



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Zahlenbeispiele

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Damit sind auch alle Komponenten (1253) des Spannungs- und Verschiebungszustandes bekannt. Ihre Berechnung wird durch die bekannten Tabellen der hyperbolischen Funktionen von K. Hayashi erleichtert. Sind diese nicht zur Hand, so kann in der Regel ( $h \ll a$ )

$$\operatorname{Sin} \lambda = \operatorname{Coj} \lambda = \frac{1}{2} e^\lambda$$

gesetzt und  $e^\lambda$  als  $\operatorname{num} \ln e^\lambda = \operatorname{num} \lambda$  nach Taschenbüchern bestimmt werden. Das Spannungsmoment ist dann für  $\eta = 1$  und  $\mu = 0$  in allen 3 Fällen

$$M_y \approx \gamma \frac{a^2 h^2}{6l} \lambda (\lambda - 1). \quad (1258)$$

**Berechnung eines Wasserbehälters.**

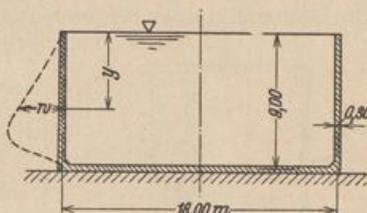
a) Vollständige Lösung nach (1252) für starre Einspannung des unteren Schalenrandes.

$a = 9,0 \text{ m}; \quad l = 9,0 \text{ m}; \quad h = 0,30 \text{ m}; \quad a/h = 30.$

Nach (1241) ist  $L = \frac{9,0}{1,31 \sqrt{30}} = 1,258,$

$\lambda = 7,17, \quad \gamma = 1 \text{ t/m}^3, \quad E = 2100000 \text{ t/m}^2,$

$\gamma \frac{l a^2}{E h} = 1,156 \cdot 10^{-3}.$



1. Oberer Rand frei. Nach (1255) ist  $U_4 = 0$  und

$$U_1 = -1,156 \cdot 10^{-3} \frac{409,64 + 504,60 - 14,34 \cdot 409,64}{7,17 \cdot 423275} = 18,89 \cdot 10^{-7},$$

$$U_2 = U_3 = -1,156 \cdot 10^{-3} \frac{409,64 - 504,60 - \frac{1}{7,17} \cdot 409,64}{423275} = 4,15 \cdot 10^{-7},$$

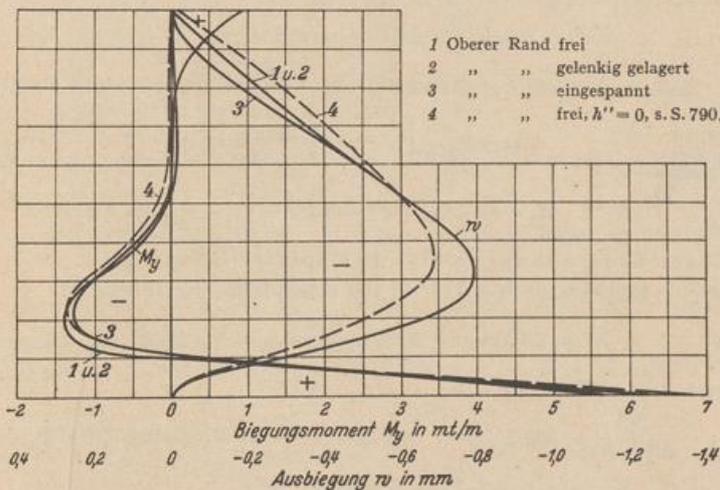


Abb. 820.

damit nach (1252) und (1253) mit (1251)

$$w = -0,161 \cdot 10^{-3} / \eta + 10^{-7} [18,89 \cos \lambda \eta \operatorname{Coj} \lambda \eta + 4,15 (\cos \lambda \eta \operatorname{Sin} \lambda \eta + \sin \lambda \eta \operatorname{Coj} \lambda \eta)],$$

$$M_y = 0,614 \cdot 10^{-3} [1,39 \sin \lambda \eta \operatorname{Sin} \lambda \eta + 4,15 (\sin \lambda \eta \operatorname{Coj} \lambda \eta - \cos \lambda \eta \operatorname{Sin} \lambda \eta)].$$

Am unteren Rand ist  $M_a = 6,08 \text{ mt/m}.$

2. Oberer Rand gelenkig gelagert. Nach (1256) ist

$$U_1 = U_4 = 0, \quad U_2 = 23,05 \cdot 10^{-7}, \quad U_3 = 4,15 \cdot 10^{-7}.$$

