



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Spannungszustand in einer Halbscheibe

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

die Befriedigung der Randbedingungen durch eine rechnerisch brauchbare Reihenentwicklung nur bei denjenigen Scheiben, die nach drei und vier Seiten unbegrenzt sind oder parallele Ränder besitzen. Das sind die Ebene und geradlinig, keilförmig oder kreisförmig begrenzte Abschnitte der Ebene. Aus diesem Grunde ist auch die Umordnung der Belastung bei symmetrisch ausgebildeten Scheiben nützlich. Die Randbedingungen werden auf diese Weise symmetrisch oder antimetrisch. Die Anzahl der in einem Ansatz zu befriedigenden Randbedingungen ist dann kleiner und der Ansatz selbst kürzer. Er muß die Differentialgleichung und nach (1060) oder (1061) differenziert die vorgeschriebenen Randbedingungen erfüllen.

**Spannungszustand in einer Halbscheibe.** Randbedingungen für  $z = 0$ :  $\sigma_z = 0$ ,  $\tau_{xz} = 0$  oder vorgeschrieben.

a) Belastung durch die Einzellast  $P_1$  winkelrecht zur Begrenzung (Abb. 710).

$$F = \frac{P_1}{\pi} r \alpha \sin \alpha, \quad \sigma_r = \frac{2 P_1}{\pi} \frac{\cos \alpha}{r}, \quad \sigma_t = 0, \quad \tau_{rt} = 0, \quad (1062 a)$$

$$\sigma_z = \sigma_r \cos^2 \alpha, \quad \sigma_x = \sigma_r \sin^2 \alpha, \quad \tau_{xz} = -\sigma_r \sin \alpha \cos \alpha. \quad (1062 b)$$

In rechtwinkligen Koordinaten lauten die Gleichungen (1062b) mit  $\xi = x/a$ ,  $\zeta = z/a$

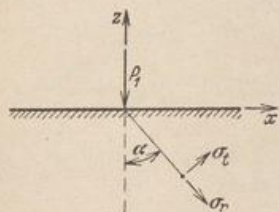


Abb. 710.

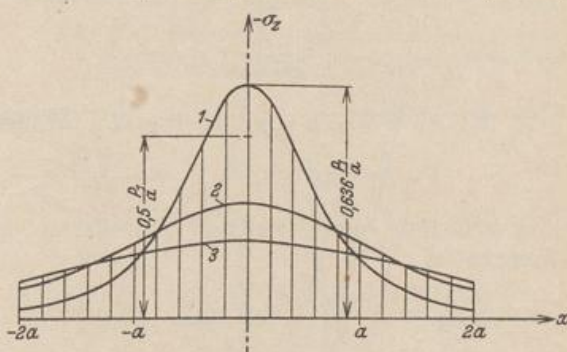


Abb. 711 a. Spannungen  $\sigma_z$  in den Schnitten  $z = -a$  (Kurve 1),  $z = -2a$  (Kurve 2),  $z = -3a$  (Kurve 3).

$$\sigma_x = \frac{2 P_1}{\pi a} \frac{\xi^2 \zeta}{(\xi^2 + \zeta^2)^2},$$

$$\sigma_z = \frac{2 P_1}{\pi a} \frac{\zeta^3}{(\xi^2 + \zeta^2)^2}, \quad -\tau_{xz} = \frac{2 P_1}{\pi a} \frac{\xi \zeta^2}{(\xi^2 + \zeta^2)^2}.$$

Die Abb. 711a enthält die Spannung  $\sigma_z$  für mehrere Schnitte  $z = \text{const}$ , die Abb. 711b, c die Spannungen  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xz}$  für mehrere Schnitte  $x = \text{const}$ . Die Span-

