad \delta_y = \frac{5}{384} \frac{p_y l_y^4}{E J_y},$$

wenn $\phi(x), \phi(y)$ in erster Annäherung konstant angenommen werden. Da $\phi = \phi_x + \phi_y$ und $\delta_x = \delta_y$, so ist für $J_x = J_y$

$$\phi_x = \frac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} \phi, \quad \phi_y = \frac{l_x^4}{l_x^4 + l_y^4} \phi. \tag{1017}$$

Die Anteile ϕ_x, ϕ_y von ϕ ändern sich mit der Art der Stützung des Plattenrandes. Ihre Größe ist für jeden Fall in der Übersicht S. 698 enthalten.

Die Formänderung der Platte unterscheidet sich von derjenigen eines Trägers l_x, l_y durch die Verdrillung der Plattenstreifen infolge von Schubspannungen an den Streifenrändern. Sie bilden an Streifen mit $x = \text{const}$ Drillungsmomente M_{xy} , an Streifen mit $y = \text{const}$ Drillungsmomente M_{yx} , welche die Durchbiegung der Platte im Vergleich zu derjenigen des Trägers verkleinern und daher bei gleicher Ausbiegung die Tragfähigkeit der Platte im Vergleich zum Träger vergrößern (Abb. 678). Dieses Bild wird von H. Marcus zur Beschreibung der Plattenbiegung verwendet.

Die Drillungsmomente stehen nach S. 645 mit der Plattenbiegung in folgendem Zusammenhang:

$$M_{xy} = M_{yx} = -N(1 - \mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.$$

Sie ändern sich beim Fortschreiten in der x - oder y -Richtung um $\partial M_{xy}/\partial x$ oder $\partial M_{yx}/\partial y$, so daß an einem Plattenstreifen l_x oder l_y von der Breite b ein Unterschied M_x, M_y der Drillungsmomente entsteht,

$$M_x = b \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} = -N(1 - \mu) b \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2}, \quad M_y = b \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = -N(1 - \mu) b \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y}, \tag{1018}$$

der sich als Belastung der Streifen l_x, l_y durch ein stetig verteiltes Kräftepaar M_x, M_y deuten läßt. Dieses erzeugt die Biegemomente M'_x, M'_y , die mit den Biegemomenten M_x, M_y aus der Belastung ϕ_x, ϕ_y überlagert werden. Das Ergebnis M_x^*, M_y^* zeigt folgende Form:

$$\left. \begin{aligned} M_x^* &= M_x + M'_x = M_x \left(1 + \frac{M'_x}{M_x} \right) = M_x (1 - \varphi_x), \\ M_y^* &= M_y + M'_y = M_y \left(1 + \frac{M'_y}{M_y} \right) = M_y (1 - \varphi_y). \end{aligned} \right\} \tag{1019}$$

$$M'_x = -b \int \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} dx + C_1 = -N(1 - \mu) b \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + C_1 = -N(1 - \mu) b \frac{1}{l_y^2} + C_1,$$

$$M'_y = -b \int \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dy + C_2 = -N(1 - \mu) b \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + C_2 = -N(1 - \mu) b \frac{1}{l_x^2} + C_2.$$

Die Integrationskonstanten C_1, C_2 sind bei achsensymmetrischer Belastung und frei drehbarer Auflagerung der Streifenenden Null. Die Biegemomente M'_x, M'_y

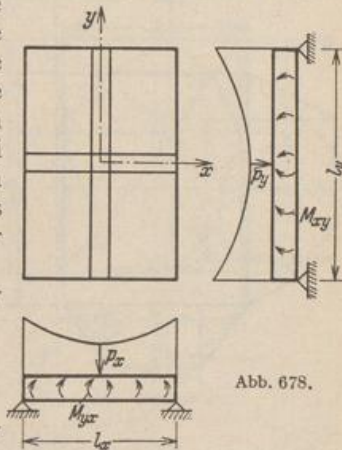


Abb. 678.

werden also von der Verkantung der Streifen l_x, l_y bestimmt. Sie erzeugen allein die Ausbiegung w'_x, w'_y , die mit der Ausbiegung w_x, w_y aus der Belastung p_x, p_y überlagert, die Formänderung w_x^*, w_y^* der Streifen der Plattenbiegung angleicht.