3. Oberer Rand starr eingespannt. Nach (1257) ist

$$U_1 = 0, \quad U_2 = 23,06 \cdot 10^{-7}, \quad U_3 = 1,598 \cdot 10^{-4}, \quad U_4 = -1,585 \cdot 10^{-4}.$$

Die Ausbiegung  $w$  und die Biegemomente  $M_v$  sind in Abb. 820 dargestellt. Die Ringkraft  $N_\beta$  ist nach (1244) proportional der Ausbiegung  $w$ .

b) Näherungsweise ist für alle 3 Randbedingungen nach (1258)

$$M_a \approx 1,0 \frac{9,0^2 \cdot 0,30^2}{6 \cdot 9,0} \cdot 7,17 \cdot 6,17 = 5,97 \text{ mt/m.}$$

c) Die Teillösung (1243) für den unendlich langen Zylinder ergibt nach (1249)

$$M_a = \frac{L^3 \gamma}{2} (\lambda - 1) = 6,12 \text{ mt/m.}$$

Der Verlauf der Funktionen  $w$  und  $M_v$  stimmt mit den Kurven 1 und 2 Abb. 820 so gut überein, daß der Unterschied in der Zeichnung nicht hervortritt.

### Untersuchung eines Wasserbehälters nach (1234) bei verschiedenen Randbedingungen.

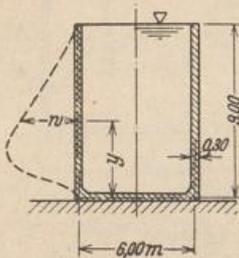


Abb. 821.

a) Starre Einspannung des unteren Schalenrandes.

$$a = 3,0 \text{ m}, \quad l = 9,0 \text{ m}, \quad h = 0,3 \text{ m}, \quad a/h = 10.$$

$$\text{Nach (1241) ist } L = \frac{3,0}{1,31 \sqrt{10}} = 0,723,$$

$$\lambda = 12,45, \quad \gamma = 1,0 \text{ t/m}^3, \quad E h = 0,63 \cdot 10^6.$$

Für den Längsspannungszustand ist nach (1154)

$$w_0 = -\gamma \frac{a^2}{E h} (l - y), \quad w'_0 = \gamma \frac{a^2}{E h}.$$

Damit wird nach (1249) das Einspannungsmoment

$$M_a = X_2 = -\frac{L^2 E h}{2 a^2} \left( -\gamma \frac{a^2 l}{E h} + L \gamma \frac{a^2}{E h} \right) = \frac{L^3 \gamma}{2} (\lambda - 1) = 2,165 \text{ mt/m}$$

und

$$X_1 = \frac{L^2}{2} \gamma (2 \lambda - 1) = 6,25 \text{ t/m,}$$

so daß nach (1243) und (1244) Formänderung und Schnittkräfte bestimmt sind (Abb. 824a).



Abb. 822.

$$w = -\gamma \frac{a^2 l}{E h} \left[ 1 - \eta - e^{-\lambda \eta} \left( \cos \lambda \eta + \left( 1 - \frac{L}{l} \right) \sin \lambda \eta \right) \right],$$

$$M_v = -L^2 \frac{l \gamma}{2} e^{-\lambda \eta} \left( \sin \lambda \eta - \left( 1 - \frac{L}{l} \right) \cos \lambda \eta \right).$$

b) Elastische Einspannung in eine Kreisplatte (Abb. 824b).

1. Formänderungsgrößen nach S. 773 für die Kreisplatte mit Tabelle 63.

$$h^* = 0,40 \text{ m}, \quad N = \frac{E h^{*3}}{12(1 - \mu^2)} = 11520 \text{ mt.}$$

$$X_1 = 1: \delta_{11,1} = \delta_{21,1} = 0, \quad w_1^* = 0, \quad M_{r,1} = 0.$$

$$X_2 = 1: \delta_{22,1} = \frac{3,0}{N(1 + \mu)} = 223,2 \cdot 10^{-6}, \quad w_2^* = -\frac{a^2}{2N(1 + \mu)} \Phi_1 = -335 \cdot 10^{-6} \cdot \Phi_1; \quad M_{r,2} = -1.$$

$$p = \gamma l: \delta_{10,1} = 0, \quad \delta_{20,1} = -\gamma \frac{l a^3}{8N(1 + \mu)} = -2265 \cdot 10^{-6}.$$

