



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Die offene Kugelschale mit rotationssymmetrischer Belastung

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Bei rotationssymmetrischer Belastung sind die Ableitungen nach β Null. Das Gleichgewicht der inneren und äußeren Kräfte wird dann durch drei simultane totale Differentialgleichungen beschrieben. Aus diesen folgt, daß

$$\left. \begin{aligned} N_{\alpha\beta} &= -\frac{a}{\sin^2 \alpha} \int \dot{p}_x \sin^2 \alpha \, d\alpha + C_1, & N_\beta &= -N_\alpha - \dot{p}_z a, \\ N_\alpha &= -\frac{a}{\sin^2 \alpha} \int (\dot{p}_v + \dot{p}_z \operatorname{ctg} \alpha) \sin^2 \alpha \, d\alpha + C_2. \end{aligned} \right\} \quad (1114)$$

Bedingung für C_2 bei geschlossener Kugelschale:

$$\alpha = 0: \quad N_\alpha = N_\beta, \quad (1115)$$

Bedingung für C_2 bei offener Kugelschale:

$$\alpha = \alpha_1: \quad N_\alpha = 0 \quad (1116)$$

oder einem vorgeschriebenen Betrage.

Ist $\dot{p}_x = 0$, so wird $N_{\alpha\beta} = 0$.

Die Gleichung (b) in (1094) kann bei rotationssymmetrischer Belastung durch die Bedingung für das Gleichgewicht aller senkrechten Kräfte oberhalb eines Breitenkreises α ersetzt werden (S. 745). Sie liefert N_α . Damit ist auch N_β bestimmt.

Zur Beschreibung des Verschiebungszustandes genügt bei rotationssymmetrischer Belastung nach S. 747 die Vergrößerung Δr_α des Breitenkreises r_α und die Verdrehung ϑ der Meridiantangente.

$$\left. \begin{aligned} \Delta r_\alpha &= -\frac{r_\alpha}{Eh} (\dot{p}_z a + N_\alpha (1 + \mu)), \\ \vartheta &= \frac{1}{Eh} \left[(N_\alpha - N_\beta) (1 + \mu) \operatorname{ctg} \alpha + \frac{\partial}{\partial \alpha} (\mu N_\alpha - N_\beta) \right] = \frac{a}{Eh} [\dot{p}'_z - (1 + \mu) \dot{p}_v] \end{aligned} \right\} \quad (1117)$$

Die offene Kugelschale mit rotationssymmetrischer Belastung.

Für $\alpha = \alpha_1$ ist N_α Null oder ein vorgeschriebener Betrag $N_{\alpha,1}$.

Schnittkräfte für Eigengewicht g der Schale (Abb. 774).

$$\left. \begin{aligned} N_\alpha &= -a g \frac{\cos \alpha_1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}, & N_\beta &= a g \left(\frac{\cos \alpha_1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \cos \alpha \right), \\ \Delta r_\alpha &= \frac{a^2 g}{Eh} \sin \alpha \left[\frac{\cos \alpha_1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} (1 + \mu) - \cos \alpha \right], \\ \vartheta &= -\frac{a g}{Eh} (2 + \mu) \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1118)$$

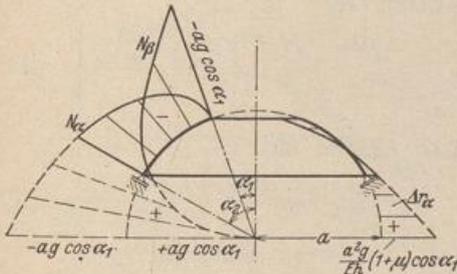


Abb. 774. Schaulinien für Eigengewicht.

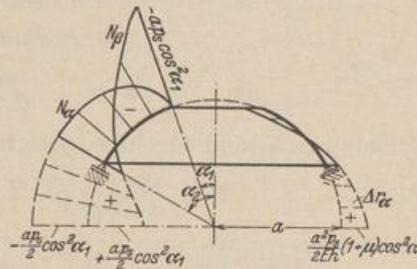


Abb. 775. Schaulinien für Schneelast.

Schnittkräfte für Schneebelastung $\dot{p}_s, N_{\alpha,1} = 0$ (Abb. 775).

$$\left. \begin{aligned} N_\alpha &= -\frac{a \dot{p}_s}{2} \left(1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{\sin^2 \alpha} \right), & N_\beta &= \frac{a \dot{p}_s}{2} \left(1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{\sin^2 \alpha} - 2 \cos^2 \alpha \right), \\ \Delta r_\alpha &= \frac{a^2 \dot{p}_s}{Eh} \frac{\sin \alpha}{2} \left[\left(1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{\sin^2 \alpha} \right) (1 + \mu) - 2 \cos^2 \alpha \right], \\ \vartheta &= -\frac{a \dot{p}_s}{Eh} (3 + \mu) \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1119)$$

Schnittkräfte aus der Belastung $G_L = 2\pi a P \sin \alpha_1$ durch die Laterne und den Laternenring. $N_{\alpha,1} = -P/\sin \alpha_1$ (Abb. 776).

$$N_\alpha = -N_\beta = -P \frac{\sin \alpha_1}{\sin^2 \alpha}, \quad \Delta r = \frac{Pa}{Eh} (1 + \mu) \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha}, \quad \vartheta = 0. \quad (1120)$$

Äußere Kraft H zur tangentialen Eintragung der Laternenlast P : $H = P \operatorname{ctg} \alpha_1$, Längskraft im Laternenring $N_L = -Pa \cos \alpha_1$.

