



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

b) Die biegungssteife Kegelschale mit gleichbleibender Wandstärke

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Schnittkräfte nach (1192).

$$\left. \begin{aligned} N_{\alpha,2} &= \frac{a h E}{2 k^3 B} e^{-k\omega} \sin(k\omega) \operatorname{ctg} \alpha, \\ N_{\beta,2} &= -\frac{a h E}{\sqrt{2} k^3 B} e^{-k\omega} \cos\left(k\omega + \frac{\pi}{4}\right), \\ \vartheta_{\alpha,2} &= \frac{a}{k B} e^{-k\omega} \cos(k\omega), \\ M_{\alpha,2} &= -\sqrt{2} e^{-k\omega} \sin\left(k\omega + \frac{\pi}{4}\right), \\ Q_{\alpha,2} &= -\frac{a h E}{2 k^3 B} e^{-k\omega} \sin(k\omega), \\ \Delta r_{\alpha,2} &= -\frac{a^2}{\sqrt{2} k^3 B} e^{-k\omega} \sin \alpha \cos\left(k\omega + \frac{\pi}{4}\right). \end{aligned} \right\} (1200)$$

Die Belastungszahlen $\delta_{10,1}$, $\delta_{20,1}$ gelten für die nach Abb. 810 b abgestützte Kugelschale. Ihr Spannungszustand ist statisch unbestimmt, da die Stützkkräfte nicht tangential zur Mittelfläche eingetragen werden. Hierzu ist noch eine Schubkraft $H = -N_{\alpha} \cos \alpha$ notwendig (vgl. S. 752). Die Belastungszahlen werden daher in die Anteile $\bar{\delta}_{10,1}$, $\bar{\delta}_{20,1}$ für die statisch bestimmt gestützte Kugelschale und die Anteile $\delta'_{10,1}$, $\delta'_{20,1}$ für die Kugelschale mit den Randkräften $X_1 = H$, $X_2 = 0$ zerlegt. Die Anteile $\bar{\delta}_{10,1}$, $\bar{\delta}_{20,1}$ sind nahezu die gleichen wie beim Membranzustand und daher nach S. 751 ff. bekannt. Die Anteile $\delta'_{10,1}$, $\delta'_{20,1}$ sind mit (1197)

$$\delta'_{10,1} = H \delta_{11,1}, \quad \delta'_{20,1} = H \delta_{21,1}. \quad (1201)$$

Damit lauten die vollständigen Belastungszahlen

$$\delta_{10,1} = \bar{\delta}_{10,1} + \delta'_{10,1}, \quad \delta_{20,1} = \bar{\delta}_{20,1} + \delta'_{20,1}.$$

Bolle, E.: Festigkeitsberechnung von Kugelschalen. Zürich 1916. — Lichtenstern, E.: Die biegefesten Kugelschale mit linear veränderlicher Wandstärke. Z. angew. Math. Mech. 1932 S. 347.



Abb. 811.

b) Die biegegesteife Kegelschale mit gleichbleibender Wandstärke. Der Krümmungshalbmesser R_{β} ist unendlich, der Winkel α konstant und daher nicht mehr als ortsbestimmende Koordinate geeignet. Er wird durch den Abschnitt y der Mantellinie ersetzt, so daß $ds = R_{\beta} d\alpha = dy$, $R_{\alpha} = y \operatorname{ctg} \alpha$. Damit lassen sich die allgemeinen Beziehungen (1176), (1177) zwischen den Komponenten des Spannungs- und Verschiebungszustandes mit ()' für $d()/dy$ folgendermaßen anschreiben:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_{\nu} = v', \quad \varepsilon_{\beta} = \frac{v - w \operatorname{tg} \alpha}{y}, \quad \kappa_{\alpha} = \kappa_{\nu} = \vartheta', \\ \kappa_{\beta} = \frac{\vartheta}{y}, \quad \vartheta = w', \end{aligned} \right\} (1202)$$

$$\left. \begin{aligned} N_{\nu} = D \left(v' + \mu \frac{v - w \operatorname{tg} \alpha}{y} \right), \quad N_{\beta} = D \left(\frac{v - w \operatorname{tg} \alpha}{y} + \mu v' \right), \quad D = \frac{h E}{1 - \mu^2}, \\ M_{\nu} = -B \left(\vartheta' + \mu \frac{\vartheta}{y} \right), \quad M_{\beta} = -B \left(\mu \vartheta' + \frac{\vartheta}{y} \right), \quad B = \frac{E h^3}{12 (1 - \mu^2)}. \end{aligned} \right\} (1203)$$