$$w_x^* = w_x + w'_x, \quad w_y^* = w_y + w'_y.$$

Wird der Verlauf der Biegemomente M'_x, M'_y in erster Annäherung als ähnlich zu demjenigen von M_x, M_y angenommen, so ist ebenfalls in erster Annäherung

$$w'_x/w_x = w'_y/w_y = c \quad \text{und} \quad w'_x = c w_x, \quad w'_y = c w_y$$

und mit $w_x^* = w_y^*$ ebenso wie auf S. 695

$$w_x = w_y, \quad \text{also} \quad p_x = \frac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} p, \quad p_y = \frac{l_x^4}{l_x^4 + l_y^4} p.$$

Die Biegemomente M'_x, M'_y der Streifen l_x, l_y aus den Drillungsmomenten sind von H. Marcus durch den Vergleich mit den Ergebnissen der strengen Theorie in Plattenmitte abgeleitet worden.

Die Grenzwerte der Biegemomente $M'_x = -\varphi_x M_x, M'_y = -\varphi_y M_y$ zweier ausgezeichneten Plattenstreifen l_x, l_y mit dem Unterschied M_x, M_y der Drillungsmomente an den Intervallgrenzen als Belastung können nach H. Marcus durch

$$\varphi_x = c_y \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^2, \quad \varphi_y = c_x \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2 \quad (1020)$$

angegeben werden. Die Beiwerte c_x, c_y beschreiben dabei im wesentlichen die Randbedingungen der Platte. Sie werden von H. Marcus aus einem Vergleich mit denselben Biegemomenten der Plattentheorie abgeschätzt.

$$c_y = \frac{5}{6} \frac{M_{x \max}}{M_{0x}}, \quad c_x = \frac{5}{6} \frac{M_{y \max}}{M_{0y}}. \quad (1021)$$

In diesem Ansatz sind $M_{x \max}, M_{y \max}$ die größten Biegemomente aus der Belastung p_x, p_y der Plattenstreifen l_x, l_y mit den vorgeschriebenen Rand-

bedingungen, M_{0x}, M_{0y} die größten Biegemomente zweier frei aufliegender Plattenstreifen l_x, l_y für die volle Belastung $p = p_x + p_y$. Die größten Biegemomente der drillungssteifen Platte $M_{x \max}^*, M_{y \max}^*$ entstehen daher nach H. Marcus in erster Annäherung aus einer einheitlichen Lösung

$$M_{x \max}^* = M_{x \max} (1 - \varphi_x) = M_{x \max} \nu_x, \quad M_{y \max}^* = M_{y \max} (1 - \varphi_y) = M_{y \max} \nu_y, \quad (1022)$$

deren Ergebnisse sich mit denjenigen der Plattentheorie vergleichen lassen.

An den eingespannten Plattenrändern sind nach (942) keine Drillungsmomente vorhanden. Die Schaulinien der Biegemomente am Rande berühren die Bezugsachsen an den Ecken (S. 679). Als Mittelwerte M_{xr}, M_{yr} genügen die Einspannungsmomente der ausgezeichneten Plattenstreifen l_x, l_y aus der Belastung p_x, p_y (Abb. 679).

$$M_{xr} = -\frac{p_x l_x^2}{12}, \quad M_{yr} = -\frac{p_y l_y^2}{12} < -\frac{p l_x^2}{24} \quad \text{bei} \quad l_x < l_y. \quad (1023)$$

Der Grenzwert kann nach H. Marcus mit

$$M_{x \min} = -\frac{p_x l_x^2}{12 \nu_x}, \quad M_{y \min} = -\frac{p_y l_y^2}{12 \nu_y} \approx -\frac{p l_x^2}{20} \quad (1024)$$

angenommen werden.

Das Bild der Biegemomente in den mittleren Querschnitten ist durch die strengen Lösungen der Aufgabe in Abb. 649 gegeben. Das Ergebnis ist in der

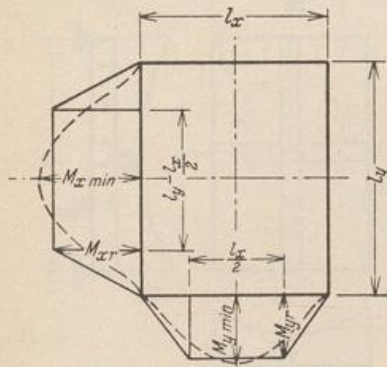


Abb. 679.

