



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zahlenbeispiel

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Schnittkräfte M, N, Q bei symmetrischem Lastangriff Null werden, ist in jedem Querschnitt

$$\int_{-h}^{+h} \sigma_x dF = 0, \quad \int_{-h}^{+h} \sigma_x z dF = 0, \quad \int_{-h}^{+h} \tau_{xz} dF = 0.$$

Der Anteil II der Belastung (Abb. 735c) ist antimetrisch und erzeugt Spannungen nach (1077a). Dabei ist

$$A'_n = -A_n = \frac{2p_2}{\gamma_n} \sin \gamma_n, \quad p_2 = +\frac{p}{2} \frac{l-c}{c}, \quad \gamma_n = n\pi \frac{l-c}{l}. \quad (1081)$$

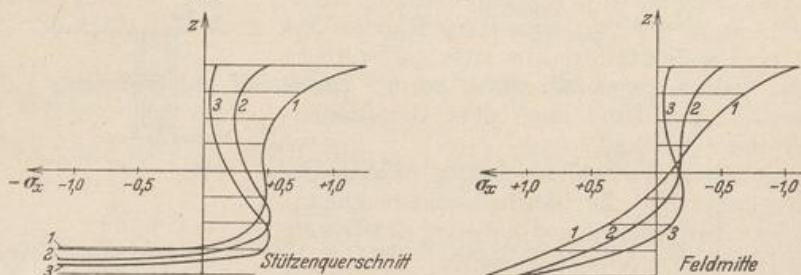


Abb. 736. Verlauf der Funktion $\sigma_x(z)$ bei Balken mit veränderlichem Verhältnis H/L .
Kurven 1: $H/L = 1/2$, Kurven 2: $H/L = 2/3$, Kurven 3: $H/L = 1$.

Die Querschnitte $x = 0, x = l$ sind frei von Schubspannungen τ_{xz} , der Längsschnitt $z = 0$ frei von Längsspannungen σ_x, σ_z . Die Hauptspannungen schneiden daher die x -Achse unter 45° .

Der Anteil III (Abb. 735d) liefert einen einachsigen Spannungszustand $-\sigma_z = p$.

Das Kraftfeld zur vorgeschriebenen Belastung entsteht entweder durch Addition der drei analytischen Spannungsanteile oder durch die Addition ihrer Zahlenwerte. Bei gleichförmiger Belastung p am unteren Rande nach Abb. 732a tritt dazu noch die einachsige Querbeanspruchung $+\sigma_z = p$. Sie hebt sich gegen den Anteil III auf, so daß sich das Ergebnis in diesem Falle allein aus den Spannungsanteilen I und II zusammensetzt.

Die Längsspannung σ_x am unteren (gestützten) Rande eines hohen Streifens ($H \gg L$) ist nach (1079) angenähert gleich der Randbelastung p oder q , also auch angenähert gleich der größten Längsspannung σ_x eines Querschnittes. Sie ist wesentlich größer als der Betrag $\sigma_x = M/W = 6M/h^2$ nach dem Geradliniengesetz. Nach den von F. Dischinger angegebenen Schaulinien (Abb. 736) nähert sich die Funktion $\sigma_x(z)$ eines Querschnittes bei abnehmendem Verhältnis h/l der Navierschen Geraden in Feldmitte schneller als im Stützenquerschnitt.

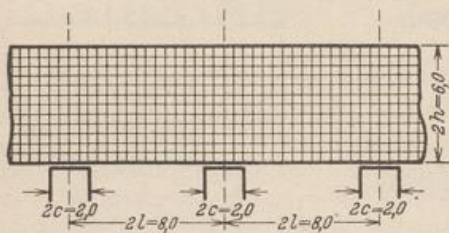


Abb. 737.

Spannungszustand im Mittelfeld einer hohen Silowand ($H/L = 3/4$) auf mehreren Stützen (Abb. 737).

Stützung und Belastung stimmen mit den Angaben in Abb. 723 überein, so daß ein Vergleich mit den Ergebnissen auf S. 722 möglich ist.

Die Belastung wird nach S. 727 in den symmetrischen (Abb. 735b) und den antimetrischen Anteil (Abb. 735c) aufgespalten.

Zusammenstellung der Formeln nach S. 725f.

A. Symmetrischer Anteil.*

$${}^{(1)}p = p_0 + \sum_1^{\infty} A_n \cos \xi_n, \quad \xi_n = n\pi \frac{x}{l}, \quad p_0 = 0, \quad A_n \text{ nach Tabelle 66.}$$

$$C_n = -\frac{2(\sin \lambda_n + \lambda_n \operatorname{Coj} \lambda_n)}{2\lambda_n + \sin 2\lambda_n} = -\frac{\operatorname{Tg} \lambda_n + \lambda_n}{\frac{\lambda_n}{\operatorname{Coj} \lambda_n} + \sin \lambda_n},$$

$$D_n = \frac{2 \sin \lambda_n}{2\lambda_n + \sin 2\lambda_n} = \frac{\operatorname{Tg} \lambda_n}{\frac{\lambda_n}{\operatorname{Coj} \lambda_n} + \sin \lambda_n}, \quad \lambda_n = n\pi \frac{h}{l},$$

$$\varphi_n(\zeta) = C_n \operatorname{Coj} \zeta_n + D_n \zeta_n \sin \zeta_n,$$

$$\psi_n(\zeta) = (C_n + 2D_n) \operatorname{Coj} \zeta_n + D_n \zeta_n \sin \zeta_n,$$

$$\chi_n(\zeta) = (C_n + D_n) \sin \zeta_n + D_n \zeta_n \operatorname{Coj} \zeta_n.$$

