



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zahlenbeispiele

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\beta 1} &= \varepsilon_{\beta 1,0} + C \frac{k\sqrt{2}}{hE} \sin\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right) = 0, \\ \vartheta_1 &= \vartheta_{1,0} + C \frac{2k^2}{hE} \sin\psi = 0, \\ \text{für } \vartheta_{1,0} &\approx 0 \text{ ist } \psi = 0 \text{ und } C = -\frac{\varepsilon_{\beta 1,0}}{k} hE. \end{aligned} \right\} \quad (1196)$$

Damit sind in Verbindung mit (1192) auch alle Komponenten des Spannungs- und Verschiebungszustandes aus einer Randstörung der statisch bestimmt gestützten Schale bekannt (S. 766). Sie werden mit den zugeordneten Komponenten des Längsspannungszustandes überlagert.

Biegungsspannungen am Rand einer Kugelschale bei Belastung durch Eigengewicht.
(Vgl. Abb. 777, $\alpha_2 = 60^\circ$.)

1. Der untere Rand ist unverschieblich, aber frei drehbar gestützt. Nach (1123) ist für den Längsspannungszustand

$$\varepsilon_{\beta,0} = \frac{1}{Eh} (N_{\beta,0} - \mu N_{\alpha,0}) = \frac{ag}{Eh} \frac{1 + \mu - \cos\alpha - \cos^2\alpha}{1 + \cos\alpha} \quad \text{und mit } \mu = \frac{1}{6}, \alpha \rightarrow \alpha_2$$

$$\varepsilon_{\beta,0} = \frac{ag}{Eh} \frac{1,1667 - 0,5 - 0,25}{1 + 0,5} = 0,278 \frac{ag}{Eh}.$$

Für $a/h = 200$ ist nach (1185)

$$k = \sqrt{200 \sqrt{3} \cdot 0,9722} = 18,49,$$

so daß nach (1194)

$$C = ag \frac{0,278}{k\sqrt{2}} = 0,01064 ag, \quad \psi = \frac{\pi}{4}.$$

Die Schnittkräfte nach (1192) infolge der Randstörung werden nun

$$\bar{N}_\alpha = -0,01064 ag e^{-k\omega} \cos\left(k\omega + \frac{\pi}{4}\right) \text{ctg}\alpha,$$

$$\bar{N}_\beta = -0,278 ag e^{-k\omega} \cos(k\omega),$$

$$\bar{M}_\alpha = -0,0815 ag h e^{-k\omega} \sin(k\omega),$$

$$\frac{B \text{ctg}\alpha}{a} \bar{\vartheta} = 0,00311 ag h \text{ctg}\alpha e^{-k\omega} \sin\left(k\omega + \frac{\pi}{4}\right),$$

$$\bar{M}_\beta = \mu \bar{M}_\alpha - \frac{B \text{ctg}\alpha}{a} \bar{\vartheta}.$$

Die Längskräfte \bar{N}_α sind gegenüber $N_{\alpha,0}$ aus dem Längsspannungszustand zu vernachlässigen. Die Längskräfte $N_\beta = N_{\beta,0} + \bar{N}_\beta$ sind in Abb. 807a für die Randzone $50^\circ < \alpha < 60^\circ$ dargestellt. Abb. 807b zeigt die Biegemomente der Randzone.

2. Der untere Rand ist starr eingespannt.

Für den Längsspannungszustand ist nach (1123) und (1126)

$$\varepsilon_{\beta,0} = 0,278 \frac{ag}{Eh}, \quad \vartheta_{2,0} = -\frac{ag}{Eh} (2 + \mu) \sin\alpha_2 = -1,878 \frac{ag}{Eh}.$$

Die Randbedingungen (1195) lauten dann mit $C = C_1 ag$

$$-1,878 + C_1 \cdot 683 \sin\psi = 0,$$

$$0,278 - C_1 26,12 \sin\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right) = 0,$$

oder

$$-49 \sin\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right) + 190,1 \sin\psi = 0,$$

$$\text{tg}\psi = \frac{49}{190,1\sqrt{2} - 49} = 0,223, \quad \psi = 12^\circ 30' \equiv 0,2182,$$

$$C_1 = \frac{1,878}{683 \sin\psi} = 0,0127, \quad C = 0,0127 ag.$$

(Für $\vartheta_{2,0} \approx 0$ ist $\psi = 0$, $C \approx 0,0151 ag$.)

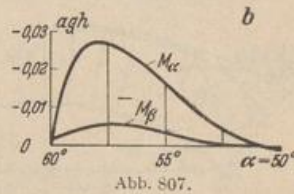
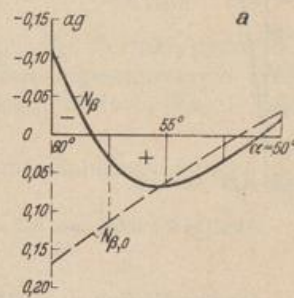
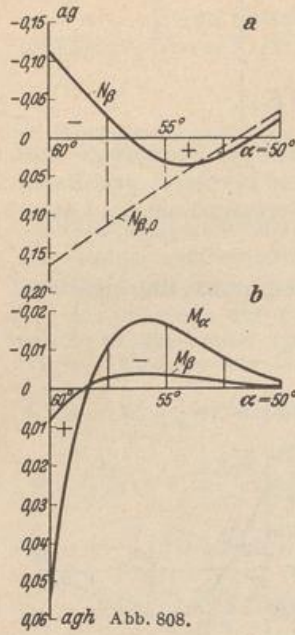


Abb. 807.