Tab. 65 enthalten und wird in den bekannten Bestimmungen des Deutschen Ausschusses (§ 23) verwendet. Die Platten Abb. 685 und 686 sind danach gerechnet worden.

Die Rechenvorschriften für die rechteckige Platte lassen sich auch zur Abschätzung der Biegemomente in durchgehenden Platten anwenden, da die Randbedingungen der einzelnen Felder bei gleichförmiger Belastung angenähert mit denjenigen der einzelnen Platte mit frei aufliegenden oder eingespannten Rändern übereinstimmen. Schachbrettartige Belastung wird umgeordnet und besteht dann aus der gleichförmigen Belastung ${}^{(1)}p = p/2$ und aus abwechselnder Belastung der Felder mit ${}^{(2)}p = \pm p/2$, so daß $p = {}^{(1)}p + {}^{(2)}p$. Die Randbedingungen der Felder sind für ${}^{(2)}p$, unendliche Ausdehnung der Platte angenommen, mit freier Auflagerung identisch.

Drillungsmomente. Die Tragfähigkeit einer Platte beruht, verglichen mit dem Trägerrost, auf der Mitwirkung der Drillungsmomente. Die größten Biegemomente von Platte und Rost stehen nach (1022) im Verhältnis ν_x, ν_y . Im übrigen wird die Festigkeit der Platte durch die Hauptbiegemomente M_I, M_{II} bestimmt, die sich nach (921) aus M_x^*, M_y^* und den Drillungsmomenten zusammensetzen. Diese treten nach (919) in folgende Beziehung zum Verschiebungszustand $w(x, y)$ der Platte:

$$\begin{aligned} M_{xy} = M_{yx} &= -N(1-\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = -N(1-\mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ &= -N(1-\mu) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (1025)$$

Das Drillungsmoment ist daher bei achsensymmetrischer Belastung an allen Punkten der Biegefläche Null, in denen die Tangentialebene an die Biegefläche parallel zur x - oder y -Achse ist, und wechselt auf diesen ausgezeichneten Parallelen das Vorzeichen. Es ist im ersten und dritten Quadranten negativ, im zweiten und vierten Quadranten positiv. Die Funktion M_{xy} erhält einen Extremalwert, wenn

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = 0 = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad \text{und} \quad \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = 0 = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right). \quad (1026)$$

Die Bedingungen sind in einem Punkte S erfüllt, in welchem die Schnitte $x = \text{const}$ und $y = \text{const}$ der elastischen Fläche einen gemeinsamen Wendepunkt besitzen. Die Ordinaten M_{xy} beschreiben daher vier Körper, deren Grundriß mit $M_{xy} = 0$ durch die ausgezeichneten Geraden $x = s_A, y = t_A$ bestimmt ist, die sich in dem Punkte O mit $w = w_{\max}$ schneiden. Der Inhalt V eines Körpers ist durch Integration nach Abb. 680

$$V = \int_0^{s_A} \int_0^{t_A} M_{xy} dx dy = -N(1-\mu) \int_0^{s_A} \int_0^{t_A} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dx dy = -N(1-\mu) w_{\max}, \quad (1027)$$

also proportional zur größten Ausbiegung der Platte. Da nun die Drillungsmomente in erster Annäherung als lineare Funktionen angenommen werden können und bei starrer Einspannung längs des Randes Null sind, approximiert H. Marcus den Körper als Pyramide und setzt

$$\begin{aligned} V &= -N(1-\mu) w_{\max} = \frac{1}{3} s_A t_A M_{xy, \max}^{(A)} = -\frac{1}{3} s_B t_B M_{xy, \max}^{(B)} \\ &= \frac{1}{3} s_C t_C M_{xy, \max}^{(C)} = -\frac{1}{3} s_D t_D M_{xy, \max}^{(D)}. \end{aligned} \quad (1028)$$

Die größte Durchbiegung w_{\max} ist durch die Biegemomente $M_{x \max}^*$ oder $M_{y \max}^*$ und durch die Spannungsmomente M_{xr}, M_{yr} der beiden ausgezeichneten

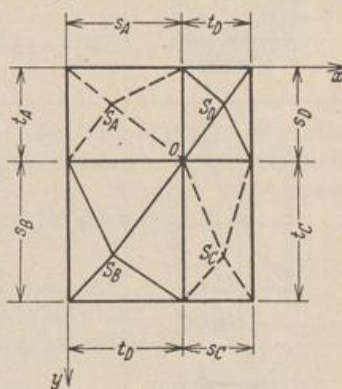


Abb. 680.