Belastung und Schnittkräfte eines differentialen Schalenabschnitts unterliegen den Gleichgewichtsbedingungen (1178). Sie lauten für die Längskräfte

$$(N_{\nu} y)' - N_{\beta} + p_{\nu} y = 0 \quad \text{und} \quad (Q_{\nu} y)' + N_{\beta} \operatorname{tg} \alpha + p_z y = 0 \quad (1204)$$

oder in einer Gleichung zusammengefaßt und integriert

$$(N_{\nu} \operatorname{tg} \alpha + Q_{\nu}) y + \int (p_{\nu} \operatorname{tg} \alpha + p_z) y dy + c = 0. \quad (1205)$$

Dazu tritt

$$(M_{\nu} y)' - M_{\beta} - Q_{\nu} y = 0 \quad \text{oder} \quad y M'_{\nu} + M_{\nu} - M_{\beta} - Q_{\nu} y = 0. \quad (1206)$$

Aus dieser wird mit (1203)

$$y \vartheta'' + \vartheta' - \frac{\vartheta}{y} = -\frac{Q_{\nu} y}{B}. \quad (1207)$$

Durch die Verknüpfung der Beziehungen (1202) entsteht

$$(y \varepsilon_{\beta})' = \varepsilon_{\nu} - \vartheta \operatorname{tg} \alpha. \quad (1208)$$

Die Dehnungen ε_{β} und ε_{ν} werden aus (1104) berechnet. Hierin ist nach (1204)

$$N_{\beta} = -(Q_{\nu} y)' \operatorname{ctg} \alpha - p_z y \operatorname{ctg} \alpha, \\ N_{\nu} = -Q_{\nu} \operatorname{ctg} \alpha - \frac{F}{y} \operatorname{ctg} \alpha \quad \text{mit} \quad F(y) = \int (p_{\nu} \operatorname{tg} \alpha + p_z) y dy + c.$$

Damit N_{ν} für $y = 0$ endlich bleibt, ist die Integrationskonstante c für die geschlossene Kegelschale Null. Auf diese Weise kann aus (1208) die folgende zu (1207) simultane Differentialgleichung entwickelt werden:

$$\text{mit} \quad \left. \begin{aligned} y (Q_{\nu} y)'' + (Q_{\nu} y)' - \frac{(Q_{\nu} y)}{y} &= h E \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \vartheta + \Phi(y) \\ \Phi(y) &= \frac{F(y)}{y} + \mu y p_{\nu} \operatorname{tg} \alpha - (p_z y^2)' \end{aligned} \right\} \quad (1209)$$

Die Lösung ϑ, Q_{ν} besteht aus dem allgemeinen Integral der beiden homogenen Gleichungen (1207) und (1209) und aus einem partikulären Integral der inhomogenen Gleichungen, das sich für Eigengewicht $p_{\nu} = g \sin \alpha, p_z = g \cos \alpha$ folgendermaßen entwickeln läßt:

$$F(y) = \frac{g y^2}{2 \cos \alpha}, \quad \Phi(y) = (1 + 2\mu \sin^2 \alpha - 4 \cos^2 \alpha) \frac{g y}{2 \cos \alpha} = g_1 y. \quad (1210)$$

Wird $Q_{\nu 0} = 0$ und $\vartheta_0 = A_1 y$ angenommen, so ergeben

$$A_1 = -\frac{g_1 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{h E}, \quad \vartheta_0 = -\frac{g_1 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{h E} y \quad (1211)$$

eine partikuläre Lösung von (1207), (1209). Aus dieser folgt mit (1203)

$$Q_{\nu 0} = 0, \quad M_{\nu 0} = M_{\beta 0} = \frac{g_1 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{1 - \mu} \cdot \frac{h^2}{12} = \text{const.} \quad (1212)$$

Die Biegungsspannungen einer statisch bestimmt gestützten Kegelschale (Abb. 786) sind also im Vergleich zu dem Anteil aus den Randstörungen nach S. 776 klein von höherer Ordnung. Der Spannungs- und Verschiebungszustand kann daher durch die Angaben auf S. 756 ff. für den Längsspannungszustand beschrieben werden. Das gleiche gilt von allen rotationssymmetrischen Belastungsfällen.