$$w_0^* = \gamma \frac{l a^4}{64N(1 + \mu)} [2(3 + \mu) \Phi_1 - (1 + \mu) \Phi_0] = 5365 \cdot 10^{-6} (\Phi_1 - 0,184 \Phi_0).$$

$$M_{r,0} = \gamma \frac{l a^2}{16} (3 + \mu) \Phi_1 = 16,07 \Phi_1.$$

2. Formänderungsgrößen für die Zylinderschale nach (1248)

$$\delta_{11,2} = 39,5 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{12,2} = -54,7 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{22,2} = 151,2 \cdot 10^{-6},$$

$$\delta_{10,2} = w_{0a} = -128,6 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{20,2} = w'_{0a} = 14,3 \cdot 10^{-6}.$$

3. Berechnung der Anschlußkräfte nach S. 773 mit  $\delta_{ik} = \delta_{ik,1} + \delta_{ik,2}$ .

$X_1$	$X_2$		
39,5	-54,7	128,6	$X_1 = 14,518 \text{ t/m}$ ,
-54,7	374,4	2250,7	$X_2 = 8,133 \text{ mt/m}$ .

4. Formänderung und Schnittkräfte der Schale Abb. 824b. Nach (1243) und (1244) ist

$$w = -\gamma \frac{a^2 l}{E h} (1 - \eta) + 14,518 w_1 + 8,133 w_2$$

$$= -128,6 \cdot 10^{-6} [(1 - \eta) - e^{-\lambda \eta} (\cos \lambda \eta + 3,44 \sin \lambda \eta)],$$

$$M_v = 14,518 M_1 + 8,133 M_2$$

$$= -2,358 e^{-\lambda \eta} (\sin \lambda \eta - 3,44 \cos \lambda \eta).$$

5. Formänderung und Schnittkräfte der Platte. Abb. 824b.

$$w^* = 5365 \cdot 10^{-6} (\Phi_1 - 0,184 \Phi_0) - 8,133 \cdot 335 \cdot 10^{-6} \Phi_1$$

$$= 10^{-6} (2640 \Phi_1 - 987 \Phi_0),$$

$$M_r = 16,07 \Phi_1 - 8,133.$$

c) Elastische Einspannung in eine Kugelschale. Abb. 824c.

1. Formänderungsgrößen für die Kugelschale nach (1197) und (1199) mit

$$a^* = 4,67 \text{ m}, \quad h^* = 0,20 \text{ m}, \quad a^*/h^* = 23,35.$$

Nach (1185) ist

$$k = \sqrt{23,35 \sqrt{3 \cdot 0,9722}} = 6,32, \quad \frac{1}{B} = 695 \cdot 10^{-6},$$

und mit  $\alpha_2 = 40^\circ$ ,  $\sin \alpha_2 = 0,6428$ ,  $E h^* = 0,42 \cdot 10^6$ ,

$$\delta_{11,1} = 58,1 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{12,1} = -122,5 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{22,1} = 513 \cdot 10^{-6}.$$

Mit  $f = 9 + 4,67 \cdot \cos \alpha_2 = 12,58 \text{ m}$  und  $f/a^* = 2,69$  wird nach (1132)

$$\bar{\delta}_{10,1} = \Delta \nu_{\alpha_2} = -136 \cdot 10^{-6} \quad \text{und} \quad \bar{\delta}_{20,1} = \vartheta_{\alpha_2} = 33,3 \cdot 10^{-6}.$$

Die Horizontalkraft  $H$  beträgt nach S. 752 mit (1132)

$$H = -N_{\alpha_2} \cos \alpha_2 = +\gamma \frac{a^{*2}}{6} \left( 3 \frac{f}{a^*} - 2 \frac{1 - \cos^3 \alpha_2}{\sin^2 \alpha_2} \right) \cos \alpha_2 = +15,1 \text{ t/m}$$

und damit nach (1201)

$$\delta'_{10,1} = 15,1 \cdot 58,1 \cdot 10^{-6} = 878 \cdot 10^{-6}, \quad \delta'_{20,1} = -15,1 \cdot 122,5 \cdot 10^{-6} = -1850 \cdot 10^{-6},$$

so daß

$$\delta_{10,1} = (-136 + 878) \cdot 10^{-6} = 742 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{20,1} = (33,3 - 1850) \cdot 10^{-6} = -1816,7 \cdot 10^{-6}$$

2. Formänderungsgrößen der Zylinderschale wie unter b).

3. Berechnung der Anschlußkräfte nach S. 773 mit  $\delta_{ik} = \delta_{ik,1} + \delta_{ik,2}$ .

$X_1$	$X_2$		
97,6	-177,2	-613,4	$X_1 = -2,634 \text{ t/m}$ ,
-177,2	664,2	1802,4	$X_2 = 2,011 \text{ mt/m}$ .

