



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zahlenbeispiel

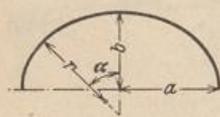
[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

aber ebenso wie bei den biegungssteifen rotationssymmetrischen Schalen durch die Überlagerung des Längsspannungszustandes aus der vorgeschriebenen Belastung mit den Biegungsspannungen aus den überzähligen Größen, für deren Berechnung die geometrischen Bedingungen über die gegenseitige Verschiebung und Verdrehung der Ufer der Anschlußquerschnitte von Schalen und Randträger verwendet werden. Die Lösung des Problems ist von U. Finsterwalder gezeigt worden. Mit Rücksicht auf Platzmangel muß auf die angegebene Literatur verwiesen werden.

1. Der Breitenschnitt ist eine Ellipse.

$$r = \frac{a^2 b^2}{(a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha)^{3/2}}$$

Schnittkräfte aus Eigengewicht $p_y = g \sin \alpha$; $p_x = g \cos \alpha$.



$$N_\alpha = -g a^2 b^2 \frac{\cos \alpha}{(a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha)^{3/2}}$$

$$N_{x\alpha} = -g x \frac{2 a^2 + (a^2 - b^2) \cos^2 \alpha}{a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha} \sin \alpha,$$

$$N_x = -\frac{g l^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right) \cos \alpha \frac{3 a^2 b^2 - 3 a^2 (a^2 - b^2) \sin^2 \alpha - (a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha)^2}{a^2 b^2 (a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha)^{1/2}}$$

Abb. 839.

Schnittkräfte aus Schneelast. $p_y = p_s \sin \alpha \cos \alpha$, $p_x = p_s \cos^2 \alpha$.

$$N_\alpha = -p_s a^2 b^2 \frac{\cos^2 \alpha}{(a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha)^{3/2}}$$

$$N_{x\alpha} = -3 p_s a^2 x \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha}$$

$$N_x = \frac{3}{2} p_s \frac{l^2}{b^2} \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right) \frac{a^2 \sin^2 \alpha - b^2 \cos^2 \alpha}{(a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha)^{1/2}}$$

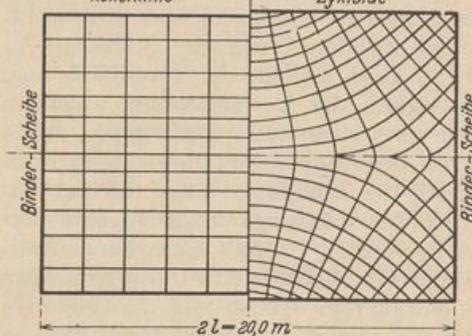
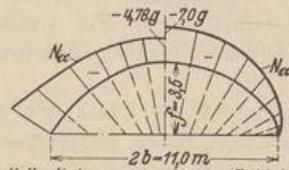


Abb. 840.

Gleichung der

Kettenlinie	Zykloide
$y = 8,28 - 4,78 \cos \frac{x}{4,78}$	$x = \frac{l}{2} (\varphi - \sin \varphi)$
$a = 4,78$	$y = \frac{l}{2} (1 - \cos \varphi)$
	$0 \leq \varphi \leq \pi$
	$a = 2f$

2. Der Breitenschnitt ist eine Zykloide.

$$r = a \cos \alpha$$

Schnittkräfte aus Eigengewicht

$$p_y = g \sin \alpha, \quad p_x = g \cos \alpha$$

$$N_\alpha = -g a \cos^2 \alpha, \quad N_{x\alpha} = -3 g a \frac{x}{a} \sin \alpha,$$

$$N_x = -\frac{3}{2} g a \frac{l^2}{a^2} \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)$$

Die Schnittkräfte und Trajektorien sind in Abb. 840 mit denjenigen für eine Kettenlinie als Breitenschnitt verglichen worden.

Schnittkräfte aus Schneelast

$$p_y = p_s \sin \alpha \cos \alpha, \quad p_x = p_s \cos^2 \alpha$$

$$N_\alpha = -p_s a \cos^3 \alpha, \quad N_{x\alpha} = -4 p_s x \sin \alpha \cos \alpha,$$

$$N_x = 2 p_s a \frac{l^2}{a^2} \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right) \frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{\cos \alpha}$$

Schwerin, E.: Über die Spannungen in symmetrisch und unsymmetrisch belasteten Kugelschalen. Berlin 1918 und Arm. Beton 1919 S. 25. — Thoma, D.: Die Beanspruchung freitragender mit Wasser gefüllter Rohre. Z. ges. Turbinenwes. 1920 S. 17. — Schwerin, E.: Über die Spannungen in freitragenden gefüllten Rohren. Z. angew. Math. Mech. 1922 S. 340. —

Miesel, K.: Über die Festigkeit von Kreiszyklinderschalen mit nichtachsensymmetrischer Belastung. Ing.-Arch. 1929 S. 22. — Geckeler, J.: Zur Theorie der Elastizität flacher rotationsymmetrischer Schalen. Ing.-Arch. 1930 S. 255. — Rüsck, H.: Theorie der querversteiften Zylinderschalen für schmale, unsymmetrische Kreissegmente. Diss. München 1931. — Finsterwalder, U.: Die querversteiften zylindrischen Schalengewölbe mit kreissegmentförmigem Querschnitt. Ing.-Arch. Bd. 4 (1933) S. 43.