Die Integration der homogenen simultanen Differentialgleichungen

$$y \bar{\vartheta}'' + \bar{\vartheta}' - \frac{\bar{\vartheta}}{y} = -\frac{\bar{Q}_{\nu} y}{B}, \quad y (\bar{Q}_{\nu} y)'' + (\bar{Q}_{\nu} y)' - \frac{(\bar{Q}_{\nu} y)}{y} = h E \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \bar{\vartheta} \quad (1213)$$

$$\text{oder} \quad y^2 \bar{Q}_{\nu}'' + 3 y \bar{Q}_{\nu}' = h E \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \bar{\vartheta}$$

kann nach den Bemerkungen auf S. 769 vereinfacht werden, da die Funktionen $\bar{\vartheta}, \bar{\vartheta}'$ und $\bar{Q}_{\nu}, \bar{Q}_{\nu}'$ im Vergleich zu den Ableitungen $\bar{\vartheta}'' \bar{Q}_{\nu}''$ klein von zweiter Ordnung sind. Der elastische Zusammenhang läßt sich daher mit großer Genauigkeit durch die Gleichungen

$$\bar{\vartheta}'' = -\bar{Q}_{\nu}/B, \quad y^2 \bar{Q}_{\nu}'' = h E \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \bar{\vartheta} \quad (1214)$$

beschreiben, so daß entweder $\bar{\vartheta}$ oder \bar{Q}_y eliminiert und aus einer der folgenden Gleichungen berechnet werden kann:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\vartheta}^{IV} + \frac{hE \operatorname{tg}^2 \alpha}{B y^2} \bar{\vartheta} &= 0, & (y^2 \bar{Q}_y'')' + \frac{hE \operatorname{tg}^2 \alpha}{B} \bar{Q}_y &= 0 \\ \text{oder} & & (y V'')' + \frac{hE \operatorname{tg}^2 \alpha}{B y} V &= 0 \quad \text{mit} \quad y \bar{Q}_y = \bar{V}. \end{aligned} \right\} \quad (1215)$$

Die erste Gleichung stimmt bis auf den Beiwert $hE \operatorname{tg}^2 \alpha / B y^2 = 4k^4 = 4/L^4$ mit (1186) überein. Dieser ist im Vergleich zu (1185) nicht mehr konstant, sondern eine mit y veränderliche, vorgeschriebene Funktion. Da die Integration aus diesem Grunde in der Regel Schwierigkeiten bereitet, zerlegt man den Bereich $l-a$ nach J. W. Geckeler durch Breitenschnitte in Zonen mit annähernd konstantem L und begnügt sich mit dieser Näherungslösung. Dabei kann die Vorzahl $4/L^4$ in den beiden Randzonen mit $y=a$ oder $y=l$ gebildet werden. Die ortsbestimmende Koordinate des Winkels ϑ wird auf den oberen Rand ($s_1 = y - a$, $ds_1 = dy$) oder auf den unteren Rand ($s_2 = l - y$, $ds_2 = -dy$) bezogen, je nachdem die Untersuchung den Spannungen am oberen oder unteren Rande gilt (Abb. 812). Die Gleichungen (1215) lauten also

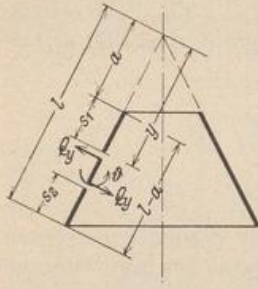


Abb. 812.

$$\frac{d^4 \bar{\vartheta}}{ds_1^4} + \frac{hE \operatorname{tg}^2 \alpha}{B a^2} \bar{\vartheta} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{d^4 \bar{\vartheta}}{ds_2^4} + \frac{hE \operatorname{tg}^2 \alpha}{B l^2} \bar{\vartheta} = 0$$

oder mit

$$\frac{1}{L_1^4} = \frac{3(1-\mu^2)}{a^2 h^2} \operatorname{tg}^2 \alpha \quad \text{und} \quad \frac{1}{L_2^4} = \frac{3(1-\mu^2)}{l^2 h^2} \operatorname{tg}^2 \alpha \quad (1216)$$

allgemein

$$\frac{d^4 \bar{\vartheta}}{ds^4} + \frac{4}{L^4} \bar{\vartheta} = 0 \quad \text{und mit} \quad \frac{s}{L} = \eta \quad \text{auch} \quad \frac{d^4 \bar{\vartheta}}{d\eta^4} + 4 \bar{\vartheta} = 0. \quad (1217)$$