B. Antimetrischer Anteil.

$${}^{(2)}p = \sum_1^{\infty} A'_n \cos \xi_n, \quad A'_n = -A_n,$$

$$C'_n = \frac{2(\operatorname{Coj} \lambda_n + \lambda_n \sin \lambda_n)}{2\lambda_n - \sin 2\lambda_n} = \frac{1 + \lambda_n \operatorname{Tg} \lambda_n}{\frac{\lambda_n}{\operatorname{Coj} \lambda_n} - \sin \lambda_n},$$

$$D'_n = -\frac{2 \operatorname{Coj} \lambda_n}{2\lambda_n - \sin 2\lambda_n} = -\frac{1}{\frac{\lambda_n}{\operatorname{Coj} \lambda_n} - \sin \lambda_n},$$

$$\varphi'_n(\zeta) = C'_n \sin \zeta_n + D'_n \zeta_n \operatorname{Coj} \zeta_n,$$

$$\psi'_n(\zeta) = (C'_n + 2D'_n) \sin \zeta_n + D'_n \zeta_n \operatorname{Coj} \zeta_n,$$

$$\chi'_n(\zeta) = (C'_n + D'_n) \operatorname{Coj} \zeta_n + D'_n \zeta_n \sin \zeta_n.$$

C. Superposition der Anteile A und B.

$$\begin{aligned} E_n(\xi) &= A_n \cos \xi_n, & F_n(\xi) &= A_n \sin \xi_n, \\ E'_n(\xi) &= A'_n \cos \xi_n = -E_n(\xi), & F'_n(\xi) &= A'_n \sin \xi_n = -F_n(\xi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_x &= {}^{(1)}\sigma_x + {}^{(2)}\sigma_x = \sum_1^{\infty} \varphi_n(\zeta) \cdot E_n(\xi) + \sum_1^{\infty} \varphi'_n(\zeta) \cdot E'_n(\xi) \\ &= \sum_1^{\infty} [\varphi_n(\zeta) - \varphi'_n(\zeta)] E_n(\xi) = \sum_1^{\infty} \bar{\varphi}_n(\zeta) \cdot E_n(\xi). \\ \sigma_z &= {}^{(1)}\sigma_z + {}^{(2)}\sigma_z = -\sum_1^{\infty} \psi_n(\zeta) \cdot E_n(\xi) - \sum_1^{\infty} \psi'_n(\zeta) \cdot E'_n(\xi) \\ &= -\sum_1^{\infty} [\psi_n(\zeta) - \psi'_n(\zeta)] E_n(\xi) = -\sum_1^{\infty} \bar{\psi}_n(\zeta) \cdot E_n(\xi). \\ \tau_{xz} &= {}^{(1)}\tau_{xz} + {}^{(2)}\tau_{xz} = -\sum_1^{\infty} \chi_n(\zeta) \cdot F_n(\xi) - \sum_1^{\infty} \chi'_n(\zeta) \cdot F'_n(\xi) \\ &= -\sum_1^{\infty} [\chi_n(\zeta) - \chi'_n(\zeta)] F_n(\xi) = -\sum_1^{\infty} \bar{\chi}_n(\zeta) \cdot F_n(\xi). \end{aligned}$$

Auswertung der Formeln.

Wie bei dem Beispiel in Abschn. 74 wird die Rechnung auf die ersten fünf Fourierglieder beschränkt.

1. Fourierkonstanten $A_n = -A'_n$. Die Konstanten A_n sind halb so groß wie die entsprechenden Werte auf S. 720.

n	1	2	3	4	5
A_n	-0,900316	+0,636620	-0,300106	0	+0,180064

2. Integrationskonstanten C_n, D_n, C'_n, D'_n .

n	1	2	3	5
C_n	-0,58871	-102,4816 · 10 ⁻³	-13,73953 · 10 ⁻³	-195,5161 · 10 ⁻⁶
D_n	+0,17321	+17,9378 · 10 ⁻³	+1,70284 · 10 ⁻³	+15,2974 · 10 ⁻⁶
$C_n + D_n$	-0,41550	-84,5438 · 10 ⁻³	-12,03669 · 10 ⁻³	-180,2187 · 10 ⁻⁶
$C_n + 2D_n$	-0,24229	-66,6060 · 10 ⁻³	-10,33385 · 10 ⁻³	-164,9213 · 10 ⁻⁶
C'_n	-0,69259	-102,7831 · 10 ⁻³	-13,74007 · 10 ⁻³	-195,5162 · 10 ⁻⁶
D'_n	+0,20897	+17,9954 · 10 ⁻³	+1,70291 · 10 ⁻³	+15,2974 · 10 ⁻⁶
$C'_n + D'_n$	-0,48361	-84,7877 · 10 ⁻³	-12,03716 · 10 ⁻³	-180,2188 · 10 ⁻⁶
$C'_n + 2D'_n$	-0,27464	-66,7923 · 10 ⁻³	-10,33424 · 10 ⁻³	-164,9213 · 10 ⁻⁶

