



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

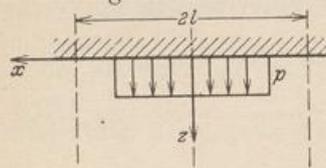
Zahlenbeispiel

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Bei Belastung der Halbebene nach Tabelle 66, a entsteht daher folgender Spannungszustand:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = -2 p_0 \sum_1^{\infty} \frac{\sin \gamma_n}{\gamma_n} (1 + \zeta_n) e^{\zeta_n} \cos \xi_n, \\ \tau_{xz} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} = -2 p_0 \sum_1^{\infty} \frac{\sin \gamma_n}{\gamma_n} \zeta_n e^{\zeta_n} \sin \xi_n, \\ \sigma_z &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = -p_0 - 2 p_0 \sum_1^{\infty} \frac{\sin \gamma_n}{\gamma_n} (1 - \zeta_n) e^{\zeta_n} \cos \xi_n. \end{aligned} \right\} (1071)$$

Die Randbedingungen für $z=0$ und $z=\infty$ lassen sich leicht nachprüfen. Bei Belastung der Halbebene nach Abb. 722 erhält p_0 das negative Vorzeichen.



Für die Spannungen am Rande ($z=0$) folgt aus

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\sum_1^{\infty} (1 + \zeta_n) e^{\zeta_n} A_n \cos \xi_n = -\sum_1^{\infty} (1 + \zeta_n) e^{\zeta_n} p_n \\ &\text{mit } \zeta_n = 0 \\ \sigma_x &= -\sum_1^{\infty} p_n = -(p - p_0). \end{aligned} \quad (1072)$$

Abb. 722.

Spannungszustand im Mittelfeld einer hohen Silowand auf mehreren Stützen.

1. Abmessungen und äußere Kräfte. Feldweite $2l = 8,00$ m, Stützenbreite $2c = 2,00$ m (Abb. 723a). Die x -Achse fällt mit dem unteren Rand, die z -Achse mit der Feldmitte zusammen. Die gleichförmig verteilte Zugbelastung $-p'$ in t/m liefert auf die Wandstärke b bezogen die Belastung $-p = -p'/b$ in t/m². Die Untersuchung wird für $p = -1$ t/m² durchgeführt. Stützkraft: $q = p \cdot l/c = 4p$. Durch Superposition von Belastung und Stützkraften entsteht das Belastungsbild Abb. 723b. Die Entwicklung nach Fourier (S. 719) liefert

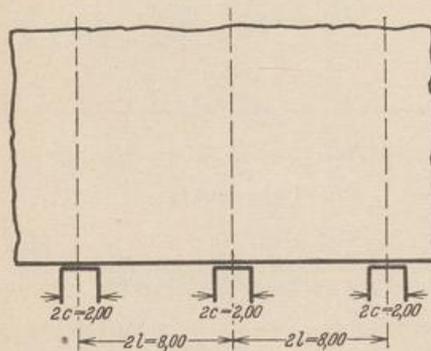


Abb. 723a.

$$A_0 = 0 \text{ und mit } p_2 = p \frac{l-c}{c} \quad A_n = 2 p_2 \frac{\sin n \pi \frac{l-c}{l}}{n \pi \frac{l-c}{l}}$$

also

$$A_n = 6p \frac{\sin n \pi \frac{3}{4}}{n \pi \frac{3}{4}} = -\frac{8}{n \pi} \sin \frac{3}{4} n \pi.$$

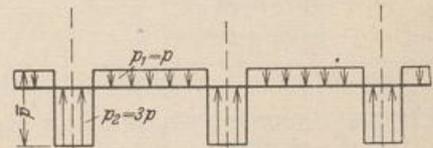


Abb. 723b.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
A_n	-1,800633	+1,273240	-0,600211	0	+0,360127	-0,424413	+0,257233	0

Die ersten fünf Fourierglieder ergeben als Annäherung der Belastungsfunktion 1 die Kurve 2 der Abb. 724, die ersten acht Glieder die Kurve 3. Wird die Berechnung der Spannungen auf die ersten fünf Glieder beschränkt, so entsteht die strenge Lösung für die Belastung nach Kurve 2.