4. Formänderungen und Schnittkräfte der Zylinderschale nach (1243) und (1244)

$$w = -10^{-6} \cdot 128,6 [(1 - \eta) + 1,67 e^{-\lambda \eta} (\cos \lambda \eta - 0,513 \sin \lambda \eta)],$$

$$M_v = 3,917 e^{-\lambda \eta} (\sin \lambda \eta + 0,513 \cos \lambda \eta).$$

5. Schnittkräfte in der Kugelschale nach (1192)

$$M_\alpha = (X_1 + H) M_1 + X_2 M_2 = e^{-k \omega} \left[ 5,94 \sin(k \omega) - 2,84 \sin \left( k \omega + \frac{\pi}{4} \right) \right].$$

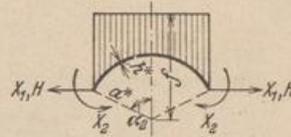


Abb. 823.

d) Berechnung für Temperatur und Schwinden bei eingespanntem unterem Rand.

Die Formänderungsgrößen aus  $X_1 = 1, X_2 = 1$  werden wie auf S. 784

$$\delta_{11} = 39,5 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{12} = -54,7 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{22} = 151,2 \cdot 10^{-6}.$$

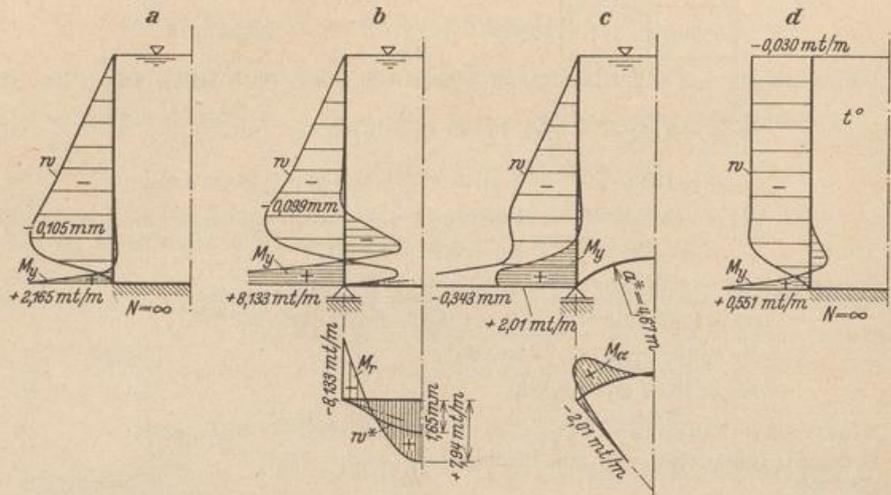


Abb. 824.

Für Temperaturwirkung ist nach (1157) mit  $\alpha_t = 10 \cdot 10^{-6}$

$$\delta_{10} = w_{0a} = -\alpha_t \cdot t \cdot a = -30 \cdot t \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{20} = 0.$$

Damit lauten die Gleichungen auf S. 773

$X_1$	$X_2$		
39,5	- 54,7	$30 \cdot t$	$X_1 = 1,522 \cdot t \text{ t/m},$
- 54,7	151,2	0	$X_2 = 0,551 \cdot t \text{ mt/m}.$

Formänderung und Schnittkräfte betragen nach (1243), (1244) Abb. 824 d

$$w = -30 \cdot t \cdot 10^{-6} [1 - e^{-\lambda \eta} (\cos \lambda \eta + \sin \lambda \eta)],$$

$$M = -0,551 e^{-\lambda \eta} (\sin \lambda \eta - \cos \lambda \eta) \cdot t = 1.$$

**Berechnung eines Silos.**

1. Geometrische Grundlagen.

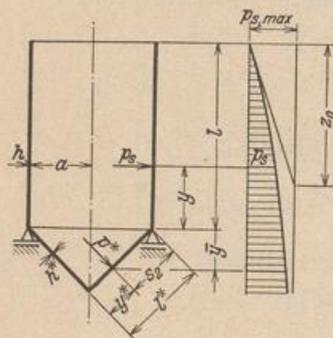


Abb. 825.