Die geschlossene Kugelschale mit rotationssymmetrischer Belastung. Für $\alpha = 0$ ist $N_\alpha = N_\beta$.

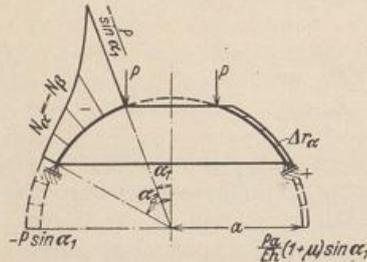


Abb. 776. Schaulinien für Laternenlast.

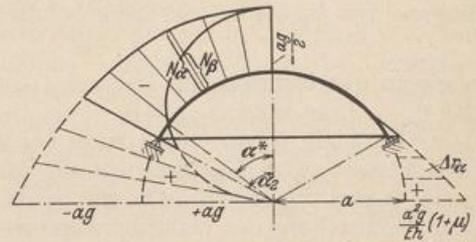


Abb. 777. Schaulinien für Eigengewicht.

Schnittkräfte für Eigengewicht $p_x = 0, p_y = g \sin \alpha, p_z = g \cos \alpha$ (Abb. 777).

$$N_\alpha = -\frac{ag}{1 + \cos \alpha}, \quad N_\beta = \frac{ag}{1 + \cos \alpha} (1 - \cos \alpha - \cos^2 \alpha), \quad N_{\alpha\beta} = 0. \quad (1121)$$

Die Längskraft N_α in Richtung des Meridians erzeugt für alle Winkel α zwischen 0° und 90° Druckspannungen. Das Vorzeichen der Längskraft N_β wechselt bei $\alpha = \alpha^*$. N_β erzeugt für alle Winkel $\alpha > \alpha^*$ Zugspannungen. Der Breitenkreis α^* mit dem Spannungswechsel $N_\beta = 0$ ist durch die Bedingung $(1 - \cos \alpha^* - \cos^2 \alpha^*) = 0$ bestimmt, so daß $\alpha^* = 51^\circ 50'$.

$$\alpha = 0: \quad N_\alpha = N_\beta = -\frac{ag}{2}.$$

Um den senkrechten Auflagerdruck der Schale tangential zuzuführen, ist eine waagerechte Kraft $H = N_{\alpha_2} \cos \alpha_2$ notwendig. Sie erzeugt den Ringzug (Abb. 778)

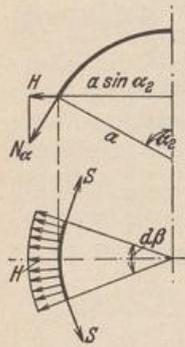


Abb. 778.

$$\text{ist } \left. \begin{aligned} S &= H a \sin \alpha_2, & \text{Mit } H &= ag \frac{\cos \alpha_2}{1 + \cos \alpha_2} \\ S &= \frac{a^2 g}{2} \frac{\sin 2\alpha_2}{1 + \cos \alpha_2}. \end{aligned} \right\} \quad (1122)$$

Verschiebungszustand für Eigengewicht nach Abschn. 80:

$$\epsilon_\alpha = -\frac{ag}{Eh} \frac{1 + \mu(1 - \cos \alpha - \cos^2 \alpha)}{1 + \cos \alpha}, \quad \epsilon_\beta = \frac{ag}{Eh} \frac{1 - \cos \alpha - \cos^2 \alpha + \mu}{1 + \cos \alpha}, \quad (1123)$$

$$R_\beta \epsilon_\alpha - R_\alpha \epsilon_\beta = -A \frac{2 - \cos \alpha - \cos^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}, \quad A = \frac{a^2 g (1 + \mu)}{Eh},$$

$$\int \frac{(R_\beta \epsilon_\alpha - R_\alpha \epsilon_\beta)}{\sin \alpha} d\alpha = A \left[\ln(1 + \cos \alpha) - \frac{1}{1 + \cos \alpha} \right] + C_1$$

und daher nach (1103)

$$\left. \begin{aligned} v &= \sin \alpha \left[A \left(\ln(1 + \cos \alpha) - \frac{1}{1 + \cos \alpha} \right) + C_1 \right], \\ w &= A \cos \alpha \left[\ln(1 + \cos \alpha) + \frac{1}{1 + \mu} \right] - A + C_1 \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1124)$$

Die senkrechten und waagerechten Komponenten $t, \Delta r_\alpha$ der Verschiebung sind mit Abb. 779 nach S. 753

$$t = w \cos \alpha + v \sin \alpha, \quad \Delta r_\alpha = -w \sin \alpha + v \cos \alpha. \quad (1125)$$