



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Die Belastung der Rotationsschalen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Die Randbedingungen. Die Berechnung der Schalen nach der Membrantheorie verlangt neben der stetigen Eintragung der Belastung die stetige Änderung der Wandstärke und die stetige Krümmung der Mittelfläche. Um die Verbiegung dieser Schalen auszuschließen und den Spannungszustand abgesehen von Nebenspannungen allein durch die Längskräfte N_α , N_β und durch die Schubkräfte $N_{\alpha\beta}$, also statisch bestimmt beschreiben zu können, müssen zunächst die statischen Randbedingungen durch die Eintragung der äußeren Kräfte am Schalenrande erfüllt werden. Hierzu dienen Ringträger, um Einzelkräfte am Schalenrande gleichförmig zu verteilen und die stetige Randbelastung der Mittelfläche in Richtung der Meridiantangente zuzuführen. Daher besitzen in der Regel die geschlossenen Schalen einen Fußring, die offenen Schalen Kopf- und Fußring, die je nach ihrer Lage zum Flächentragwerk auf Zug oder Druck beansprucht werden (Abb. 770). Dabei bleibt der Membranspannungszustand der Schale nur erhalten, wenn die Dehnung der Ringträger mit der Dehnung der Schalenränder übereinstimmt. Die Begrenzung der Schale durch Ringträger ist bei stetiger Abstützung nur dann unnötig, wenn die Hauptschnitte der Ränder mit der Drehachse rechte Winkel einschließen ($\alpha_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 90^\circ$), also die Endtangente der Meridianschnitte senkrecht sind. Um die Dehnung der Schalenränder in allen anderen Fällen mit der Längenänderung der Ringträger in Einklang zu bringen und Biegungsspannungen in der Nähe des Schalenrandes zu vermeiden, kann nach einem von F. Dischinger ausgesprochenen und der Dyckerhoff & Widmann A.-G. patentierten Gedanken die Krümmung der Meridiankurve durch einen Übergangsbogen zum Ringträger derart verändert werden, daß die Randbedingungen zwischen Schalenrand und Ringträger ganz oder teilweise erfüllt sind (Abschn. 80d).

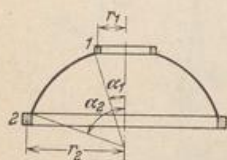


Abb. 770.

Neben den statischen Randbedingungen müssen auch die geometrischen Randbedingungen des statisch bestimmten Spannungszustandes befriedigt werden. Das Flächentragwerk muß daher so gelagert, der Überbau derart auf dem Kopfring der Schale abgestützt sein, daß sich die Verschiebungen Δr_1 , Δr_2 der Endpunkte und die Verdrehungen ϑ_1 , ϑ_2 der Endtangente der Meridiankurve zwanglos einstellen können. Nur auf diese Weise lassen sich Biegungsspannungen in der Nachbarschaft der Schalenränder vermeiden. Die äußeren Kräfte können auch aus diesem Grunde an den Schalenrändern nur in Richtung der Tangenten an die Hauptschnitte der Mittelfläche eingetragen werden.

Die Belastung der Rotationsschalen. Bisher sind unter den allgemeinen Belastungsfällen nur die rotationssymmetrische Belastung und die von β periodisch abhängige Belastung hervorgehoben worden, für welche sich die Gleichgewichtsbedingungen (1094) integrieren lassen. In physikalischer Beziehung wird das Eigengewicht der Schale $p_x = 0$, $p_y = g \sin \alpha$, $p_z = g \cos \alpha$, die Schneelast $p_x = 0$, $p_y = p_s \sin \alpha \cos \alpha$, $p_z = p_s \cos^2 \alpha$ und der Seitendruck von Flüssigkeiten $p_x = 0$, $p_y = 0$, $p_z = \gamma f$ unterschieden. Außerdem kann noch der Seitendruck und die Reibungskraft des Füllgutes nach den Ansätzen in Abschn. 6 zur Wirkung kommen. Durch die Verwendung der Schalen zur Überdachung von Räumen gewinnt auch der Strömungswiderstand \mathfrak{B} des Windes an gekrümmten Oberflächen als äußere Ursache innerer Kräfte Bedeutung (1). Er wird in Übereinstimmung mit den baupolizeilichen Bestimmungen für die statische Untersuchung von ebenen Dachflächen in der Regel nach der Newtonschen Widerstandstheorie festgesetzt, ohne auf die Form der Schale, auf die Rauigkeit ihrer Oberfläche oder auf die Turbulenz der Strömung Rücksicht zu nehmen und entweder nach

$$p_x = 0, \quad p_y = 0, \quad p_z = p_w \sin^2 \alpha \cos^2 \beta \quad (1107)$$