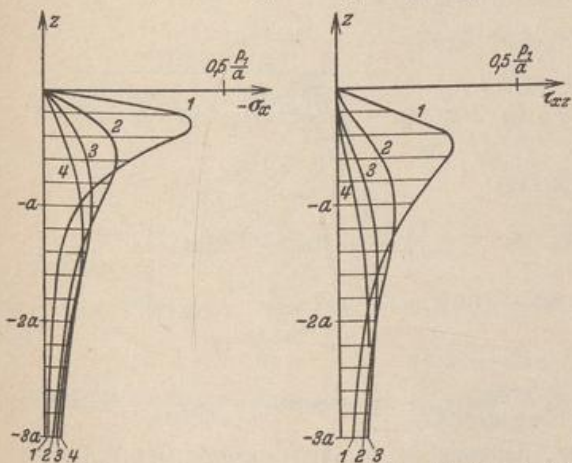


Abb. 711 b, c. Spannungen  $\sigma_x$  und  $\tau_{xz}$  in den Schnitten  $x = a/2$  (Kurve 1),  $x = a$  (Kurve 2),  $x = 3a/2$  (Kurve 3),  $x = 2a$  (Kurve 4).

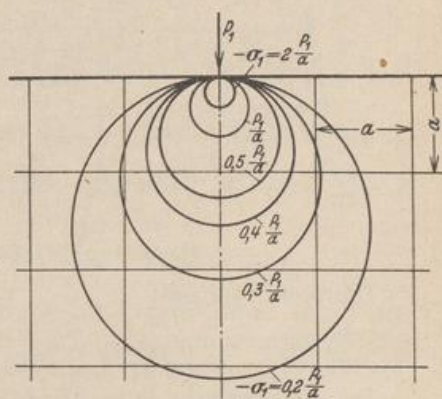


Abb. 712. Linien gleicher Hauptspannung  $\sigma_1$ .

nung  $\sigma_x$  wechselt in diesen Schnitten nicht ihr Vorzeichen, so daß  $\int_{-\infty}^0 \sigma_x dz$  einen von  $x$  unabhängigen endlichen Wert besitzen muß, der zu  $-P_1/\pi$  gefunden wird.

Die Linien gleicher Hauptspannung  $\sigma_1$  sind Kreise durch den Koordinatenanfangspunkt mit der Gleichung

$$\xi^2 + \left(\zeta - \frac{1}{n}\right)^2 = \left(\frac{1}{n}\right)^2, \quad n = \sigma_1 / \frac{P_1}{\pi a}.$$

Die Spannung  $\sigma_2$  ist überall gleich Null (Abb. 712).

Die Längsspannungstrajektorien sind Kreise um den Koordinatenanfangspunkt oder die von dort ausgehenden Radien (Abb. 713).

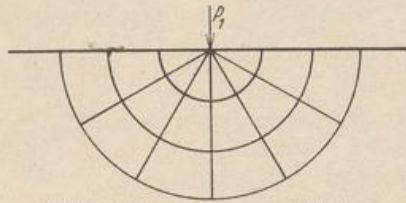


Abb. 713. Längsspannungstrajektorien.

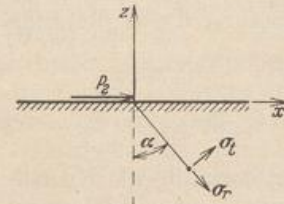


Abb. 714.

b) Belastung durch die Einzellast  $P_2$  parallel zur Begrenzung (Abb. 714).

$$F = \frac{P_2}{\pi} r \alpha \cos \alpha, \quad \sigma_r = -\frac{2P_2}{\pi} \frac{\sin \alpha}{r}, \quad \sigma_t = 0, \quad \tau_{rt} = 0. \quad (1063)$$

c) Belastung durch mehrere Einzellasten  $P_k$  (Abb. 715). Superposition der Lösungen a).

$$\sigma_z = \frac{2}{\pi} \sum \frac{P_k \cos^3 \alpha_k}{r_k}, \quad \sigma_x = \frac{2}{\pi} \sum \frac{P_k \cos \alpha_k \sin^2 \alpha_k}{r_k}, \quad \tau_{xz} = -\frac{2}{\pi} \sum \frac{P_k \sin \alpha_k \cos^2 \alpha_k}{r_k}. \quad (1064)$$

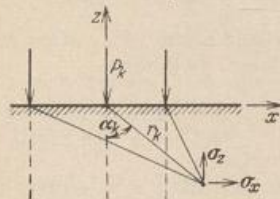


Abb. 715.

