



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Zahlenbeispiel

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Die Rechenvorschrift besteht neben diesen  $(n-1)$  linearen Gleichungen aus vier Randbedingungen für  $w, w', M$  oder  $Q$  am Rande  $y = 0$  und  $y = l$ . Sie enthält ebenso viele Wurzeln  $w_k (k = -1 \dots n+1)$ , die daher eindeutig bestimmt sind. Die Randbedingungen sind Vorschriften über den Verschiebungs- oder Spannungszustand. Dieser läßt sich nach (1229) ebenfalls durch Differenzen ausdrücken.

$$\left. \begin{aligned} w'_k &\approx \frac{w_{k+1} - w_{k-1}}{2s}, \quad -N_{\beta k} = \frac{E h_k}{a} w_k, \quad M_{y k} = -\frac{E h_k^3}{12(1-\mu^2)} \frac{(w_{k-1} - 2w_k + w_{k+1})}{s^2}, \\ Q_k &= -\frac{E}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{h_{k+1}^3 \Delta^2 w_{k+1} - h_{k-1}^3 \Delta^2 w_{k-1}}{2s^3} \right). \end{aligned} \right\} (1261)$$

Sind keine Randbedingungen vorgeschrieben, sondern nur durch die Verbindung des Breitenschnittes mit anderen elastischen Bauteilen bestimmt, so müssen hier ebenso wie auf S. 781 zunächst die Anschlußkräfte berechnet werden. Die Komponenten  $\delta_{10}, \delta_{20}$  des Verschiebungszustandes ergeben sich in der Regel aus der partikulären Lösung von (1259), die Vorzahlen  $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{22}$  des Ansatzes lassen sich genügend genau aus den Differenzgleichungen eines unendlich langen Zylinders mit vorgeschriebenen Randkräften nach S. 789 für  $X_1 = Q_y = 1, My = 0$  oder  $X_2 = My = 1, Q_y = 0$  berechnen. Da die Funktionen  $w(y)$  in diesem Falle schnell abklingen, werden die Verschiebungen  $w_{k,1}, w_{k,2}$  außerhalb einer geschätzten Randzone Null gesetzt, ohne die Bedingungen am entgegengesetzten Rande zu berücksichtigen.

**Berechnung des Wasserbehälters Abb. 819 für linear veränderliche Wandstärke ( $h'' = 0$ ).**

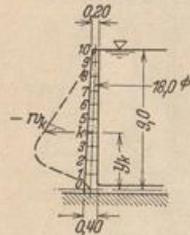


Abb. 832.

1. Geometrische Abmessungen (Abb. 832).  $l = 9,0 \text{ m}, a = 9,0 \text{ m}.$

$$h_0 = 0,40 \text{ m}, \quad h_{10} = 0,20 \text{ m}, \quad h_k = \frac{h_0}{c} (c - y_k),$$

$$c = \frac{l h_0}{h_0 - h_{10}} = 18,0, \quad \zeta_k = \frac{h_k}{h_0} = 1 - \frac{y_k}{18,0}.$$

Der Integrationsbereich  $l$  wird in 10 gleiche Teile geteilt.  $s = 0,9 \text{ m}.$

2. Belastung. Wasserdruck,  $p_{z,k} = -1,0 (l - y_k).$

3. Randbedingungen. Der untere Rand  $y = 0$  ist starr eingespannt,  $w = 0, w' = 0$ , also  $w_{-1} = w_1$ . Der obere Rand ist kräftefrei,  $Q_{10} = 0, M_{y10} = 0$ , daher mit (1261)

$$w_{11} = 2 w_{10} - w_9, \quad w_{12} = \frac{\zeta_9^3}{\zeta_{11}^3} (w_8 - 2 w_9 + w_{10}) + 3 w_{10} - 2 w_9.$$

4. Vorzahlen der Differenzgleichungen (1260)

$$\frac{12(1-\mu^2)s^4}{E h_0^3} p_{z,k} = \frac{s^4}{B_0} p_{z,k} = -\frac{0,057}{1000} (9,0 - y_k), \quad \frac{s^4}{L_0^4} = 0,1475.$$

$k$	$y_k$	$\zeta_k$	$\zeta_k^2$	$\zeta_k^3 + \zeta_{k+1}^3$	$\zeta_k \frac{s^4}{L_0^4}$	[ ] Gl. (1260)	$\frac{\zeta_{k-1}^3}{\zeta_{k+1}^3}$ + 4 [ ] + $\zeta_{k+1}^3$	$9,0 - y_k$	$10^3 \frac{s^4}{B_0} p_{z,k}$
-1	-0,9	1,05	1,105	2,158	0,1550	1,3130	—	—	—
0	0	1	1	1,857	0,1475	1,1475	6,595	9	-0,513
1	0,9	0,95	0,857	1,586	0,1401	0,9971	5,719	8,1	-0,461
2	1,8	0,9	0,729	1,343	0,1328	0,8618	4,921	7,2	-0,411
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

