



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Rechenvorschrift

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

angegeben werden können, je nachdem der Breitenunterschied $\omega_2 = \alpha_2 - \alpha$ oder $\omega_1 = \alpha - \alpha_1$ vom unteren oder oberen Rande gerechnet wird.

Rechenvorschrift. Im Bereiche des oberen Randes der offenen Kugelschale ist

$$\bar{Q}_\alpha = C e^{-k\omega_1} \cos(k\omega_1 + \psi) \quad (1190)$$

im Bereiche des unteren Randes

$$\bar{Q}_\alpha = C e^{-k\omega_2} \cos(k\omega_2 + \psi). \quad (1191)$$

Die Gleichungen bilden die Grundlage für die Berechnung aller Komponenten des Spannungs- und Formänderungszustandes aus den Gleichgewichtsbedingungen (1181) und den Verträglichkeitsbedingungen (1177). Das obere Vorzeichen gilt in der oberen, das untere in der unteren Randzone der Schale.

$$\left. \begin{aligned} \bar{N}_\alpha &= -\bar{Q}_\alpha \operatorname{ctg} \alpha = -C e^{-k\omega} \cos(k\omega + \psi) \operatorname{ctg} \alpha, \\ \bar{N}_\beta &= -\bar{Q}_\alpha = \pm C k \sqrt{2} e^{-k\omega} \sin\left(k\omega + \psi + \frac{\pi}{4}\right), \\ \bar{\vartheta} &= \frac{\bar{Q}'_\alpha}{hE} = +C \frac{2k^2}{hE} e^{-k\omega} \sin(k\omega + \psi), \\ \bar{M}_\alpha &= -\frac{B}{a} (\bar{\vartheta}' + \mu \bar{\vartheta} \operatorname{ctg} \alpha) \approx -\frac{B}{a} \bar{\vartheta}' = \mp C \frac{B}{a h E} 2k^3 \sqrt{2} e^{-k\omega} \cos\left(k\omega + \psi + \frac{\pi}{4}\right), \\ \bar{M}_\beta &= \mu \bar{M}_\alpha - \frac{B \operatorname{ctg} \alpha}{a} \bar{\vartheta}, \\ \bar{\Delta r} &= r_\alpha \bar{\varepsilon}_\beta = \frac{r_\alpha}{hE} (\bar{N}_\beta - \mu \bar{N}_\alpha) = -\frac{r_\alpha}{hE} (\bar{Q}'_\alpha - \mu \bar{Q}_\alpha \operatorname{ctg} \alpha) \approx -\frac{r_\alpha \bar{Q}'_\alpha}{hE}. \end{aligned} \right\} (1192)$$

Die Näherungslösungen für \bar{M}_α und $\bar{\varepsilon}_\beta$ lassen sich ebenso begründen wie die Vernachlässigung von \bar{Q}_α neben \bar{Q}'_α in (1183).

Die Integrationskonstanten C, ψ sind bei starrem Unterbau durch die Stützung der Schale, am oberen Rande durch vorgeschriebene äußere Kräfte bestimmt.

1. Der untere Rand ist unverschieblich, aber frei drehbar gestützt

$$\left. \begin{aligned} \omega = 0, \alpha = \alpha_2: \quad \varepsilon_{\beta 2,0} + \bar{\varepsilon}_{\beta 2} = \varepsilon_{\beta 2} = 0, \\ M_{\alpha 2,0} + \bar{M}_{\alpha 2} = M_{\alpha 2} = 0 = \bar{M}_{\alpha 2}, \end{aligned} \right\} (1193)$$

wenn die Dehnungen des Längsspannungszustandes wieder mit $\varepsilon_{\beta,0}$ bezeichnet werden. Die Biegemomente $M_{\alpha,0}$ sind Null.

$$\left. \begin{aligned} M_{\alpha 2} = C \frac{B}{a h E} 2k^3 \sqrt{2} \cos\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right) = 0, \quad \text{d. h. } \psi = \frac{\pi}{4}, \\ \varepsilon_{\beta 2} = \varepsilon_{\beta 2,0} - C \frac{k \sqrt{2}}{h E} \sin\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right) = 0, \quad \text{d. h. } C = \frac{\varepsilon_{\beta 2,0}}{h \sqrt{2}} h E. \end{aligned} \right\} (1194)$$

2. Der untere Rand ist starr eingespannt. $\omega = 0, \alpha = \alpha_2$.

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_2 = \vartheta_{2,0} + C \frac{2k^2}{hE} \sin \psi = 0, \\ \varepsilon_{\beta 2} = \varepsilon_{\beta 2,0} - C \frac{k \sqrt{2}}{h E} \sin\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right) = 0, \\ \text{für } \vartheta_{2,0} \approx 0 \text{ ist } \psi = 0 \text{ und } C = \frac{\varepsilon_{\beta 2,0}}{h} h E. \end{aligned} \right\} (1195)$$