Tabelle 65. Abschätzung der größten Biegemomente in rechteckigen Platten mit gleichmäßig verteilter Last nach H. Marcus.

$\lambda = l_y/l_x$, frei aufliegender, // // // // // eingespannter Rand.

	$p_x = p \frac{\lambda^4}{1 + \lambda^4}, \quad v_x = v_y = v, \quad M_{x \max} = \frac{p_x l_x^2}{8} v$ $p_y = p \frac{1}{1 + \lambda^4}, \quad v = 1 - \frac{5}{6} \frac{\lambda^2}{1 + \lambda^4}, \quad M_{y \max} = \frac{p_y l_y^2}{8} v$ $M_{x_r} = M_{y_r} = 0, \quad N w_{\max} = \frac{p_x l_x^4}{72} v$
	$p_x = p \frac{\lambda^4}{1 + \lambda^4}, \quad v_x = v_y = v, \quad M_{x \max} = \frac{p_x l_x^2}{24} v$ $p_y = p \frac{1}{1 + \lambda^4}, \quad v = 1 - \frac{5}{18} \frac{\lambda^2}{1 + \lambda^4}, \quad M_{y \max} = \frac{p_y l_y^2}{24} v$ $M_{x_r} = -\frac{p_x l_x^2}{12}, \quad M_{y_r} = -\frac{p_y l_y^2}{24}, \quad (l_x < l_y), \quad N w_{\max} = \frac{p_x l_x^4}{192} \frac{v}{1 + v^2}$
	$p_x = p \frac{5 \lambda^4}{2 + 5 \lambda^4}, \quad v_x = 1 - \frac{75}{32} \frac{\lambda^2}{2 + 5 \lambda^4}, \quad M_{x \max} = \frac{9}{128} p_x l_x^2 v_x$ $p_y = p \frac{2}{2 + 5 \lambda^4}, \quad v_y = 1 - \frac{5}{3} \frac{\lambda^2}{2 + 5 \lambda^4}, \quad M_{y \max} = \frac{p_y l_y^2}{8} v_y$ $M_{x_r} = -\frac{p_x l_x^2}{8}, \quad N w_{\max} = \frac{p_x l_x^4}{720} (1,064 + 2,815 v_x)$
	$p_x = p \frac{5 \lambda^4}{1 + 5 \lambda^4}, \quad v_x = 1 - \frac{25}{18} \frac{\lambda^2}{1 + 5 \lambda^4}, \quad M_{x \max} = \frac{p_x l_x^2}{24} v_x$ $p_y = p \frac{1}{1 + 5 \lambda^4}, \quad v_y = 1 - \frac{5}{6} \frac{\lambda^2}{1 + 5 \lambda^4}, \quad M_{y \max} = \frac{p_y l_y^2}{8} v_y$ $M_{x_r} = -\frac{p_x l_x^2}{12}, \quad N w_{\max} = \frac{p_x l_x^4}{360} v_y$
	$p_x = p \frac{2 \lambda^4}{1 + 2 \lambda^4}, \quad v_x = 1 - \frac{5}{9} \frac{\lambda^2}{1 + 2 \lambda^4}, \quad M_{x \max} = \frac{p_x l_x^2}{24} v_x$ $p_y = p \frac{1}{1 + 2 \lambda^4}, \quad v_y = 1 - \frac{15}{32} \frac{\lambda^2}{1 + 2 \lambda^4}, \quad M_{y \max} = \frac{9}{128} p_y l_y^2 v_y$ $M_{x_r} = -\frac{p_x l_x^2}{8}, \quad M_{y_r} = -\frac{p_y l_y^2}{8}, \quad N w_{\max} = \frac{p_x l_x^4}{192} \frac{v_x}{1 + v_x}$
	$p_x = p \frac{\lambda^4}{1 + \lambda^4}, \quad v_x = v_y = v, \quad M_{x \max} = \frac{9}{128} p_x l_x^2 v$ $p_y = p \frac{1}{1 + \lambda^4}, \quad v = 1 - \frac{15}{32} \frac{\lambda^2}{1 + \lambda^4}, \quad M_{y \max} = \frac{9}{128} p_y l_y^2 v$ $M_{x_r} = -\frac{p_x l_x^2}{8}, \quad M_{y_r} = -\frac{p_y l_y^2}{8}, \quad N w_{\max} = \frac{p_x l_x^4}{720} (1,064 + 2,815 v)$