Die allgemeine Lösung dieser Gleichung ist auf S. 769 erörtert worden. Sie enthält vier Integrationskonstante, von denen bei geschlossener Kegelschale C_2 , ψ_2 wiederum Null sind, da die Verdrehung $\bar{\vartheta}$ und die Querkraft \bar{Q}_y aus Symmetriegründen an der Spitze Null sein müssen. Die Lösung der Differentialgleichung lautet dann $\bar{\vartheta} = e^{-\eta}(A_1 \cos \eta + A_2 \sin \eta)$ oder $\bar{\vartheta} = e^{-\eta} C_1 \cos(\eta + \psi_1)$, $\eta = s_2/L_2$. (1218)

Die Integrationskonstanten A_1 , A_2 oder C_1 , ψ_2 sind durch die Randbedingungen bestimmt.

a) Frei drehbare, unverschiebliche Stützung des Randes:

$$\varepsilon_\beta = \varepsilon_{\beta 0} + \bar{\varepsilon}_\beta = 0, \quad \vartheta' = \vartheta'_0 + \bar{\vartheta}' = 0. \quad (1219)$$

b) Starre Einspannung des Randes:

$$\varepsilon_\beta = \varepsilon_{\beta 0} + \bar{\varepsilon}_\beta = 0, \quad \vartheta = \vartheta_0 + \bar{\vartheta} = 0. \quad (1220)$$

Mit $\bar{\vartheta}$ sind auch die Schnittkräfte aus der statisch unbestimmten Stützung der Kegelschale bekannt (1203).

$$\bar{M}_y = -B \bar{\vartheta}', \quad \bar{M}_\beta = -B(\mu \bar{\vartheta}' + \bar{\vartheta}/y), \quad \bar{Q}_y = -B \bar{\vartheta}'', \quad \bar{N}_y = -\bar{Q}_y \operatorname{ctg} \alpha, \quad \bar{N}_\beta = (\bar{N}_y y)'. \quad (1221)$$

Sie klingen um so schneller vom Rande aus ab, je größer η ist, und bilden zusammen mit den Schnittkräften des Längsspannungszustandes aus der Belastung (S. 756 ff.) das endgültige Ergebnis.

$$M_y = \bar{M}_y, \quad N_y = N_{y0} + \bar{N}_y, \quad \text{usw.} \quad (1222)$$

Die Gleichung (1218) dient auch zur Berechnung des Spannungs- und Verschiebungszustandes der Kegelschale für eine vorgeschriebene Belastung durch Randkräfte $X_1 = 1$, $X_2 = 1$ (Abb. 813 u. 814). Das Ergebnis wird bei der Berechnung von zusammengesetzten elastischen Tragwerken (Abb. 825 u. 828) verwendet.

a) Unterer Rand (Abb. 813).

Belastung $X_1 = 1$.

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{2L^2}{L_2 E h} \cos^2 \alpha, & \delta_{21} &= -\frac{L_2^2}{2B} \sin \alpha, \\ \bar{\vartheta} &= -\frac{L_2^2}{2B} e^{-\eta_2} \sin \alpha (\sin \eta_2 + \cos \eta_2), \\ \Delta \bar{r}_z &= \frac{2y^2 \cos^2 \alpha}{L_2 E h} e^{-\eta_2} \cos \eta_2, \\ \bar{M}_y &= L_2 e^{-\eta_2} \sin \alpha \sin \eta_2, \\ \bar{Q}_y &= e^{-\eta_2} \sin \alpha (\sin \eta_2 - \cos \eta_2). \end{aligned} \right\} (1223)$$

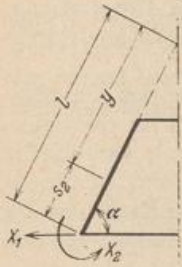


Abb. 813.



Abb. 814.