oder in Anlehnung an Versuche von M. v. Löbl nach

$$p_x = 0, \quad p_y = 0, \quad p_z = p_w \sin \alpha \cos \beta, \quad (1108)$$

allein auf den angeströmten Teil der Oberfläche verteilt. Wenn auch nach der gegenwärtigen physikalischen Erkenntnis an der Oberfläche der Schale ein vollständig andersgeartetes Kraftfeld entsteht, so begnügt man sich doch mit diesen einfachen Ansätzen, solange die Spannungen aus Wind nur einen geringen Bruchteil

der zulässigen Beanspruchung des Baustoffes ausmachen. Dies gilt zunächst erfahrungsgemäß allein für die ebenen und räumlichen Stabwerke des Brücken- und Hochbaues, während die Spannungen in Schalen wesentlich von der Druckintensität p_w und von der Verteilung $p_z(\alpha, \beta)$ des Strömungswiderstandes abhängen. Diese muß, falls einfache Ansätze vorgeschrieben werden sollen, nach S. 748 im Bereiche der Schalenoberfläche stetig sein, auf Grund von Beobachtungen antimetrischen Charakter erhalten und mit dem Staudruck p_w der Ansätze (1107) oder (1108) angenommen werden. Die Integration liefert ebenfalls einen Strömungswiderstand des Baukörpers, der aber nicht mit den Versuchsergebnissen an ähnlichen Körpern im Windkanal oder mit dem Strömungswiderstand nach (1107) oder (1108) verglichen werden kann.

Die Bedingungen für $p_z(\alpha, \beta)$ werden am einfachsten durch die Gleichungen (1108) mit $0 \leq \beta \leq 360^\circ$ erfüllt. Um eine in β quadratische Druckverteilung im Sinne der baupolizeilichen Vorschriften als stetige antimetrische Funktion zu verwenden, wird der Ansatz (1107) für $0 \leq \beta \leq 90^\circ$ mit $+\cos^2\beta$, für $90^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$ mit $-\cos^2\beta$ als Fouriersche Reihe entwickelt.

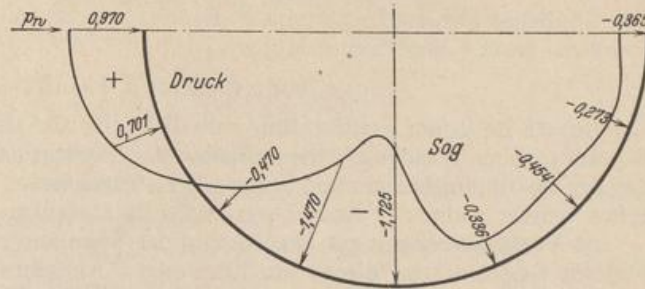


Abb. 771. Druckverteilung an einem Gasometermodell bei $v = 35$ m/sec Windgeschwindigkeit, bezogen auf den Staudruck $p_w = 1$ t/m².

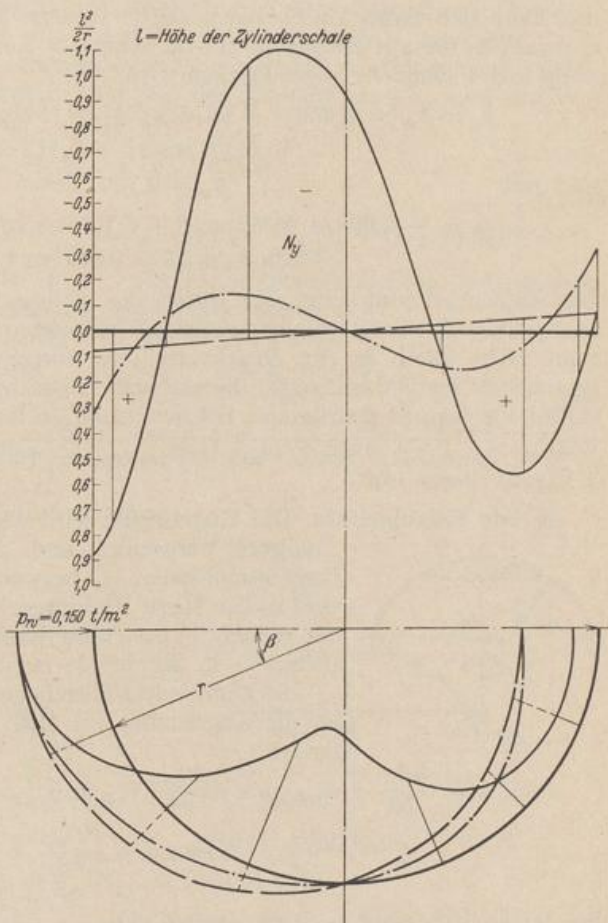


Abb. 772. Windgesetz und Meridianschnittkraft für eine Zylinderschale (l, r).
 — Windgesetz (1111) nach den Göttinger Versuchen.
 - - - Quadratisches Windgesetz (1109).
 - - - Antimetrisches Windgesetz (1108). =

$$p_z = p_w \sin^2 \alpha \cos^2 \beta = p_w \sin^2 \alpha (0,8493 \cos \beta + 0,1699 \cos 3\beta - 0,0243 \cos 5\beta + 0,0081 \cos 7\beta - 0,0037 \cos 9\beta \pm \dots). \quad (1109)$$