Zylinderschale:  $a = 3,0 \text{ m}, l = 9,0 \text{ m}, h = 0,20 \text{ m},$

$$E h = 0,42 \cdot 10^6, \quad a/h = 15, \quad L = 0,591 \text{ m},$$

$$\lambda = 15,25, \quad \eta = y/l.$$

Kegelschale:  $\alpha = 45^\circ, l^* = 4,24 \text{ m}, h^* = 0,25 \text{ m},$

$$E h^* = 0,525 \cdot 10^6, \quad L_2^* = 0,788 \text{ m}, \quad B^* = 10^6/355,$$

$$\eta_2 = s_2/L_2^*.$$

2. Belastung. Füllgut: Roggen. Nach S. 14 ist (Abb. 825)

$$\gamma = 0,7 \text{ t/m}^3, \quad h_1 = 0,248, \quad \mu' = 0,44, \quad F/U = 3/2,$$

$$p_{s, \max} = \frac{0,7}{0,44} \frac{3}{2} = 2,39, \quad p_{b, \max} = \frac{2,39}{0,248} = 9,62,$$

$$z_0 = \frac{1,5}{0,44 \cdot 0,248} = 13,75,$$

$$p_s = 2,39 (1 - e^{-x}), \quad p_b = 9,62 (1 - e^{-x}), \quad x = \frac{l - y}{z_0} = \frac{9 - y}{13,75}.$$

Zylinderschale:  $p_z = -2,39 (1 - e^{-x})$ .

Kegelschale:  $p_z^* = -p_s \sin^2 \alpha - p_b \cos^2 \alpha = -6,01 \left(1 - e^{-\frac{l+y}{z_0}}\right)$ ,  
 $p_z^* = -6,01 (1 - e^{-x^*})$ ,  $x^* = \frac{16,96 - y^*}{19,43}$ .

3. Formänderung der Zylinderschale.

a) Membranzustand. Nach (1155) ist

$$w_0 = -\frac{3,0^2}{0,42} \cdot 10^{-6} \cdot 2,39 (1 - e^{-x}) = -51,3 \cdot 10^{-6} (1 - e^{-x}),$$

$$\vartheta_0 = \frac{51,3 \cdot 10^{-6}}{13,75} e^{-x} = 3,73 \cdot 10^{-6} e^{-x},$$

so daß mit  $y = 0$ :

$$\delta_{10,2} = -24,6 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{20,2} = 1,94 \cdot 10^{-6}.$$

b) Für die Belastung aus  $X_1 = 1, X_2 = 1$  (Abb. 826) ist nach (1248)

$$\delta_{11,2} = 72,5 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{12,2} = -122,6 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{22,2} = 415,0 \cdot 10^{-6}.$$

4. Formänderung der Kegelschale.

a) Membranzustand. Aus den Gleichgewichtsbedingungen (1138) folgt

$$N_{\beta 0} = -\gamma^* p_z = 6,01 \gamma^* (1 - e^{-x^*})$$

und

$$(N_{\gamma 0} \gamma^*)' = 6,01 \gamma^* (1 - e^{-x^*}),$$

woraus

$$N_{\gamma 0} = 6,01 \left[ \frac{\gamma^*}{2} - 19,43 e^{-x^*} + \frac{19,43^2}{\gamma^*} (e^{-x^*} - e^{-0,872}) \right].$$

Damit wird nach (1140)

$$\Delta r_{z,0} = 8,1 \cdot 10^{-6} \gamma^* \left\{ \gamma^* (1 - e^{-x^*}) - \mu \left[ \frac{\gamma^*}{2} - 19,43 e^{-x^*} \left(1 - \frac{19,43}{\gamma^*}\right) - \frac{19,43^2}{\gamma^*} e^{-0,872} \right] \right\},$$

und nach (1141)

$$\vartheta_0^* = -11,46 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{3}{2} \gamma^* - e^{-x^*} \left( \frac{19,43^2}{\gamma^*} - 19,43 + 2 \gamma^* + \frac{\gamma^{*2}}{19,43} \right) + \frac{19,43^2}{\gamma^*} \cdot e^{-0,872} \right].$$

