Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Der Verschiebungszustand

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

$N_{\alpha n}$, $N_{\beta n}$ annehmen, dagegen in Meridianschnitten $\beta = \pi/2n + \lambda\pi/n$ Null sind. Hier werden die Schubkräfte $N_{\alpha\beta} = \sum N_{\alpha\beta n} \sin n\beta$ zu Grenzwerten $N_{\alpha\beta n}$. Die Grenzwerte $N_{\alpha n}$, $N_{\beta n}$, $N_{\alpha\beta n}$ sind durch die Gleichgewichtsbedingungen der äußeren Kräfte bestimmt, die an dem durch einen Breitenschnitt und zwei Nullmeridianen begrenzten Schalensektor angreifen.

Der Verschiebungszustand. Die Formänderung der Membranschalen ist durch die Verschiebung der Punkte der Mittelfläche bestimmt. Diese wird nach drei ausgezeichneten Achsen x, y, z in die Komponenten u, v, w zerlegt. Sie lassen sich aus den bezogenen Längen- und Winkeländerungen $\varepsilon_x = \varepsilon_\beta$, $\varepsilon_y = \varepsilon_\alpha$, $\gamma_{xy} = \gamma_{\alpha\beta}$ eines differentialen Flächenabschnitts berechnen. Die Dehnung ε_z ist auf Grund der Annahmen Null (Abb. 769).

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_\alpha &= \frac{1}{R_\beta d\alpha}\left[(R_\beta - w)\,d\alpha + \frac{\partial v}{R_\beta \partial\alpha} R_\beta\,d\alpha - R_\beta\,d\alpha\right] = \frac{\partial v}{R_\beta\partial\alpha} - \frac{w}{R_\beta} = \frac{v' - w}{R_\beta}, \\
\varepsilon_\beta &= \frac{1}{r_\alpha d\beta}\left[(r_\alpha - w\sin\alpha + v\cos\alpha)\,d\beta + \frac{\partial u}{\partial\beta} d\beta - r_\alpha\,d\beta\right] = \frac{v\operatorname{ctg}\alpha - w}{R_\alpha} + \frac{1}{R_\alpha\sin\alpha}\frac{\partial u}{\partial\beta}.
\end{aligned}\right\} \quad (1102)$$

Bei rotationssymmetrischer Belastung ist $\partial u/\partial\beta = 0$ und nach Elimination von w

$$\frac{1}{\sin\alpha}\frac{\partial v}{\partial\alpha} - v\frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{v}{\sin\alpha}\right) = \frac{1}{\sin\alpha}(R_\beta\varepsilon_\alpha - R_\alpha\varepsilon_\beta),$$

$$\left.\begin{aligned}
v &= \sin\alpha\left[\int \frac{R_\beta\varepsilon_\alpha - R_\alpha\varepsilon_\beta}{\sin\alpha}\,d\alpha + C_1\right], \\
w &= v\operatorname{ctg}\alpha - R_\alpha\varepsilon_\beta.
\end{aligned}\right\} \quad (1103)$$

Die Winkeländerung des Flächenabschnitts ist nach (911)

$$\gamma_{\alpha\beta} = \frac{\partial u}{R_\beta\partial\alpha} + \frac{\partial v}{r_\alpha\partial\beta} - \frac{u}{r_\alpha}\cos\alpha,$$

so daß mit v und $\gamma_{\alpha\beta}$ auch die Verschiebung u berechnet werden kann. Die Komponenten ε_α, ε_β, $\gamma_{\alpha\beta}$ der Flächenverzerrung sind mit den Schnittkräften nach (913) durch das Hookesche Gesetz verknüpft.

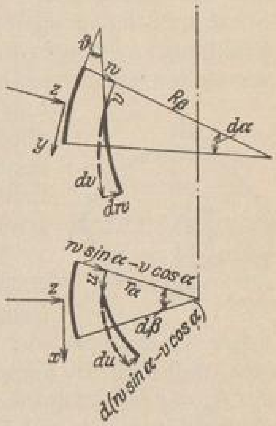

Abb. 769.

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_\alpha &= \frac{1}{Eh}(N_\alpha - \mu N_\beta), & \varepsilon_\beta &= \frac{1}{Eh}(N_\beta - \mu N_\alpha), & \gamma_{\alpha\beta} &= \frac{2(1+\mu)}{Eh}N_{\alpha\beta}, \\
N_\alpha &= \frac{hE}{1-\mu^2}(\varepsilon_\alpha + \mu\varepsilon_\beta), & N_\beta &= \frac{hE}{1-\mu^2}(\varepsilon_\beta + \mu\varepsilon_\alpha), & N_{\alpha\beta} &= \frac{hE}{2(1+\mu)}\gamma_{\alpha\beta}.
\end{aligned}\right\} \quad (1104)$$

Die Krümmungsänderung in den Hauptschnitten wird mit

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{R_\beta} = \frac{d\alpha}{ds_\beta}, \quad \frac{1}{R_\alpha} = \frac{\sin\alpha}{r_\alpha}, \\
&\varkappa_\alpha = d\left(\frac{1}{R_\beta}\right) = \frac{d\alpha + \delta(d\alpha) - d\alpha}{ds_\beta} = \frac{\delta(d\alpha)}{ds_\beta} = \frac{d(\delta\alpha)}{ds_\beta} = \frac{d\vartheta}{R_\beta d\alpha}, \\
&\varkappa_\beta = d\left(\frac{1}{R_\alpha}\right) = \frac{\sin(\alpha + \delta\alpha) - \sin\alpha}{r_\alpha} = \frac{\delta\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha}{R_\alpha} = \frac{\vartheta\operatorname{ctg}\alpha}{R_\alpha}
\end{aligned}\right\} \quad (1105)$$

In der Regel begnügt man sich mit der Beschreibung des rotationssymmetrischen Verschiebungszustandes durch die Vergrößerung Δr_α des Breitenkreises und durch die Verdrehung ϑ der Tangente an die elastische Linie des Meridians.

$$\left.\begin{aligned}
\Delta r_\alpha &= r_\alpha\varepsilon_\beta = \frac{r_\alpha}{Eh}(N_\beta - \mu N_\alpha), \\
\vartheta &= \frac{v}{R_\beta} + \frac{\partial w}{R_\beta\partial\alpha} = \frac{1}{R_\beta}\left[(R_\beta\varepsilon_\alpha - R_\alpha\varepsilon_\beta)\operatorname{ctg}\alpha - \frac{\partial(R_\alpha\varepsilon_\beta)}{\partial\alpha}\right].
\end{aligned}\right\} \quad (1106)$$