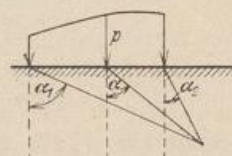


Abb. 716.

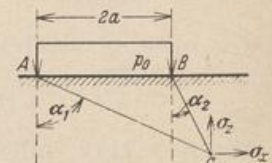


Abb. 717.

d) Stetige Streckenlast  $dP = p dx$  (Abb. 716).

$$\sigma_z = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} p \cos^2 \alpha d\alpha, \quad \sigma_x = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} p \sin^2 \alpha d\alpha, \quad \tau_{xz} = -\frac{2}{\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} p \sin \alpha \cos \alpha d\alpha. \quad (1065)$$

Sonderfall  $p = p_0 = \text{const}$  (Abb. 717):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{p_0}{2\pi} [2(\alpha_2 - \alpha_1) + \sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1], & \tau_{xz} &= +\frac{p_0}{2\pi} [\cos 2\alpha_2 - \cos 2\alpha_1], \\ \sigma_x &= +\frac{p_0}{2\pi} [2(\alpha_2 - \alpha_1) - (\sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1)]. \end{aligned} \right\} \quad (1066a)$$

Hauptspannungen:

$$\sigma_1 = \frac{p_0}{\pi} [(\alpha_2 - \alpha_1) + \sin(\alpha_2 - \alpha_1)], \quad \sigma_2 = \frac{p_0}{\pi} [(\alpha_2 - \alpha_1) - \sin(\alpha_2 - \alpha_1)]. \quad (1066b)$$

Die Hauptspannung  $\sigma_1$  fällt in die Richtung der Halbierungslinie des Winkels  $ACB$  (Abb. 717).

Spannungen  $\sigma_z$  in Schnitten  $z=\text{const}$ : Abb. 718 a  
 „  $\sigma_x$  „ „  $x=\text{const}$ : „ 718 b  
 „  $\tau_{xz}$  „ „  $x=\text{const}$ : „ 718 c

Auch hier ist  $\int_{-\infty}^0 \sigma_x dz$  von Null verschieden und gleich  $-2 p_0 a / \pi$ . Die Linien gleicher Hauptspannungen  $\sigma_1$  oder  $\sigma_2$  (Abb. 719 a) sind Kreise durch die Endpunkte der Belastung, da beide Hauptspannungen nur von der Differenz der Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  abhängen. Die Längsspannungstrajektorien sind in Abb. 719 b dargestellt.

**Keilförmig begrenzte Scheiben mit einer Einzellast an der Spitze** (Abb. 720). Die Normalspannungen  $\sigma_t$  und die Schubspannungen  $\tau_{rt}$  der Halbscheibe in

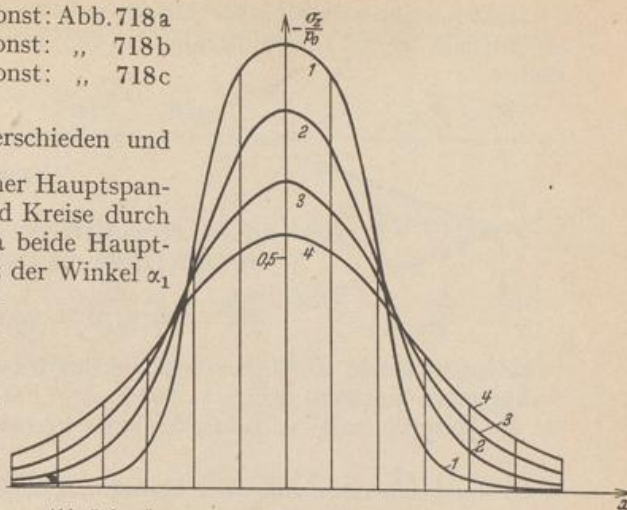


Abb. 718 a. Spannungen  $\sigma_z$  in den Schnitten  $z = -0,5a$  (Kurve 1),  $z = -a$  (Kurve 2),  $z = -1,5a$  (Kurve 3),  $z = -2a$  (Kurve 4).