Die Formänderungen am Rande im Sinne der Definition nach Abb. 826 betragen daher

$$\bar{\delta}_{10,1} = (\Delta r_{z,0})_{\gamma^*=1} = 63,3 \cdot 10^{-6},$$

$$\bar{\delta}_{20,1} = -(\vartheta_0^*)_{\gamma^*=1} = 29,3 \cdot 10^{-6}.$$

b) Für die Belastung aus  $X_1 = 1, X_2 = 1$  ist nach (1223) und (1224) unter Beachtung des Wirkungssinnes von  $X_2$  nach Abb. 826

$$\delta_{11,1} = 43,4 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{12,1} = 77,9 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{22,1} = 279,5 \cdot 10^{-6}.$$

c) Belastung  $H$ . Nach Abb. 767 ist

$$H = -(N_{\gamma 0})_{\gamma^*=1} \cdot \cos \alpha = -4,67 \text{ t}$$

und nach (1201)

$$\delta'_{10,1} = -4,67 \cdot 43,4 \cdot 10^{-6} = -202,5 \cdot 10^{-6},$$

$$\delta'_{20,1} = -4,67 \cdot 77,9 \cdot 10^{-6} = -363,5 \cdot 10^{-6}.$$

5. Berechnung der Überzähligen.

$$\delta_{11} = (72,5 + 43,4) \cdot 10^{-6} = 115,9 \cdot 10^{-6},$$

$$\delta_{12} = (-122,6 + 77,9) \cdot 10^{-6} = -44,7 \cdot 10^{-6},$$

$$\delta_{22} = (415,0 + 279,5) \cdot 10^{-6} = 694,5 \cdot 10^{-6},$$

$$\delta_{10} = (-24,6 + 63,3 - 202,5) \cdot 10^{-6} = -163,8 \cdot 10^{-6},$$

$$\delta_{20} = (1,94 + 29,3 - 363,5) \cdot 10^{-6} = -332,26 \cdot 10^{-6}.$$

$X_1$	$X_2$		
115,9	-44,7	163,8	$X_1 = 1,639 \text{ t/m}$ ,
-44,7	694,5	332,26	$X_2 = 0,584 \text{ mt/m}$ .



Abb. 826.

6. Formänderung und Schnittkräfte der Zylinderschale nach (1243) und (1244)

$$w = w_0 + 1,639 w_1 + 0,584 w_2$$

$$= -51,3 \cdot 10^{-6} [(1 - e^{-\lambda}) - 0,923 e^{-\lambda \eta} (\cos \lambda \eta + 1,516 \sin \lambda \eta)].$$

$$M_y = 1,639 M_1 + 0,584 M_2 = 0,384 e^{-\lambda \eta} [1,516 \cos \lambda \eta - \sin \lambda \eta].$$

7. Formänderung und Schnittkräfte der Kegelschale nach (1202) und (1221)

$$\Delta r_{z,0} = \Delta r_{z,0} + (1,639 - 4,67) \Delta r_{z,1} + 0,584 \Delta r_{z,2}$$

$$= \Delta r_{z,0} - 3,031 \Delta r_{z,1} + 0,584 \Delta r_{z,2}.$$

$\Delta r_{z,0}$  auf S. 787. Nach (1223) und (1224) ist

$$\Delta r_{z,1} = 2,41 \cdot 10^{-6} y^{*2} e^{-\eta_2} \cos \eta_2,$$

$$\Delta r_{z,2} = 4,33 \cdot 10^{-6} y^{*2} e^{-\eta_2} (\cos \eta_2 - \sin \eta_2),$$

$$M_y^* = -3,031 M_1 + 0,584 M_2 = 0,584 e^{-\eta_2} [\cos \eta_2 - 1,89 \sin \eta_2].$$

Formänderung und Schnittkräfte sind in Abb. 827 dargestellt.

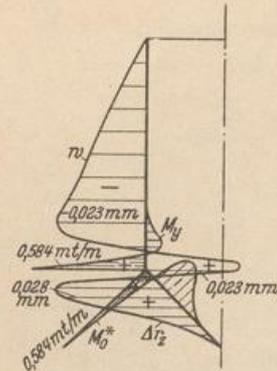


Abb. 827.

Berechnung eines Kühlturmes.

1. Geometrische Grundlagen (Abb. 828).

Zylinderschale:  $a = 5,5 \text{ m}$ ,  $l = 15,0 \text{ m}$ ,  $h = 0,07 \text{ m}$

$$E h = 0,147 \cdot 10^6, \quad a/h = 78,6, \quad L = 0,474 \text{ m}, \quad \lambda = 31,7, \quad \eta = y/l.$$

Kegelschale:  $\alpha = 65^\circ$ ,  $l^* = 17,0 \text{ m}$ ,  $a^* = 13,0 \text{ m}$ ,  $h^* = 0,10 \text{ m}$

$$E h^* = 0,210 \cdot 10^6, \quad L_1^* = 0,596 \text{ m}, \quad B^* = 10^6/5560, \quad \eta_1 = s_1/L_1^*.$$

2. Belastung. Eigengewicht.

Zylinderschale  $g = 0,168 \text{ t/m}^2$ ; Kegelschale  $g^* = 0,24 \text{ t/m}^2$ .