2. Ermittlung von $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}$. Nach (1054b) und (1070) ist

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\sum_1^5 (1 + \zeta_n) e^{\zeta_n} \cdot A_n \cos \xi_n = -\sum_1^5 \psi_n(\zeta) \cdot E_n(\xi), \\ \sigma_z &= -\sum_1^5 (1 - \zeta_n) e^{\zeta_n} \cdot A_n \cos \xi_n = -\sum_1^5 \varphi_n(\zeta) \cdot E_n(\xi), \\ \tau_{xz} &= -\sum_1^5 \zeta_n \cdot e^{\zeta_n} \cdot A_n \sin \xi_n = -\sum_1^5 \chi_n(\zeta) \cdot F_n(\xi). \end{aligned}$$

Die Spannungen werden für einzelne Schnitte $z = \text{const}$ berechnet. Dabei ergeben sich z. B. für $z = -0,25 l$ die folgenden Werte der Funktionen ψ, φ, χ :

n	1	2	3	5
ξ_n	-0,785398	-1,570796	-2,356194	-3,926991
$\psi_n(\xi)$	+0,09788	-0,11866	-0,12854	-0,05767
$\varphi_n(\xi)$	+0,81436	+0,53441	+0,31810	+0,09708
$\chi_n(\xi)$	-0,35824	-0,32654	-0,22332	-0,07737

Damit lassen sich die Spannungen für diesen Schnitt folgendermaßen anschreiben:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -0,09788 E_1(\xi) + 0,11866 E_2(\xi) + 0,12854 E_3(\xi) + 0,05767 E_5(\xi), \\ \sigma_z &= -0,81436 E_1(\xi) - 0,53441 E_2(\xi) - 0,31810 E_3(\xi) - 0,09708 E_5(\xi), \\ \tau_{xz} &= +0,35824 F_1(\xi) + 0,32654 F_2(\xi) + 0,22332 F_3(\xi) + 0,07737 F_5(\xi). \end{aligned}$$

Die Funktionen E, F sind für Achtelteilung der Strecke l in folgender Tabelle enthalten:

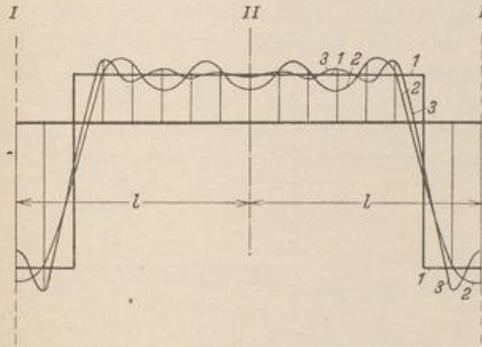


Abb. 724. Linienzug I: Gegebene Belastung, Kurve 2: Annäherung durch fünf Fourierglieder, Kurve 3: Annäherung durch acht Fourierglieder.

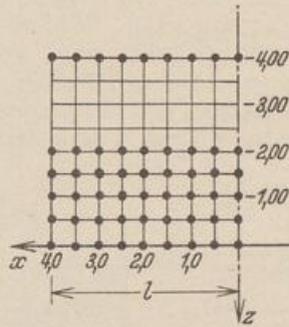


Abb. 725.

ξ	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,625	0,750	0,875	1
$E_1(\xi)$	-1,80063	-1,66360	-1,27324	-0,68906	0	+0,68906	+1,27324	+1,66360	+1,80063
$F_1(\xi)$	0	-0,68906	-1,27324	-1,66360	-1,80063	-1,66360	-1,27324	-0,68906	0
$E_2(\xi)$	+1,27324	+0,90032	0	-0,90032	-1,27324	-0,90032	0	+0,90032	+1,27324
$F_2(\xi)$	0	+0,90032	+1,27324	+0,90032	0	-0,90032	-1,27324	-0,90032	0
$E_3(\xi)$	-0,60021	-0,22968	+0,42442	+0,55454	0	-0,55454	-0,42442	+0,22968	+0,60021
$F_3(\xi)$	0	-0,55454	-0,42442	+0,22968	+0,60021	+0,22968	-0,42442	-0,55454	0
$E_5(\xi)$	+0,36013	-0,13782	-0,25466	+0,33272	0	-0,33272	+0,25466	+0,13782	-0,36013
$F_5(\xi)$	0	+0,33272	-0,25466	-0,13782	+0,36013	-0,13782	-0,25466	+0,33272	0

Die Auswertung der allgemeinen Ansätze liefert demnach für $z = -0,25 l$ folgende Spannungen in t/m^2 :

ξ	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,625	0,750	0,875	1
σ_x	+0,273	+0,234	+0,166	+0,052	-0,151	-0,266	-0,166	-0,021	+0,029
σ_z	+0,922	+0,959	+0,925	+0,834	+0,680	+0,129	-0,925	-1,921	-2,303
τ_{xz}	0	-0,051	-0,154	-0,261	-0,483	-0,849	-0,986	-0,639	0