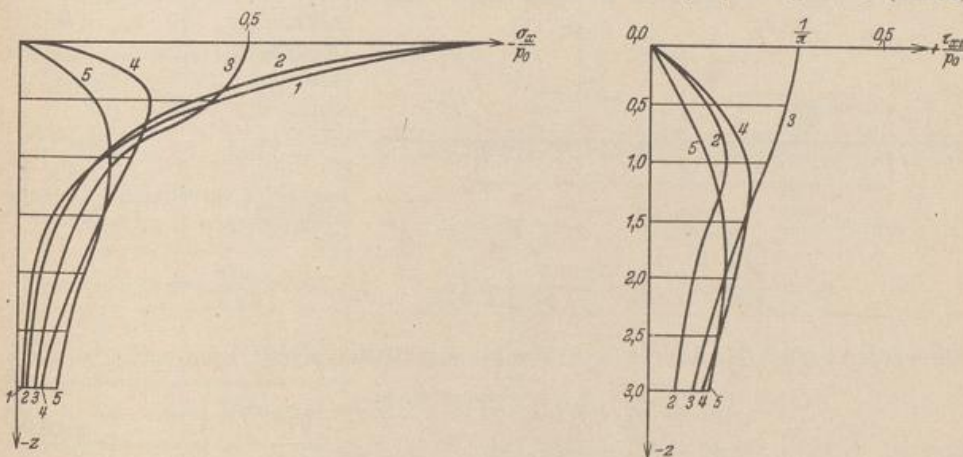


Abb. 718 b, c. Spannungen  $\sigma_x$  und  $\tau_{xz}$  in den Schnitten  $x = 0$  (Kurve 1),  $x = 0,5a$  (Kurve 2),  $x = a$  (Kurve 3),  $x = 1,5a$  (Kurve 4),  $x = 2a$  (Kurve 5).

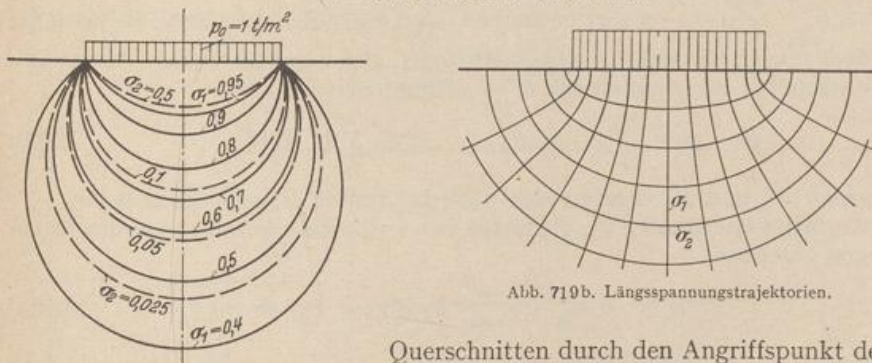


Abb. 719 a. Linien gleicher Hauptspannung  $\sigma_1$  oder  $\sigma_2$ .

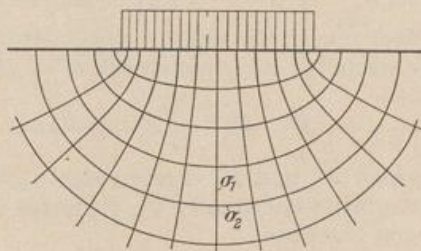


Abb. 719 b. Längsspannungstrajektorien.

Querschnitten durch den Angriffspunkt der Lasten  $P_1, P_2$  sind Null. Der Spannungszustand bleibt daher in einem danach abgetrennten Keil unverändert.

$$\sigma_r = \frac{2 P_1 \cos \alpha}{r(2 \beta + \sin 2 \beta)} + \frac{2 P_2 \sin \alpha}{r(2 \beta - \sin 2 \beta)}, \quad \sigma_t = 0, \quad \tau_{rt} = 0. \quad (1067)$$