3. Formänderung der Zylinderschale.

a) Membranzustand. Nach (1153) ist

$$w_0 = -\frac{\mu}{E h} a g l (1 - \eta) = -10^{-6} \cdot 15,73 (1 - \eta),$$

$$\vartheta_0 = 10^{-6} \cdot \frac{15,73}{l} = 10^{-6} \cdot 1,05,$$

so daß mit  $\eta = 0$   $\delta_{10,2} = -15,73 \cdot 10^{-6}$ ,

$$\delta_{20,2} = 1,05 \cdot 10^{-6}.$$

b) Für die Belastung aus  $X_1 = 1$ ,  $X_2 = 1$  (Abb. 829) ist nach (1248)

$$\delta_{11,2} = 868 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{12,2} = -1836 \cdot 10^{-6},$$

$$\delta_{22,2} = 7750 \cdot 10^{-6}.$$

4. Formänderung der Kegelschale.

a) Membranzustand. Nach (1142) und (1145) ist mit  $z = y^* \sin \alpha$  und

$$G_0 = g \cdot l \cdot 2 a \pi = 87 \text{ t}$$

$$\Delta r_{z,0} = -\frac{g^* y^{*2}}{E h^*} \cos^2 \alpha \operatorname{ctg} \alpha \left\{ 1 - \frac{\mu}{2 \cos^2 \alpha} \left[ 1 - \left( \frac{a^*}{y^*} \right)^2 \right] \right\} + \frac{\mu G_0}{2 \pi E h^* \sin \alpha}$$

$$= 10^{-6} \left\{ 12,12 - 0,0444 y^{*2} \left[ 1,145 + \left( \frac{13}{y^*} \right)^2 \right] \right\},$$

$$\vartheta_0 = -\frac{g^* y^*}{E h^*} \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sin \alpha} \left[ \frac{1}{2} + \mu - (2 + \mu) \cos^2 \alpha - \frac{1}{2} \left( \frac{a^*}{y^*} \right)^2 \right] - \frac{G_0}{E h^* \cdot 2 \pi y^* \sin^2 \alpha}$$

$$= -10^{-6} \left\{ 0,294 y^* \left[ 0,56 - \left( \frac{13}{y^*} \right)^2 \right] + \frac{80,3}{y^*} \right\}.$$

Mit  $y^* = a^*$  wird  $\bar{\delta}_{10,1} = -3,96 \cdot 10^{-6}$ ,  $\bar{\delta}_{20,1} = -4,49 \cdot 10^{-6}$ .

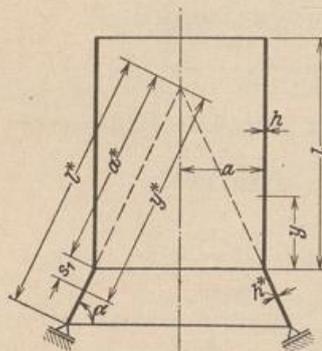


Abb. 828.

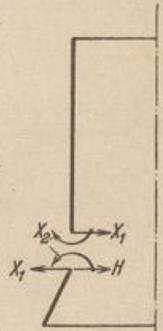


Abb. 829.

b) Die Belastung  $X_1 = 1, X_2 = 1$  liefert nach (1225) und (1226)

$$\delta_{11,1} = 482 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{12,1} = 896 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{22,1} = 3320 \cdot 10^{-6}.$$

c) Belastung  $H$ . Nach (1145) ist

$$-H = \frac{G_0}{2\pi a} \operatorname{ctg} \alpha = +1,175 \text{ t/m}$$

und daher nach (1201)  $\delta'_{10,1} = -1,175 \cdot 482 \cdot 10^{-6} = -566 \cdot 10^{-6},$   
 $\delta'_{20,1} = -1,175 \cdot 896 \cdot 10^{-6} = -1053 \cdot 10^{-6}.$

5. Berechnung der Überzähligen. ( $\delta_{ik} = \delta_{ik,1} + \delta_{ik,2}, \delta_{i0} = \bar{\delta}_{i0,1} + \delta'_{i0,1} + \delta_{i0,2}$ )

