



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zylinderschale mit $h=\text{const}$ als Behälter

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

2. Gelenkige Lagerung des Randes $a(\eta = 0)$ eines unendlich langen Zylinders.

$$M_a = X_2 = 0$$

und

$$\delta_1 = X_1 \delta_{11} + \delta_{10} = 0,$$

also mit (1248)

$$X_1 = -Q_a = -\frac{L E h}{2 a^2} w_{a0}. \quad (1250)$$

Damit sind nach (1244) auch die Formänderungen und Schnittkräfte bekannt.

Zylinderschale mit $h = \text{const}$ als Behälter (Abb. 819). Der untere Rand des Mantels ist im Behälterboden starr eingespannt, der obere Rand kann frei, gelenkig gelagert oder ebenfalls eingespannt sein. Um die strenge Lösung der Aufgabe zu begründen, sollen die Abmessungen des Behälters eine relativ große charakteristische Länge L bestimmen und daher die Integrationskonstanten der Lösung (1242) von den Bedingungen an beiden Rändern abhängen. Nach S. 760 ist

$$p_z = -\gamma y = -\gamma L \lambda \eta, \quad w_0 = -\gamma \frac{L a^2}{E h} \lambda \eta. \quad (1251)$$

Die vollständige Lösung $w = w_0 + \bar{w}$ der inhomogenen Differentialgleichung lautet daher nach (260) transformiert

$$w = -\gamma \frac{L a^2}{E h} \lambda \eta + U_1 \cos \lambda \eta \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda \eta + U_2 \cos \lambda \eta \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda \eta + U_3 \sin \lambda \eta \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda \eta + U_4 \sin \lambda \eta \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda \eta. \quad (1252)$$

Werden die Ableitungen der Funktion w nach der Veränderlichen $(\lambda \eta)$ mit w' , w'' usw. bezeichnet, so sind nach (1244)

$$\vartheta = \frac{1}{L} w', \quad M_\nu = -\frac{B}{L^2} w'', \quad M_\beta = -\mu \frac{B}{L^2} w''', \quad Q_\nu = -\frac{B}{L^3} w'''. \quad (1253)$$

Die Funktionen w' usw. sind auf S. 141 angeschrieben. Die Vorzeichen sind

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{a} \sqrt[4]{3 \frac{a^2}{h^2} (1 - \mu^2)}, \quad \frac{B}{L^2} = \frac{E h^2}{4 a} \frac{1}{\sqrt[4]{3 (1 - \mu^2)}}, \quad (1254)$$

so daß die Integrationskonstanten $U_1 \dots U_4$ leicht aus den Randbedingungen für $\lambda \eta = 0$ oder $\lambda \eta = \lambda$ berechnet werden können.

1. Oberer Rand frei, $\lambda \eta = 0$ mit $w'' = 0$ und $w''' = 0$, unterer Rand eingespannt $\lambda \eta = \lambda$, mit $w = 0$, $w' = 0$.

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= -\gamma \frac{L a^2}{E h} \frac{\cos \lambda \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda + \sin \lambda \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda - 2 \lambda \cos \lambda \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda}{\lambda (\cos^2 \lambda + \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}^2 \lambda)}, & U_4 &= 0, \\ U_2 &= -\gamma \frac{L a^2}{E h} \frac{\cos \lambda \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda - \sin \lambda \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda - 1/\lambda \cdot \cos \lambda \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda}{\cos^2 \lambda + \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}^2 \lambda} = U_3. \end{aligned} \right\} \quad (1255)$$

2. Oberer Rand gelenkig gelagert $\lambda \eta = 0$ mit $w = 0$ und $w'' = 0$, unterer Rand eingespannt $\lambda \eta = \lambda$ mit $w = 0$, $w' = 0$.

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= 0, & U_2 &= -\gamma \frac{L a^2}{E h} \frac{1/\lambda \cdot \sin \lambda \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda - \sin \lambda \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda - \cos \lambda \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda}{\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda - \cos \lambda \sin \lambda}, \\ U_4 &= 0, & U_3 &= +\gamma \frac{L a^2}{E h} \frac{1/\lambda \cdot \cos \lambda \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda + \sin \lambda \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda - \cos \lambda \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda}{\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda - \cos \lambda \sin \lambda}. \end{aligned} \right\} \quad (1256)$$

3. Oberer Rand eingespannt $\lambda \eta = 0$ mit $w = 0$ und $w' = 0$, unterer Rand eingespannt $\lambda \eta = \lambda$ mit $w = 0$ und $w' = 0$.