## 5. Die Bedingungsgleichungen unter Berücksichtigung der Randbedingungen.

$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$w_6$	$w_7$	$w_8$	$w_9$	$w_{10}$	$10^3 \frac{s^4}{B_0} p_{r,k}$
6,719	-3,172	0,729								-0,461
-3,172	4,921	-2,686	0,614							-0,411
0,729	-2,686	4,199	-2,252	0,512						-0,359
	0,614	-2,252	3,536	-1,868	0,422					-0,308
		0,512	-1,868	2,988	-1,530	0,343				-0,256
			0,422	-1,530	2,485	-1,236	0,275			-0,205
				0,343	-1,236	2,044	-0,982	0,216		-0,154
					0,275	-0,982	1,661	-0,764	0,166	-0,103
						0,216	-0,764	1,204	-0,332	-0,051
							0,166	-0,332	0,313	0

## 6. Auflösung. Die Iteration einer Näherungslösung liefert

$k =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$10^3 w_k =$	-0,2396	-0,5144	-0,6616	-0,6777	-0,6131	-0,5146	-0,4047	-0,2860	-0,1547	-0,0124 mm

7. Schnittkräfte nach (1261). Die Ausbiegung  $w_k$  und das Biegemoment  $M_{\varphi k}$  sind in Abb. 820 S. 783 durch die Linie 4 dargestellt.

Pöschl, T., u. K. v. Terzaghi: Berechnung von Behältern nach neueren analytischen und graphischen Methoden. Berlin 1913 und 1926. — Meißner, E.: Beanspruchung und Formänderung zylindrischer Gefäße mit linear veränderlicher Wandstärke. Vjschr. Naturforsch. Ges. Zürich 1917 S. 153. — Pasternak, P.: Formeln zur raschen Berechnung der Biegebeanspruchung in kreisrunden Behältern. Schweiz. Bauztg. Bd. 86 (1925) S. 129. — Derselbe: Vereinfachte Berechnung der Biegebeanspruchung in dünnwandigen kreisrunden Behältern. Verh. 2. Int. Kongr. f. techn. Mechanik. Zürich 1927. — Derselbe: Die praktische Berechnung der Biegebeanspruchung in kreisrunden Behältern mit gewölbten Böden und Decken und linear veränderlichen Wandstärken. Schweiz. Bauztg. Bd. 90 (1927). — Susok, K.: Formeln zur praktischen Berechnung der Biegebeanspruchung in kreisrunden Behältern mit linear veränderlichen Wandstärken. Beton u. Eisen 1927 S. 450. — Steuermann, E.: Beitrag zur Berechnung des zylindrischen Behälters mit veränderlicher Wandstärke. Beton u. Eisen 1928 S. 286. — Miesel, K.: Über die Festigkeit von Kreiszyklinderschalen mit nichtachsensymmetrischer Belastung. Ing.-Arch. 1930 S. 22. — Flügge, W.: Die Stabilität der Kreiszyklinderschale. Ing.-Arch. 1931 S. 463. — Stange, K.: Der Spannungszustand einer Kreisringschale. Ing.-Arch. 1931 S. 47. — Abdank, R.: Berechnung ganz oder teilweise gefüllter, freitragender, dünnwandiger Rohrleitungen mit beliebig geneigter Achse. Bautechn. 1931 S. 419. — v. Sanden, K., u. F. Tölke: Über Stabilitätsprobleme dünner kreiszyklindrischer Schalen. Ing.-Arch. 1931 S. 24.

## 82. Membrantheorie von Rohr und Tonne.

Tonne und Rohr werden bei zahlreichen Anwendungen im Bauwesen längs der Ränder oder längs ausgezeichneter Mantellinien  $\alpha = \text{const}$  stetig unterstützt und bei der statischen Untersuchung unendlich lang angenommen (Abb. 833). Eine von  $\alpha$  unabhängige Belastung  $p = p(\alpha)$  erzeugt dann mit  $\mu = 0$  einen ebenen Spannungszustand, dessen Komponenten ebenso wie beim biegesteifen gekrümmten Stabe berechnet werden (S. 131 und 136). Durch die Abstützung einzelner Querschnitte des Flächentragwerks mit biegesteifen Rahmen, Bindern oder Querwänden