3. Funktionen φ, ψ, χ für $z = -0,5l$ ($\zeta = -0,5$).

n	1	2	3	5
φ_n	-0,85105	-0,53715	-0,31819	-0,09707
φ'_n	+0,77020	+0,53168	+0,31801	+0,09707
$\overline{\varphi}_n$	-1,62125	-1,06883	-0,63620	-0,19414
ψ_n	+0,01818	-0,12128	-0,12861	-0,05767
ψ'_n	-0,19162	+0,11603	+0,12846	+0,05767
$\overline{\psi}_n$	+0,20980	-0,23731	-0,25707	-0,11534
χ_n	+0,27350	+0,32313	+0,22322	+0,07737
χ'_n	-0,45806	-0,32995	-0,22342	-0,07737
$\overline{\chi}_n$	+0,73156	+0,65306	+0,44664	+0,15474

4. Spannungen im Schnitt $z = -0,5l$.

$$\sigma_x = -0,20980 E_1(\xi) + 0,23731 E_2(\xi) + 0,25707 E_3(\xi) + 0,11534 E_5(\xi),$$

$$\sigma_z = -1,62125 E_1(\xi) - 1,06883 E_2(\xi) - 0,63620 E_3(\xi) - 0,19414 E_5(\xi),$$

$$\tau_{xz} = -0,73156 F_1(\xi) - 0,65306 F_2(\xi) - 0,44664 F_3(\xi) - 0,15474 F_5(\xi).$$

Die Funktionen $E_n(\xi), F_n(\xi)$ können von S. 721 übernommen werden, sind jedoch wegen der Aufteilung der Belastung in den symmetrischen und den antisymmetrischen Anteil durch 2 zu dividieren. Damit erhält man die folgenden Spannungen in t/m^2 :

ξ	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,625	0,750	0,875	1
σ_x	+0,283	+0,244	+0,176	+0,056	-0,151	-0,270	-0,176	-0,030	+0,019
σ_z	+0,935	+0,954	+0,922	+0,831	+0,680	+0,131	-0,922	-1,916	-2,296
τ_{xz}	0	+0,056	+0,164	+0,274	+0,497	+0,862	+0,996	+0,644	0

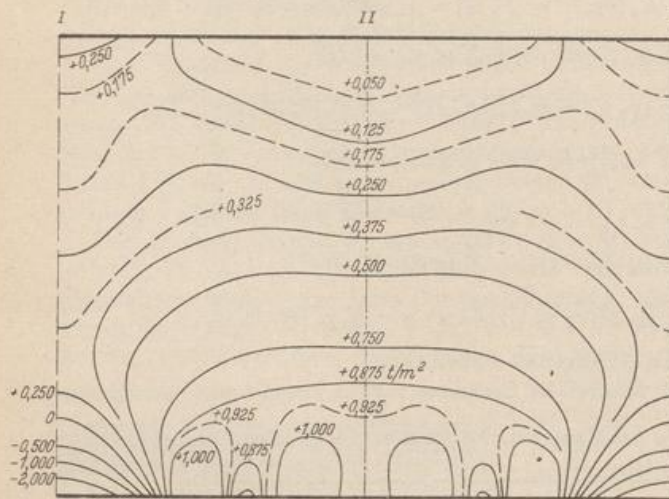


Abb. 738. Linien gleicher Hauptspannung σ_1 .

5. Hauptspannungen. Die Spannungen werden für die Knoten des quadratischen Netzes Abb. 737 berechnet. Sie liefern die Linien gleicher Hauptspannung σ_1 (Abb. 738), gleicher Hauptspannung σ_2 (Abb. 739) und die Längsspannungstrajektorien (Abb. 740).

Feldweise wechselnde Belastung $\pm p$ am oberen Rande (Abb. 741a u. 731c).

Die Belastung dient nur dazu, die Spannungen bei abwechselnd belasteten und unbelasteten Feldern (Abb. 731a) aus der Lösung für gleichförmige Belastung aller Felder (Abb. 731b) herzuleiten. Ihre Periodenlänge L' ist gleich der doppelten

Stützenentfernung L . Bei der Superposition nach Abb. 731 ist die Phasenverschiebung der Perioden zu beachten.

Die Stützkkräfte sind Null, da die Belastung Abb. 741a innerhalb einer Periode L' im Gleichgewicht ist. Sie wird nach Abb. 741b, c in den symmetrischen und den antisymmetrischen Anteil zerlegt. Die Konstanten der nach Fourier entwickelten Randbelastung jedes Anteils stimmen miteinander überein und werden nach Tab. 66 mit

$$A_n = A'_n = p \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{\frac{n\pi}{2}} \tag{1082}$$