83. Vieleckkuppeln.

Die Breitenschnitte der zyklisch symmetrischen Tragwerke sind in der Regel Vielecke mit gerader Seitenzahl ($2n$). Sie bilden n Tonnenschalen, die untereinander kongruent sind und sich gegeneinander in n Gratlinien abstützen. Die Krümmung des Querschnitts $1/R_\beta$ kann sich beliebig ändern. Sie ist jedoch in der Regel mathematisch bestimmt, der Querschnitt also z. B. ein Kreisbogen, eine Ellipse oder eine Zyklode.

Der Schalensektor ist durch einen Rand $\alpha = \alpha_2$ und durch zwei Gratlinien begrenzt, welche den Winkel $2\varphi = \pi/n$ einschließen (Abb. 841). Sind die Randbedingungen für $\alpha = \alpha_2$ nach S. 794 erfüllt und Randstörungen ohne Bedeutung, so erzeugt jede stetige Belastung allein Schnittkräfte N_α , $N_{\alpha x}$, N_x . Die allgemeinen Angaben darüber auf S. 794 enthalten zwei Funktionen $f_1(\alpha)$, $f_2(\alpha)$ als Integrationskonstante, über die im Sinne des Längsspannungszustandes in den Graten so verfügt werden kann, daß die Hauptschnittkräfte mit der Tangente an die Gratlinien zusammenfallen und daher die Komponenten in Richtung der Haupt- und Binormalen Null sind. Die Anzahl $2n$ der unbekanntenen Funktionen $f(\alpha)$ stimmt mit der Anzahl $2n$ der verfügbaren Bedingungsgleichungen der Schale für den Längsspannungszustand des Tragwerks in den Graten überein. Die Grate erhalten daher bei jeder stetigen Belastung der Tonnen im wesentlichen nur Längskräfte.

Die Integration der Gleichgewichtsbedingungen (1262) für eine Belastung aus $p_x = 0$, $p_y = p_y(\alpha)$, $p_z = p_z(\alpha)$ liefert mit $R_\beta \equiv r$

$$\left. \begin{aligned} N_\alpha &= -p_z R_\beta, & N_{\alpha x} &= -\left(\frac{\partial N_\alpha}{R_\beta \partial \alpha} + p_y\right) x + f_1(\alpha) = -p_y^* x + f_1(\alpha), \\ N_x &= \frac{\partial p_y^*}{2R_\beta \partial \alpha} x^2 - \frac{\partial f_1(\alpha)}{R_\beta \partial \alpha} x + f_2(\alpha). \end{aligned} \right\} (1271)$$

Die Belastung ist entweder symmetrisch (Eigengewicht, Schneelast) oder antisymmetrisch (Windbelastung).

Die Unstetigkeit der Mittelfläche in den Gratlinien zwingt zur Zerlegung des Spannungsbildes. Der eine Anteil beschreibt die Tragwirkung der Tonne zur Übertragung der Belastung nach den Gratlinien, der andere die Tragwirkung der Kuppel zur Übertragung der Randkräfte in den Gratlinien nach den Stützpunkten und Randgliedern.

Lösung bei zyklisch symmetrischer Belastung.

Anteil I. Die Schubkräfte $N_{\alpha x}$ sind in allen Symmetrieebenen, also auch in den Querschnitten $x=0$ (Abb. 841) Null, so daß nach (1271) $f_1(\alpha) = 0$. Durch die Ausnutzung der Symmetrie ist in den Gratschnitten nur noch die Bedingung verfügbar, daß die Komponente B_α der Hauptschnittkraft in $x = l_\alpha$ in Richtung der Binormalen Null ist. Darnach gilt für den Grundriß eines differentialen Schalenteils (Abb. 842)

$$B_\alpha = (N_{\alpha,1} - 2N_{\alpha x,1} \cos \alpha \operatorname{tg} \varphi + N_{\alpha,1} \cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \varphi) R_\beta d\alpha \cos \varphi = 0,$$

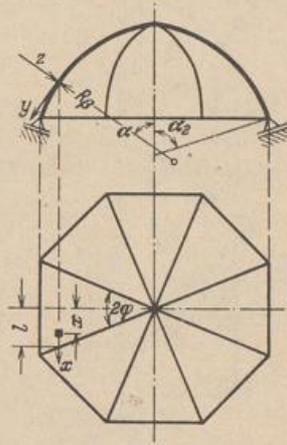


Abb. 841.

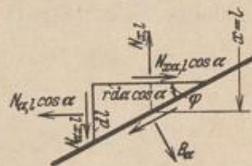


Abb. 842.