Die Schnittkräfte nach (1192) infolge der Randstörung werden nun



$$\bar{N}_\alpha = -0,0127 a g e^{-k\omega} \cos(k\omega + \psi) \operatorname{ctg} \alpha,$$

$$\bar{N}_\beta = -0,332 a g e^{-k\omega} \sin\left(k\omega + \psi + \frac{\pi}{4}\right),$$

$$\bar{M}_\alpha = 0,0973 a g h e^{-k\omega} \cos\left(k\omega + \psi + \frac{\pi}{4}\right),$$

$$\frac{B \operatorname{ctg} \alpha}{a} \bar{\vartheta} = 0,00372 a g h \operatorname{ctg} \alpha e^{-k\omega} \sin(k\omega + \psi),$$

$$\bar{M}_\beta = \mu \bar{M}_\alpha - \frac{B \operatorname{ctg} \alpha}{a} \bar{\vartheta}.$$

Die Schnittkräfte sind für die Randzone $50^\circ < \alpha < 60^\circ$ in Abb. 808 dargestellt.

Schnittkräfte in einem Stützboden bei Wasserauflast $f = 2a$.
(Vgl. Abb. 781, $\alpha_2 = 40^\circ$.)

Der Rand der Schale ist starr eingespannt.

Nach (1132) ist mit $f = 2a$, $\mu = 1/6$, $\alpha_2 = 40^\circ$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\beta 2,0} &= -\frac{1}{Eh} \frac{\gamma a^2}{6} \left[3 \frac{f}{a} (1 - \mu) - 6 \cos \alpha_2 + 2(1 + \mu) \frac{1 - \cos^3 \alpha_2}{\sin^2 \alpha_2} \right] \\ &= -0,585 \frac{\gamma a^2}{Eh}, \end{aligned}$$

$$\vartheta_{2,0} = \frac{\gamma a^2}{Eh} \sin \alpha_2 = 0,643 \frac{\gamma a^2}{Eh}$$

Aus (1185) folgt mit $a/h = 25$

$$k = \sqrt{25 \sqrt{3} \cdot 0,9722} = 6,53.$$

Die Randbedingungen (1195) lauten nunmehr mit $C = C_1 \gamma a^2$

$$0,643 + C_1 85,3 \sin \psi = 0,$$

$$-0,585 - C_1 9,22 \sin\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right) = 0;$$

oder

$$-5,93 \sin\left(\psi + \frac{\pi}{4}\right) + 49,9 \sin \psi = 0,$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{5,93}{49,9 \sqrt{2} - 5,93} = 0,0917,$$

$$\psi = 5^\circ 14' \equiv 0,0915,$$

$$C_1 = -0,0826, \quad C = -0,0826 \gamma a^2.$$

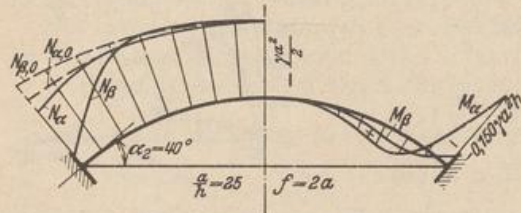


Abb. 809. Schnittkräfte im eingespannten Stützboden.

(Für $\vartheta_{2,0} \approx 0$ ist $\psi = 0$, $C \approx -0,0896 \gamma a^2$.)

Die Schnittkräfte infolge der Randstörung sind nach (1192)

$$\bar{N}_\alpha = 0,0826 \gamma a^2 e^{-k\omega} \cos(k\omega + \psi) \operatorname{ctg} \alpha,$$

$$\bar{N}_\beta = 0,762 \gamma a^2 e^{-k\omega} \sin\left(k\omega + \psi + \frac{\pi}{4}\right),$$

$$\bar{M}_\alpha = -0,223 \gamma a^2 h e^{-k\omega} \cos\left(k\omega + \psi + \frac{\pi}{4}\right),$$

$$\frac{B \operatorname{ctg} \alpha}{a} \bar{\vartheta} = -0,0242 \gamma a^2 h \operatorname{ctg} \alpha e^{-k\omega} \sin(k\omega + \psi),$$

$$\bar{M}_\beta = \mu \bar{M}_\alpha - \frac{B \operatorname{ctg} \alpha}{a} \bar{\vartheta}.$$

Die Schnittkräfte sind in Abb. 809 dargestellt.

Verbindung einer Kugelschale mit verwandten Tragwerken. Der Spannungszustand eines elastischen Gebildes aus einer Kugelschale mit verwandten Tragwerken erfährt keine Änderung, wenn die Verbindung am Anschluß der Kugel-