



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Die Zylinderschale mit veränderlicher Wanddicke

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

b) Die Belastung $X_1 = 1, X_2 = 1$ liefert nach (1225) und (1226)

$$\delta_{11,1} = 482 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{12,1} = 896 \cdot 10^{-6}, \quad \delta_{22,1} = 3320 \cdot 10^{-6}.$$

c) Belastung H . Nach (1145) ist

$$-H = \frac{G_0}{2\pi a} \operatorname{ctg} \alpha = +1,175 \text{ t/m}$$

und daher nach (1201) $\delta'_{10,1} = -1,175 \cdot 482 \cdot 10^{-6} = -566 \cdot 10^{-6},$

$$\delta'_{20,1} = -1,175 \cdot 896 \cdot 10^{-6} = -1053 \cdot 10^{-6}.$$

5. Berechnung der Überzähligen. ($\delta_{ik} = \delta_{ik,1} + \delta_{ik,2}, \delta_{i0} = \delta'_{i0,1} + \delta'_{i0,1} + \delta_{i0,2}$)

X_1	X_2		
1350	-940	581	$X_1 = 0,532 \text{ t/m}$
-940	11070	1056	$X_2 = 0,141 \text{ mt/m}.$

6. Formänderung und Schnittkräfte der Zylinderschale nach (1243) und (1244)

$$w = w_0 + 0,532 w_1 + 0,141 w_2$$

$$= -15,73 \cdot 10^{-6} [(1 - \eta) - 12,85 e^{-\lambda \eta} (\cos \lambda \eta + 1,281 \sin \lambda \eta)],$$

$$M_y = 0,532 M_1 + 0,141 M_2 = -0,110 e^{-\lambda \eta} (\sin \lambda \eta - 1,281 \cos \lambda \eta).$$

7. Formänderung und Schnittkräfte der Kegelschale nach (1202) und (1221)

$$\Delta r_z = \Delta r_{z,0} + (0,532 - 1,175) \Delta r_{z,1} + 0,141 \Delta r_{z,2}$$

$$= \Delta r_{z,0} - 0,643 \Delta r_{z,1} + 0,141 \Delta r_{z,2}.$$

$\Delta r_{z,0}$ auf S. 788. Nach (1225) und (1226) ist

$$\Delta r_{z,1} = 2,855 \cdot 10^{-6} y^{*2} e^{-\eta_1} \cos \eta_1,$$

$$\Delta r_{z,2} = -5,28 \cdot 10^{-6} y^{*2} e^{-\eta_1} (\sin \eta_1 - \cos \eta_1).$$

Formänderung und Schnittkräfte sind in Abb. 830 dargestellt.

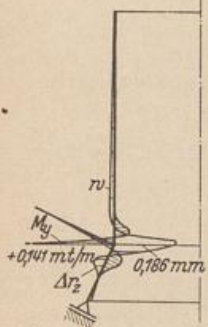


Abb. 830.

Die Zylinderschale mit veränderlicher Wanddicke. Näherungslösungen der allgemeinen Aufgabe entstehen nach S. 778 durch die Unterteilung des Integrationsbereichs l in n gleichgroße Abschnitte $\Delta y = s$ mit der Punktfolge $0, 1 \dots k \dots n$ und durch die Umwandlung der Differentialquotienten der Differentialgleichung des Problems in Differenzenquotienten.

Die Differentialgleichung der Biegelinie w des Meridianschnittes mit beliebig veränderlicher Wanddicke h lautet nach (1229) für

$$N_y = 0, \quad M_y'' + \frac{N_\beta}{a} + \mathcal{P}_z = 0, \quad M_y'' = -(B w''')'$$

$$\left(\frac{h^3}{h_0^3} w'' \right)'' + 4 w \frac{h}{h_0} \frac{3(1-\mu^2)}{a^2 h_0^3} = 12 \frac{(1-\mu^2)}{E h_0^3} \mathcal{P}_z. \quad (1259)$$

Aus dieser werden nach (211) mit $h_k/h_0 = \zeta_k$ die folgenden Differenzgleichungen abgeleitet:

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{k-1}^3 \Delta^2 w_{k-1} - 2 \zeta_k^3 \Delta^2 w_k + \zeta_{k+1}^3 \Delta^2 w_{k+1} + 4 \zeta_k \frac{s^4}{L_0^4} w_k &= \frac{12(1-\mu^2)s^4}{E h_0^3} \mathcal{P}_{z,k}. \\ \zeta_{k-1}^3 w_{k-2} - 2 w_{k-1} (\zeta_{k-1}^3 + \zeta_k^3) + w_k (\zeta_{k-1}^3 + 4 [\zeta_k^3 + \zeta_k \frac{s^4}{L_0^4}] + \zeta_{k+1}^3) \\ - 2 w_{k+1} (\zeta_k^3 + \zeta_{k+1}^3) + \zeta_{k+1}^3 w_{k+2} &= \frac{12(1-\mu^2)s^4}{E h_0^3} \mathcal{P}_{z,k}, \quad k = 1 \dots (n-1). \end{aligned} \right\} \quad (1260)$$

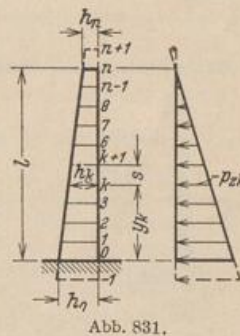


Abb. 831.