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= 0, & U_2 &= -\gamma \frac{L a^2}{E h} \frac{(\mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda + \sin \lambda) \sin \lambda - \lambda (\sin \lambda \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda + \cos \lambda \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda)}{\lambda (\mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n}^2 \lambda - \sin^2 \lambda)}, \\ U_3 &= -\gamma \frac{L a^2}{E h} \frac{\lambda (\sin \lambda \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda + \cos \lambda \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda) - \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda (\sin \lambda + \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda)}{\lambda (\mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n}^2 \lambda - \sin^2 \lambda)}, \\ U_4 &= -\gamma \frac{L a^2}{E h} \frac{(\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \lambda - \cos \lambda) (\mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda + \sin \lambda) - 2 \lambda \sin \lambda \mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n} \lambda}{\lambda (\mathfrak{S} \mathfrak{i} \mathfrak{n}^2 \lambda - \sin^2 \lambda)}. \end{aligned} \right\} \quad (1257)$$

Damit sind auch alle Komponenten (1253) des Spannungs- und Verschiebungszustandes bekannt. Ihre Berechnung wird durch die bekannten Tabellen der hyperbolischen Funktionen von K. Hayashi erleichtert. Sind diese nicht zur Hand, so kann in der Regel ($h \ll a$)

$$\operatorname{Sin} \lambda = \operatorname{Coj} \lambda = \frac{1}{2} e^\lambda$$

gesetzt und e^λ als $\operatorname{num} \ln e^\lambda = \operatorname{num} \lambda$ nach Taschenbüchern bestimmt werden. Das Spannungsmoment ist dann für $\eta = 1$ und $\mu = 0$ in allen 3 Fällen

$$M_y \approx \gamma \frac{a^2 h^2}{6l} \lambda (\lambda - 1). \quad (1258)$$

Berechnung eines Wasserbehälters.

a) Vollständige Lösung nach (1252) für starre Einspannung des unteren Schalenrandes.

$a = 9,0 \text{ m}; \quad l = 9,0 \text{ m}; \quad h = 0,30 \text{ m}; \quad a/h = 30.$

Nach (1241) ist $L = \frac{9,0}{1,31 \sqrt{30}} = 1,258,$

$\lambda = 7,17, \quad \gamma = 1 \text{ t/m}^3, \quad E = 2100000 \text{ t/m}^2,$

$\gamma \frac{l a^2}{E h} = 1,156 \cdot 10^{-3}.$

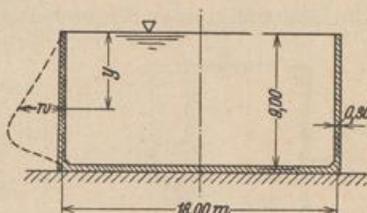


Abb. 819.

1. Oberer Rand frei. Nach (1255) ist $U_4 = 0$ und

$$U_1 = -1,156 \cdot 10^{-3} \frac{409,64 + 504,60 - 14,34 \cdot 409,64}{7,17 \cdot 423275} = 18,89 \cdot 10^{-7},$$

$$U_2 = U_3 = -1,156 \cdot 10^{-3} \frac{409,64 - 504,60 - \frac{1}{7,17} \cdot 409,64}{423275} = 4,15 \cdot 10^{-7},$$

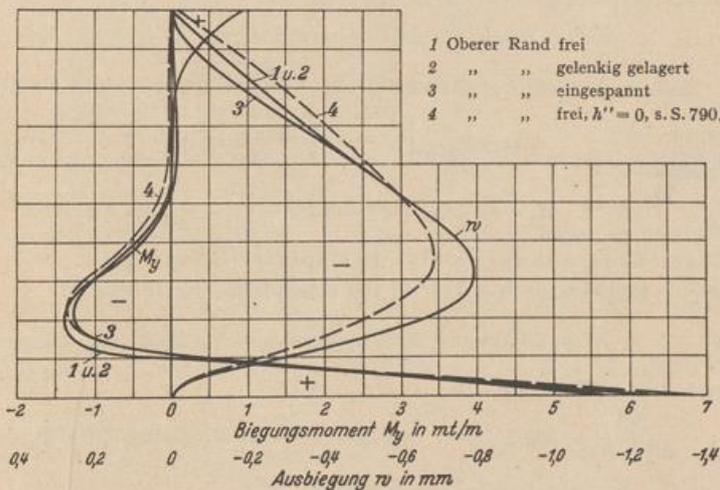


Abb. 820.

damit nach (1252) und (1253) mit (1251)

$$w = -0,161 \cdot 10^{-3} / \eta + 10^{-7} [18,89 \cos \lambda \eta \operatorname{Coj} \lambda \eta + 4,15 (\cos \lambda \eta \operatorname{Sin} \lambda \eta + \sin \lambda \eta \operatorname{Coj} \lambda \eta)],$$

$$M_y = 0,614 \cdot 10^{-3} [1,39 \sin \lambda \eta \operatorname{Sin} \lambda \eta + 4,15 (\sin \lambda \eta \operatorname{Coj} \lambda \eta - \cos \lambda \eta \operatorname{Sin} \lambda \eta)].$$

Am unteren Rand ist $M_a = 6,08 \text{ mt/m}.$

2. Oberer Rand gelenkig gelagert. Nach (1256) ist

$$U_1 = U_4 = 0, \quad U_2 = 23,05 \cdot 10^{-7}, \quad U_3 = 4,15 \cdot 10^{-7}.$$