Plattenstreifen l_x, l_y nach Abschn. 20 bestimmt. Sie ist in der Tabelle S. 698 angegeben, so daß damit nach Gl. (1028) die Drillungsmomente errechnet werden können. Außerdem werden von H. Marcus mit Abb. 681 und $\mu = 0$ noch die Quadraturen (1029) verwendet. Der Ursprung des Koordinatensystems ist dabei im Punkte O mit $w = w_{\max}$ angenommen.

$$\left. \begin{aligned} \int_0^x M_x dx &= -N \int_0^x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx = - \left[N \frac{\partial w}{\partial x} \right]_0^x = -N \frac{\partial w}{\partial x} = F_x, \\ \int_0^y M_y dy &= -N \int_0^y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dy = - \left[N \frac{\partial w}{\partial y} \right]_0^y = -N \frac{\partial w}{\partial y} = F_y, \\ \int_y^b M_{xy} dy &= -N \int_y^b \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dy = + \left[N \frac{\partial w}{\partial x} \right]_y^b = +N \frac{\partial w}{\partial x} = F_{xy}, \\ \int_x^a M_{yx} dx &= -N \int_x^a \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dx = + \left[N \frac{\partial w}{\partial y} \right]_x^a = +N \frac{\partial w}{\partial y} = F_{yx}. \end{aligned} \right\} (1029)$$

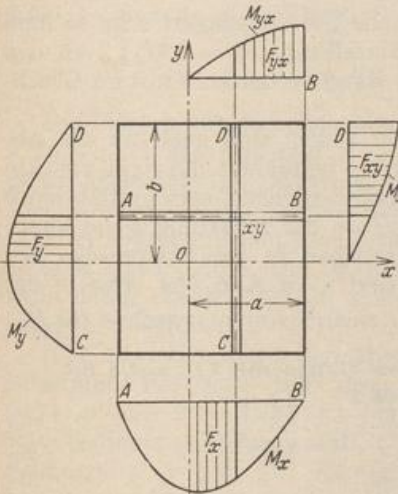


Abb. 681.

Daher gelten für die Flächen aus den Biege- und Drillungsmomenten über zugeordneten Abschnitten der Strecken $x = \text{const}$, $y = \text{const}$ folgende Beziehungen:

$$F_x = -F_{xy}, \quad F_y = -F_{yx} \quad (1030)$$

Sie dienen zur Nachprüfung der größten Drillungsmomente $M_{xy, \max}$.

Die Auflagerkräfte der Platte. Die Querkräfte und Drillungsmomente an den Rändern der Platte werden entweder von einem Unterbau oder von Randträgern aufgenommen. Der Anteil aus den Querkräften läßt sich bei den gleichen Randbedingungen an

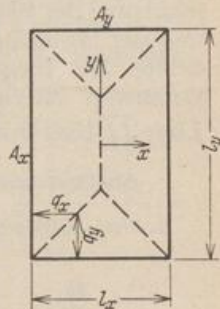


Abb. 682.

allen vier Rändern angenähert aus der Unterteilung der Grundfläche durch die Winkelhalbierenden in den Ecken angeben. Nach Abb. 682 ist mit $l_y/l_x = \lambda > 1$

$$\int_{-l_y/2}^{+l_y/2} q_x dy = Q_x = \frac{1}{4} p l_x^2 (2\lambda - 1), \quad \int_{-l_x/2}^{+l_x/2} q_y dx = Q_y = \frac{1}{4} p l_x^2. \quad (1031)$$

Bei verschiedener Lagerung der Ränder kann nach H. Marcus

$$Q_x = \frac{1}{2} p_x l_x l_y, \quad Q_y = \frac{1}{2} p_y l_x l_y,$$

gesetzt werden, wobei jedoch für die kurzen Ränder dasjenige p_x oder p_y zu wählen ist, das der quadratischen Platte entspricht.