$X_1$	$X_2$		
1350	-940	581	$X_1 = 0,532 \text{ t/m}$
-940	11070	1056	$X_2 = 0,141 \text{ mt/m}.$

6. Formänderung und Schnittkräfte der Zylinderschale nach (1243) und (1244)

$$w = w_0 + 0,532 w_1 + 0,141 w_2$$

$$= -15,73 \cdot 10^{-6} [(1 - \eta) - 12,85 e^{-\lambda \eta} (\cos \lambda \eta + 1,281 \sin \lambda \eta)],$$

$$M_y = 0,532 M_1 + 0,141 M_2 = -0,110 e^{-\lambda \eta} (\sin \lambda \eta - 1,281 \cos \lambda \eta).$$

7. Formänderung und Schnittkräfte der Kegelschale nach (1202) und (1221)

$$\Delta r_z = \Delta r_{z,0} + (0,532 - 1,175) \Delta r_{z,1} + 0,141 \Delta r_{z,2}$$

$$= \Delta r_{z,0} - 0,643 \Delta r_{z,1} + 0,141 \Delta r_{z,2}.$$

$\Delta r_{z,0}$  auf S. 788. Nach (1225) und (1226) ist

$$\Delta r_{z,1} = 2,855 \cdot 10^{-6} y^{*2} e^{-\eta_1} \cos \eta_1,$$

$$\Delta r_{z,2} = -5,28 \cdot 10^{-6} y^{*2} e^{-\eta_1} (\sin \eta_1 - \cos \eta_1).$$

Formänderung und Schnittkräfte sind in Abb. 830 dargestellt.

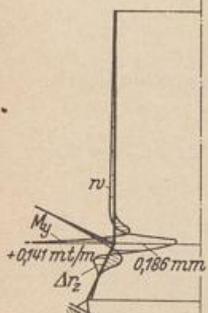


Abb. 830.

Die Zylinderschale mit veränderlicher Wanddicke. Näherungslösungen der allgemeinen Aufgabe entstehen nach S. 778 durch die Unterteilung des Integrationsbereichs  $l$  in  $n$  gleichgroße Abschnitte  $\Delta y = s$  mit der Punktfolge  $0, 1 \dots k \dots n$  und durch die Umwandlung der Differentialquotienten der Differentialgleichung des Problems in Differenzenquotienten.

Die Differentialgleichung der Biegelinie  $w$  des Meridianschnittes mit beliebig veränderlicher Wanddicke  $h$  lautet nach (1229) für

$$N_y = 0, \quad M_y'' + \frac{N_\beta}{a} + \mathcal{P}_z = 0, \quad M_y'' = -(B w''')'$$

$$\left( \frac{h^3}{h_0^3} w'' \right)'' + 4 w \frac{h}{h_0} \frac{3(1-\mu^2)}{a^2 h_0^3} = 12 \frac{(1-\mu^2)}{E h_0^3} \mathcal{P}_z. \quad (1259)$$

Aus dieser werden nach (211) mit  $h_k/h_0 = \zeta_k$  die folgenden Differenzgleichungen abgeleitet:

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{k-1}^3 \Delta^2 w_{k-1} - 2 \zeta_k^3 \Delta^2 w_k + \zeta_{k+1}^3 \Delta^2 w_{k+1} + 4 \zeta_k \frac{s^4}{L_0^4} w_k &= \frac{12(1-\mu^2)s^4}{E h_0^3} \mathcal{P}_{z,k}. \\ \zeta_{k-1}^3 w_{k-2} - 2 w_{k-1} (\zeta_{k-1}^3 + \zeta_k^3) + w_k (\zeta_{k-1}^3 + 4 [\zeta_k^3 + \zeta_k \frac{s^4}{L_0^4}] + \zeta_{k+1}^3) \\ - 2 w_{k+1} (\zeta_k^3 + \zeta_{k+1}^3) + \zeta_{k+1}^3 w_{k+2} &= \frac{12(1-\mu^2)s^4}{E h_0^3} \mathcal{P}_{z,k}, \quad k = 1 \dots (n-1). \end{aligned} \right\} \quad (1260)$$

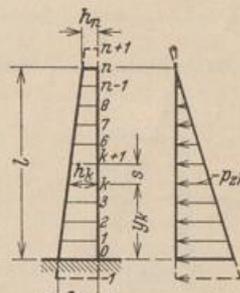


Abb. 831.