3. Der obere Rand ist durch einen starren Druckring abgeschlossen. $\omega = 0, \alpha = \alpha_1$.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\beta 1} &= \varepsilon_{\beta 1,0} + C \frac{k\sqrt{2}}{hE} \sin\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right) = 0, \\ \vartheta_1 &= \vartheta_{1,0} + C \frac{2k^2}{hE} \sin\psi = 0, \\ \text{für } \vartheta_{1,0} &\approx 0 \text{ ist } \psi = 0 \text{ und } C = -\frac{\varepsilon_{\beta 1,0}}{k} hE. \end{aligned} \right\} \quad (1196)$$

Damit sind in Verbindung mit (1192) auch alle Komponenten des Spannungs- und Verschiebungszustandes aus einer Randstörung der statisch bestimmt gestützten Schale bekannt (S. 766). Sie werden mit den zugeordneten Komponenten des Längsspannungszustandes überlagert.

Biegungsspannungen am Rand einer Kugelschale bei Belastung durch Eigengewicht.
(Vgl. Abb. 777, $\alpha_2 = 60^\circ$.)

1. Der untere Rand ist unverschieblich, aber frei drehbar gestützt. Nach (1123) ist für den Längsspannungszustand

$$\varepsilon_{\beta 0} = \frac{1}{Eh} (N_{\beta 0} - \mu N_{\alpha 0}) = \frac{ag}{Eh} \frac{1 + \mu - \cos\alpha - \cos^2\alpha}{1 + \cos\alpha} \quad \text{und mit } \mu = \frac{1}{6}, \alpha \rightarrow \alpha_2$$

$$\varepsilon_{\beta 2,0} = \frac{ag}{Eh} \frac{1,1667 - 0,5 - 0,25}{1 + 0,5} = 0,278 \frac{ag}{Eh}.$$

Für $a/h = 200$ ist nach (1185)

$$k = \sqrt{200 \sqrt{3} \cdot 0,9722} = 18,49,$$

so daß nach (1194)

$$C = ag \frac{0,278}{k\sqrt{2}} = 0,01064 ag, \quad \psi = \frac{\pi}{4}.$$

Die Schnittkräfte nach (1192) infolge der Randstörung werden nun

$$\bar{N}_\alpha = -0,01064 ag e^{-k\omega} \cos\left(k\omega + \frac{\pi}{4}\right) \text{ctg}\alpha,$$

$$\bar{N}_\beta = -0,278 ag e^{-k\omega} \cos(k\omega),$$

$$\bar{M}_\alpha = -0,0815 ag h e^{-k\omega} \sin(k\omega),$$

$$\frac{B \text{ctg}\alpha}{a} \bar{\vartheta} = 0,00311 ag h \text{ctg}\alpha e^{-k\omega} \sin\left(k\omega + \frac{\pi}{4}\right),$$

$$\bar{M}_\beta = \mu \bar{M}_\alpha - \frac{B \text{ctg}\alpha}{a} \bar{\vartheta}.$$

Die Längskräfte \bar{N}_α sind gegenüber $N_{\alpha 0}$ aus dem Längsspannungszustand zu vernachlässigen. Die Längskräfte $N_\beta = N_{\beta 0} + \bar{N}_\beta$ sind in Abb. 807a für die Randzone $50^\circ < \alpha < 60^\circ$ dargestellt. Abb. 807b zeigt die Biegemomente der Randzone.

2. Der untere Rand ist starr eingespannt.

Für den Längsspannungszustand ist nach (1123) und (1126)

$$\varepsilon_{\beta 2,0} = 0,278 \frac{ag}{Eh}, \quad \vartheta_{2,0} = -\frac{ag}{Eh} (2 + \mu) \sin\alpha_2 = -1,878 \frac{ag}{Eh}.$$

Die Randbedingungen (1195) lauten dann mit $C = C_1 ag$

$$-1,878 + C_1 \cdot 683 \sin\psi = 0,$$

$$0,278 - C_1 26,12 \sin\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right) = 0,$$

oder

$$-49 \sin\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right) + 190,1 \sin\psi = 0,$$

$$\text{tg}\psi = \frac{49}{190,1\sqrt{2} - 49} = 0,223, \quad \psi = 12^\circ 30' \equiv 0,2182,$$

$$C_1 = \frac{1,878}{683 \sin\psi} = 0,0127, \quad C = 0,0127 ag.$$

(Für $\vartheta_{2,0} \approx 0$ ist $\psi = 0$, $C \approx 0,0151 ag$.)

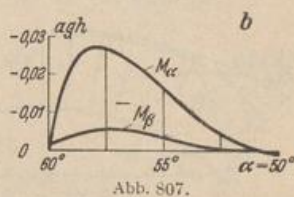
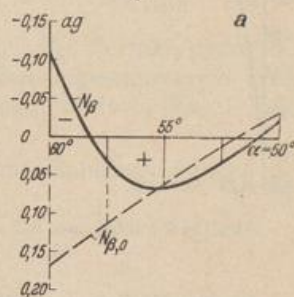


Abb. 807.