Die Drillungsmomente an eingespannten Rändern sind Null. Der Verlauf der Drillungsmomente am Rande des ersten Quadranten einer freiaufliegenden Platte

ist in Abb. 683 dargestellt. Sie können durch einen Randträger aufgenommen werden, der auf diese Weise eine Momentenbelastung mit entgegengesetztem Dreh-sinn erhält und damit nach Abb. 678 am Rande l_y Biegemomente im Betrage von $-\int_y^{l_y/2} M_{xy} dy$, am Rande l_x Biegemomente im Betrage von $-\int_x^{l_x/2} M_{yx} dx$

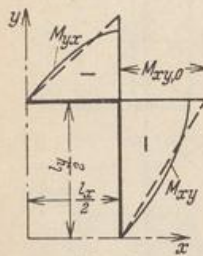


Abb. 683.

erhält. Wird der Verlauf der Drillungsmomente in erster Annäherung linear mit $M_{xy,0}$ am Eckpunkt angenommen, so sind die Biegemomente in der Mitte der Randträger

$$-\int_0^{l_y/2} M_{xy} dy = -\frac{M_{xy,0} l_y}{4},$$

$$-\int_0^{l_x/2} M_{yx} dx = -\frac{M_{yx,0} l_x}{4}.$$

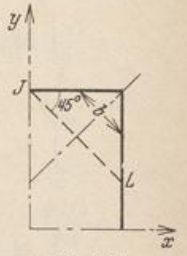


Abb. 684.

Da jedoch die Randträger aufliegen, tritt zu den Stützkraften Q_x, Q_y aus der Querkraft am Rande noch der Anteil

$$Q'_x = Q'_y = -2 M_{xy,0} = \frac{p v_x}{3} l_y^2 \frac{\lambda}{1 + \lambda^4}. \quad (1032)$$

Würde die Platte ohne Versteifungsträger am Rande frei aufgelagert sein, so muß die ihnen zugewiesene Kraftwirkung durch 4 Einzelkräfte $C = 2 M_{xy,0}$ an den Ecken ersetzt werden, die mit der stetig über dem Rand verteilten Kraft im Gleichgewicht stehen.

Die äußeren Kräfte am Rande im Bereich der Ecken sind auch für die Abschätzung der Biegemomente wichtig. H. Marcus betrachtet die Ecke zur Abschätzung der Biegungsspannungen als Stab mit veränderlicher Querschnittsbreite b und der Winkelhalbierenden als Achse. Er trägt neben der Belastung p die Randkräfte. Die Biegemomente M_1 des Stabes erreichen in der Plattenecke den Größtwert im Betrage von $-M_{xy,0}$ mt/m und sind nach Abb. 654 etwa in der Linie JL Null (Abb. 684). Diese kennzeichnet daher einen Spannungswechsel für M_1 .

Abschätzung der Schnittkräfte in rechteckigen Platten mit $l_y/l_x = 4/3$ für gleichmäßige Belastung p .

1. Frei aufliegende Platte.

$$\lambda = 4/3 = 1,333, \quad \lambda^2 = 1,778, \quad \lambda^4 = 3,160.$$

Nach Tabelle 65 ist

$$p_x = p \frac{3,160}{4,160} = 0,759 p,$$

$$p_y = p \frac{1}{4,160} = 0,241 p,$$

$$v = 1 - \frac{5}{6} \frac{1,778}{4,160} = 0,644,$$

$$M_{x, \max} = \frac{0,759}{8} \cdot 0,644 p l_x^2 = 0,061 p l_x^2,$$

$$M_{y, \max} = \frac{0,241}{8} \cdot 0,644 p l_y^2 = 0,0194 p l_y^2 = 0,035 p l_x^2,$$

$$N w_{\max} = \frac{0,759}{72} \cdot 0,644 p l_x^4 = 0,00678 p l_x^4.$$

Nach (1028) ist

$$\frac{1}{3} M_{xy,0} \frac{l_x}{2} \frac{l_y}{2} = -0,00678 p l_x^4, \quad M_{xy,0} = -0,061 p l_x^2.$$

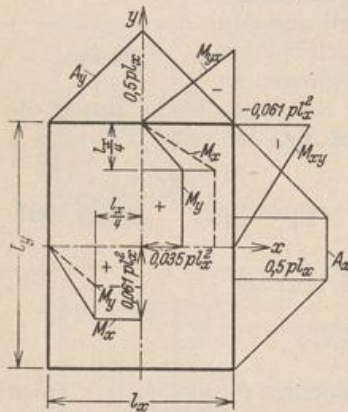


Abb. 685.