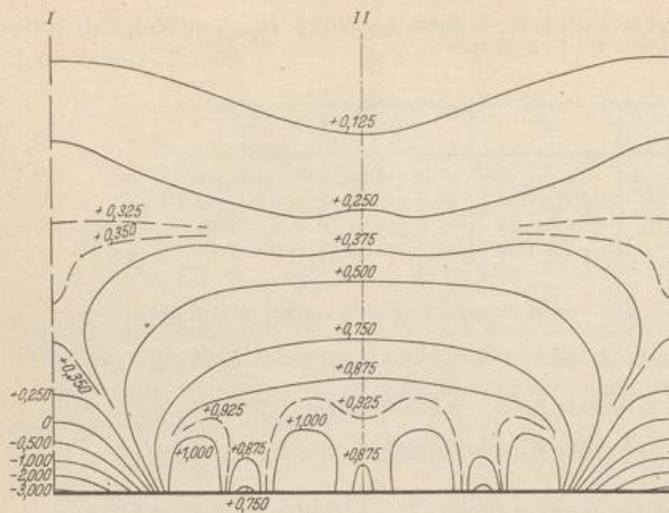
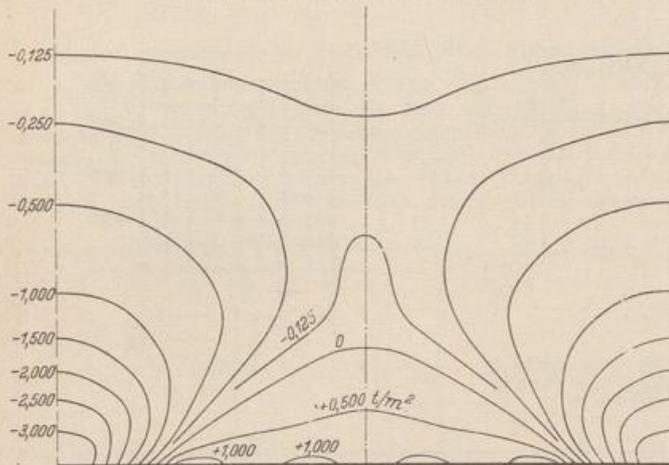
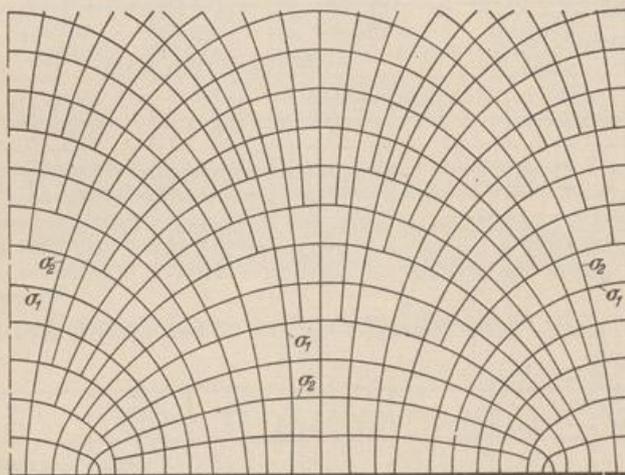
Abb. 726. Linien gleicher Hauptspannung σ_1 .Abb. 727. Linien gleicher Hauptspannung σ_2 .

Abb. 728. Längsspannungstrajektorien.

3. Hauptspannungen.
Die Hauptspannungen und ihre Richtungen werden nach (40) ermittelt. Mit den Spannungen an den in Abb. 725 eingetragenen Punkten sind die Linien gleicher Spannung σ_1 (Abb. 726), die Linien gleicher Spannung σ_2 (Abb. 727) und die Hauptlängsspannungstrajektorien (Abb. 728) gezeichnet worden.

Föppl, A. u. L.: Drang und Zwang. Berlin u. München 1920. — Nadai, A.: Die elastischen Platten. Berlin 1925. — Wyß, Th.: Die Kraftfelder in festen elastischen Körpern. Berlin 1926. — Miura, A.: Spannungskurven in rechteckigen und keilförmigen Trägern. Berlin 1928. — Trefftz, E.: Mathematische Elastizitätstheorie, Kap. 2 im Handb. d. Physik Bd. II: Mechanik der elastischen Körper. Berlin 1928. — Flügge, W.: Spannungsermittlung in Scheiben und Schalen aus Eisenbeton. J. A. 1930 S. 481. — Hager, K.: Der ebene Spannungszustand. Z. A. M. 1932 S. 137.