Belastung $X_2 = 1$.

$$\left. \begin{aligned} \delta_{12} &= -\frac{L_2^2}{2B} \sin \alpha, & \delta_{22} &= \frac{L_2^2}{B}, \\ \bar{\vartheta} &= \frac{L_2}{B} e^{-\eta_2} \cos \eta_2, & \Delta \bar{r}_z &= \frac{2y^2 \cos^2 \alpha}{L_2^2 E h \sin \alpha} e^{-\eta_2} (\sin \eta_2 - \cos \eta_2), \\ \bar{M}_y &= -e^{-\eta_2} (\sin \eta_2 + \cos \eta_2), & \bar{Q}_y &= -\frac{2}{L_2} e^{-\eta_2} \sin \eta_2. \end{aligned} \right\} (1224)$$

b) Oberer Rand (Abb. 814).

Belastung $X_1 = 1$.

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{2a^2}{L_1 E h} \cos^2 \alpha, & \delta_{21} &= \frac{L_1^2}{2B} \sin \alpha, \\ \bar{\vartheta} &= \frac{L_1^2}{2B} e^{-\eta_1} \sin \alpha (\sin \eta_1 + \cos \eta_1), & \Delta \bar{r}_z &= \frac{2y^2 \cos^2 \alpha}{L_1 E h} e^{-\eta_1} \cos \eta_1, \\ \bar{M}_y &= L_1 e^{-\eta_1} \sin \alpha \sin \eta_1, & \bar{Q}_y &= -e^{-\eta_1} \sin \alpha (\sin \eta_1 - \cos \eta_1). \end{aligned} \right\} (1225)$$

Belastung $X_2 = 1$.

$$\left. \begin{aligned} \delta_{12} &= \frac{L_1^2}{2B} \sin \alpha, & \delta_{22} &= \frac{L_1}{B}, \\ \bar{\vartheta} &= \frac{L_1}{B} e^{-\eta_1} \cos \eta_1, & \Delta \bar{r}_z &= -\frac{2y^2 \cos^2 \alpha}{L_1^2 E h \sin \alpha} e^{-\eta_1} (\sin \eta_1 - \cos \eta_1), \\ \bar{M}_y &= e^{-\eta_1} (\sin \eta_1 + \cos \eta_1), & \bar{Q}_y &= -\frac{2}{L_1} e^{-\eta_1} \sin \eta_1. \end{aligned} \right\} (1226)$$

Werden die Randkräfte X_1 , X_2 , mit einem anderen Richtungssinn als in Abb. 813 und 814 festgelegt, verwendet, so sind die Vorzeichen in (1223) bis (1226) entsprechend abzuändern. Für die Belastungszahlen gelten die Bemerkungen auf S. 774. (Vgl. auch die Beispiele auf S. 786 ff.)

Um die Näherungslösung (1218) mit konstantem L nach S. 776 zu verbessern, wird die Gleichung (1217) schrittweise für schmale, etwa 0,5 m breite Zonen $k-1$, k und Mittelwerte $1/L_k$ usw. aus den Abmessungen der Zonen angeschrieben. Zur Berechnung der Integrationskonstanten der Gleichung für die Randzone 1 dienen die Stützenbedingungen. Die Gleichung (1218) liefert die Randbedingungen für die Lösung der zweiten Zone. Die einzelnen Schritte der Rechenvorschrift sind also voneinander unabhängig, so daß keine mathematischen Schwierigkeiten entstehen.

Die allgemeine Lösung (1188b) der Differentialgleichung für die offene Kegelschale mit den Breitenkreisen r_1 , r_2 enthält vier Integrationskonstante C_1 , ψ_1 und C_2 , ψ_2 , die aus den vier Bedingungsgleichungen für den Ver-

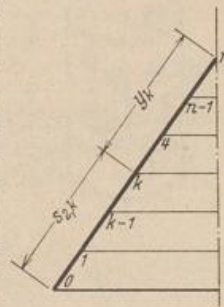


Abb. 815.

schiebungs- und Spannungszustand an den beiden Rändern bestimmt werden müssen. Da jedoch die Wirkung aus den Randstörungen schnell abklingt, genügt bei offenen Kegelschalen mit $5r_1 < r_2$ eine Näherungslösung, bei welcher die Integrationskonstanten C_1, ψ_1 zunächst ebenso wie bei der geschlossenen Kegelschale für $C_2 = 0, \psi_2 = 0$ bestimmt werden, um sie bei der Berechnung der Integrationskonstanten C_2, ψ_2 aus der vollständigen Lösung mit den Bedingungen am Rande $y = a$ zu verwenden.