2. Eingespannte Platte.

$$\lambda = 4/3 = 1,333,$$

$$p_x = 0,759 p, \quad p_y = 0,241 p,$$

$$\nu = 1 - \frac{5}{18} \cdot \frac{1,778}{4,160} = 0,881,$$

$$M_{x, \max} = \frac{0,759}{24} \cdot 0,881 p l_x^2 = 0,028 p l_x^2,$$

$$M_{y, \max} = \frac{0,241}{24} \cdot 0,881 p l_y^2 = 0,00885 p l_y^2 = 0,016 p l_x^2,$$

$$M_{x, r} = -\frac{0,759}{12} p l_x^2 = -0,063 p l_x^2,$$

$$M_{y, r} = -\frac{p l_y^2}{24} = -0,042 p l_x^2,$$

$$N w_{\max} = \frac{0,759}{192} \cdot \frac{0,881}{1 + 0,881^2} p l_x^4 = 0,00196 p l_x^4.$$

Nach (1028) ist

$$\frac{1}{3} M_{xv,0} \frac{l_x}{2} \frac{l_y}{2} = -0,00196 p l_x^4, \quad M_{xv,0} = -0,018 p l_x^2.$$

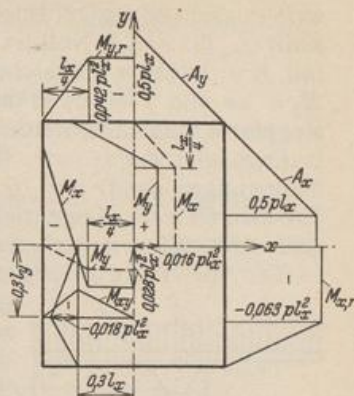


Abb. 686.

Klagas: Auswertung der Marcusschen Formeln für vierseitig gelagerte Platten. Bauing. 1927 S. 251. — Marcus, H.: Die vereinfachte Berechnung biegsamer Platten, 2. Aufl. Berlin 1929.

73. Die Pilzdecke.

Die Platten mit Zwischenstützung in Punkten oder Flächen sind von A. Nadai, V. Lewe, H. Marcus und N. J. Nielsen untersucht worden. Dabei wurden zunächst gleichförmige Belastung und unbegrenzte Ausdehnung nach beiden Seiten angenommen, um die Aufgabe durch Symmetriebetrachtungen zu vereinfachen. Die äußeren Kräfte und die Randbedingungen für den Spannungs- und Verschiebungszustand eines Feldes sind in diesem Falle bekannt. Die Lösung kann daher ebenso wie für eine rechteckige Platte nach S. 674 angegeben werden.

A. Nadai betrachtet den Abschnitt Abb. 687 der gleichförmig belasteten Pilzdecke mit den Randbedingungen $\partial w / \partial x = 0$, $Q_{xz} = 0$ und $P = 4ab\phi$ in den Schnitten $x = \pm a$ und den Randbedingungen $\partial w / \partial y = 0$, $Q_{yz} = 0$ und $P = 4ab\phi$ in den Schnitten $y = \pm b$. Die Randkräfte $P/4$, Q_{xz} , $P/4$ am Rande $x = \pm a$ und die Randkräfte $P/4$, Q_{yz} , $P/4$ am Rande $y = \pm b$ können durch eine Fouriersche Reihe als stetige Funktion angegeben werden. Die Verschiebungen bestehen wiederum aus einer Teillösung w^* für den Plattenstreifen mit $\partial w / \partial y = 0$ in $y = \pm b$ und aus einer zweiten Teillösung w^{**} , welche zusammen mit w^* die vorgeschriebenen Randbedingungen des Abschnitts erfüllt. A. Nadai bemerkt auf Grund des Ergebnisses, daß um jeder Stütze eine geschlossene Linie vorhanden ist, auf der das Biegemoment M_r um die Tangente verschwindet. Sie schneidet die Diagonale des quadratischen Feldes mit der Seitenlänge $2a$ in einer Entfernung von $0,46a$, die Verbindungslinie der Stützen in einer Entfernung $0,42a$ vom Stützpunkt und läßt sich durch einen Kreis mit dem Halbmesser $0,44a$ ersetzen. Der Spannungs- und Verschiebungszustand kann daher in dem Bereiche der Pilzdecke um den Stützpunkt mit guter Annäherung für eine frei drehbar angeschlossene Kreisplatte angeschrieben werden, die neben der gleichförmigen Belastung ϕ in O eine Einzellast $P = -4a^2\phi$ trägt, deren Querkraft an der Begrenzung $r = 0,44a$ bekannt und deren Verschiebung w_0 Null ist.



Abb. 687.