Die Rechenvorschrift besteht neben diesen $(n-1)$ linearen Gleichungen aus vier Randbedingungen für w, w', M oder Q am Rande $y = 0$ und $y = l$. Sie enthält ebenso viele Wurzeln $w_k (k = -1 \dots n+1)$, die daher eindeutig bestimmt sind. Die Randbedingungen sind Vorschriften über den Verschiebungs- oder Spannungszustand. Dieser läßt sich nach (1229) ebenfalls durch Differenzen ausdrücken.

$$\left. \begin{aligned} w'_k &\approx \frac{w_{k+1} - w_{k-1}}{2s}, \quad -N_{\beta k} = \frac{E h_k}{a} w_k, \quad M_{\gamma k} = -\frac{E h_k^3}{12(1-\mu^2)} \frac{(w_{k-1} - 2w_k + w_{k+1})}{s^2}, \\ Q_k &= -\frac{E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{h_{k+1}^3 \Delta^2 w_{k+1} - h_{k-1}^3 \Delta^2 w_{k-1}}{2s^3} \right). \end{aligned} \right\} (1261)$$

Sind keine Randbedingungen vorgeschrieben, sondern nur durch die Verbindung des Breitenschnittes mit anderen elastischen Bauteilen bestimmt, so müssen hier ebenso wie auf S. 781 zunächst die Anschlußkräfte berechnet werden. Die Komponenten δ_{10}, δ_{20} des Verschiebungszustandes ergeben sich in der Regel aus der partikulären Lösung von (1259), die Vorzahlen $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{22}$ des Ansatzes lassen sich genügend genau aus den Differenzgleichungen eines unendlich langen Zylinders mit vorgeschriebenen Randkräften nach S. 789 für $X_1 = Q_y = 1, My = 0$ oder $X_2 = My = 1, Q_y = 0$ berechnen. Da die Funktionen $w(y)$ in diesem Falle schnell abklingen, werden die Verschiebungen $w_{k,1}, w_{k,2}$ außerhalb einer geschätzten Randzone Null gesetzt, ohne die Bedingungen am entgegengesetzten Rande zu berücksichtigen.

Berechnung des Wasserbehälters Abb. 819 für linear veränderliche Wandstärke ($h'' = 0$).

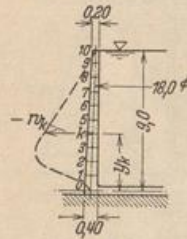


Abb. 832.

1. Geometrische Abmessungen (Abb. 832). $l = 9,0 \text{ m}, a = 9,0 \text{ m}.$

$$h_0 = 0,40 \text{ m}, \quad h_{10} = 0,20 \text{ m}, \quad h_k = \frac{h_0}{c} (c - y_k),$$

$$c = \frac{l h_0}{h_0 - h_{10}} = 18,0, \quad \zeta_k = \frac{h_k}{h_0} = 1 - \frac{y_k}{18,0}.$$

Der Integrationsbereich l wird in 10 gleiche Teile geteilt. $s = 0,9 \text{ m}.$

2. Belastung. Wasserdruck, $p_{z,k} = -1,0 (l - y_k).$

3. Randbedingungen. Der untere Rand $y = 0$ ist starr eingespannt, $w = 0, w' = 0$, also $w_{-1} = w_1$. Der obere Rand ist kräftefrei, $Q_{10} = 0, M_{\gamma 10} = 0$, daher mit (1261)

$$w_{11} = 2w_{10} - w_9, \quad w_{12} = \frac{\zeta_9^3}{\zeta_{11}^3} (w_8 - 2w_9 + w_{10}) + 3w_{10} - 2w_9.$$

4. Vorzahlen der Differenzgleichungen (1260)

$$\frac{12(1-\mu^2)s^4}{E h_0^3} p_{z,k} = \frac{s^4}{B_0} p_{z,k} = -\frac{0,057}{1000} (9,0 - y_k), \quad \frac{s^4}{L_0^4} = 0,1475.$$

k	y_k	ζ_k	ζ_k^2	$\zeta_k^3 + \zeta_{k+1}^3$	$\zeta_k \frac{s^4}{L_0^4}$	[] Gl. (1260)	$\frac{\zeta_{k-1}^3}{\zeta_{k+1}^3}$ + 4 []	$9,0 - y_k$	$10^3 \frac{s^4}{B_0} p_{z,k}$
-1	-0,9	1,05	1,1025	2,158	0,1550	1,3130	—	—	—
0	0	1	1	1,857	0,1475	1,1475	6,595	9	-0,513
1	0,9	0,95	0,9025	1,586	0,1401	0,9971	5,719	8,1	-0,461
2	1,8	0,9	0,81	1,343	0,1328	0,8618	4,921	7,2	-0,411
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