Um die elastischen Eigenschaften der Kegelschale mit denjenigen der Zylinderschale zu vergleichen, können die allgemeinen Differentialgleichungen für die Spannungen und Verschiebungen auf S. 774 nach F. Kann auch dadurch vereinfacht werden, daß die Biegesteifigkeit der Schale im Breitenchnitt, die Querspannung des Baustoffs und die Verschiebung v des Breitenchnittes in Richtung der y -Achse vernachlässigt werden ($M_\beta = 0, \mu = 0, v = 0$). In diesem Falle folgt aus den Gleichgewichtsbedingungen auf S. 774

$$\left. \begin{aligned} (M_y y)'' = (Q_y y)' = -N_\beta \operatorname{tg} \alpha - p_z y \quad \text{und mit } N_\beta = -D \frac{w}{y} \operatorname{tg} \alpha \\ B (y w'')'' + w \frac{D \operatorname{tg}^2 \alpha}{y} - p_z y = 0. \end{aligned} \right\} (1227)$$

Diese Differentialgleichung der Biegelinie des Meridians zerfällt nach H. Reißner in zwei Differentialgleichungen zweiter Ordnung, die mit Zylinderfunktionen integriert werden können.

Um die mathematischen Schwierigkeiten bei der Integration der Differentialgleichungen (1207) und (1209) zu umgehen, können die Ableitungen der Funktionen $\vartheta, Q_y, y^2 Q_y''$ in den Differentialgleichungen (1213) und in den Differentialbeziehungen (1221) der Schnittkräfte nach S. 130 durch Differenzenquotienten ersetzt werden, so daß fünfgliedrige Differenzgleichungen entstehen. Diese werden für die Intervallgrenzen einer Aufteilung des Integrationsbereichs $l - a$ in Strecken Δy angeschrieben und bilden zusammen mit den Randbedingungen in den Breitenchnitten $y = a$ und $y = l$ einen vollständigen Ansatz zur eindeutigen Berechnung der Unbekannten. Die Rechenvorschrift dient auf S. 789 zur Untersuchung des Spannungszustandes einer Zylinderschale mit veränderlicher Wanddicke.

Dubois, F.: Über die Festigkeit der Kegelschale. Diss. Zürich 1917. — Honegger, E.: Festigkeitsberechnung von Kegelschalen mit linear veränderlicher Wandstärke. Luzern 1919. — Kann, F.: Kegelförmige Behälterböden, Dächer und Silotrichter. Forscherarb. Eisenbeton Heft 29. Berlin 1921.

c) Die Zylinderschale. Grundlagen der Lösung. Die allgemeinen Beziehungen (1177) zwischen Verzerrung und Verschiebung der Mittelfläche werden durch die geometrischen Eigenschaften der Zylinderschale $R_\beta = \infty, R_\beta d\alpha = dy, \alpha = 90^\circ, \operatorname{ctg} \alpha = 0, R_\alpha = a = \operatorname{const}$ vereinfacht. Mit der Abkürzung $(\)'$ für $d(\)/dy$ ist nach (1177)

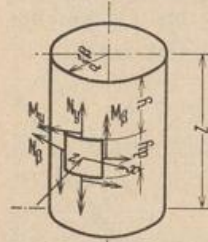


Abb. 816.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_\alpha = \varepsilon_y = v', \quad \varepsilon_\beta = -\frac{w}{a}, \quad \varkappa_\alpha = \varkappa_y = \vartheta', \quad \varkappa_\beta = 0, \\ \vartheta = w' = -a \left(\frac{N_\beta - \mu N_y}{E h} \right)', \end{aligned} \right\} (1228)$$

so daß die Schnittkräfte nach dem Hookeschen Gesetz (1176) folgendermaßen angeschrieben werden können:

$$\left. \begin{aligned} N_y = D \left(v' - \mu \frac{w}{a} \right), \quad N_\beta = D \left(-\frac{w}{a} + \mu v' \right), \quad M_y = -B \vartheta', \quad M_\beta = -\mu B \vartheta', \\ D = \frac{E h}{1 - \mu^2}, \quad B = \frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)}. \end{aligned} \right\} (1229)$$