Ein ähnliches Ergebnis wird von F. Dischinger auf andere Weise erzielt. Es besteht aus zwei Gliedern und lautet

$$p_z = p_w \sin^2 \alpha (0,85 \cos \beta + 0,15 \cos 3\beta). \quad (1110)$$

Der Ansatz ist in der Reihe (1109) enthalten, die also die Spannungen aus einem in β quadratischen Windgesetz namentlich mit Rücksicht auf die schlechte Konvergenz der zur Spannungsberechnung notwendigen abgeleiteten Funktionen besser wiedergeben würde, wenn der Ansatz physikalische Bedeutung hätte.

Die Voraussetzungen zur Berechnung der Spannungen in kreisrunden Zylindern sind im Gegensatz zu diesen unzuverlässigen Annahmen durch die Versuche der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen beim Anströmen von Gasometermodellen wesentlich verbessert worden. Die Abb. 771 zeigt das Ergebnis der Druckmessung im Bereiche eines mittleren Breitenschnittes. Die Schaulinie ist periodisch und läßt sich daher durch harmonische Analyse in eine trigonometrische Reihe entwickeln, die mit Rücksicht auf die schlechte Konvergenz der Spannungsberechnung mit 6 Gliedern angeschrieben wird.

$$\left. \begin{aligned} p_z &= p_w (-0,655 + 0,280 \cos \beta + 1,115 \cos 2\beta \\ &\quad + 0,400 \cos 3\beta - 0,113 \cos 4\beta - 0,027 \cos 5\beta) \\ \text{und mit} \quad p_w &= 0,150 \text{ t/m}^2, \\ p_z &= -0,098 + 0,042 \cos \beta + 0,167 \cos 2\beta \\ &\quad + 0,060 \cos 3\beta - 0,017 \cos 4\beta - 0,004 \cos 5\beta. \end{aligned} \right\} (1111)$$

Die Zahlenrechnung läßt sich durch die gemessene Druckverteilung (Abb. 771) nachprüfen. Ein Vergleich der einzelnen Windgesetze für den Kreiszylinder (Abb. 772) zeigt nicht allein in der Druckverteilung, sondern auch im Spannungszustand grundsätzliche Unterschiede, die auf die Brauchbarkeit der Ansätze (1107) und (1108) für doppelt gekrümmte Schalen schließen lassen.

Dischinger, F.: Schalen- und Rippenkuppeln. Handbuch für Eisenbetonbau. Bd. VI, 2. Kapitel. Berlin 1930.

a) Die Kugelschale. Die Kugelschale wird als geschlossenes oder als offenes Tragwerk verwendet und dabei durch einen oder zwei Breitenschnitte α_1, α_2 begrenzt (Abb. 773). An den Rändern sind in der Regel Ringträger vorhanden, da hier nach S. 748 nur tangential gerichtete Kräfte ohne Störung des Membranzustandes in die Schale eingetragen werden.

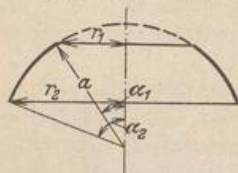


Abb. 773.

Die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen (1094) lauten für die Kugelschale mit $R_\alpha = R_\beta = a, r_\alpha = a \sin \alpha$ folgendermaßen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_\beta}{\partial \beta} + N_{\alpha\beta} \cos \alpha + \frac{\partial}{\partial \alpha} (N_{\alpha\beta} \sin \alpha) + p_x a \sin \alpha &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \alpha} (N_\alpha \sin \alpha) - N_\beta \cos \alpha + \frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \beta} + p_y a \sin \alpha &= 0, \\ N_\alpha + N_\beta + a p_z &= 0. \end{aligned} \right\} (1112)$$

Sie lassen sich mathematisch vereinfachen.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial N_\beta}{\partial \beta} + 2 N_{\alpha\beta} \operatorname{ctg} \alpha + \frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \alpha} + a p_x &= 0, \\ \frac{\partial N_\alpha}{\partial \alpha} + (N_\alpha - N_\beta) \operatorname{ctg} \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \beta} + a p_y &= 0, \\ N_\alpha + N_\beta + a p_z &= 0. \end{aligned} \right\} (1113)$$