Handbuch der Physik zur Selbstbelehrung für jedermann

Spiller, Philipp

Berlin, 1865

Geometrische Vorbegriffe, von dem Maßen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-75469

Einige geometrische Vorbegriffe.

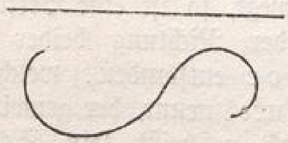
Um in der Darstellung der physikalischen Wahrheiten bei der unvermeidlichen Anwendung mathematischer und namentlich geometrischer Grundbegriffe durch einzuschaltende Erklärungen derselben nicht unterbrochen zu werden, will ich das Wesentlichste davon, wenn auch nur in ganz einfacher und trockener Entwicklung, hier zunächst kurz anführen; bitte aber diejenigen geehrten Leser, welche damit bekannt sind, diese wenigen Seiten zu überschlagen, was anfänglich auch Andere thun, und später das nöthige nachlesen können.

Daran schließt sich noch Einiges über Maße.

Ein Ort im Raume ohne alle Ausdehnung heißt ein Punkt.

Wenn ein Punkt seinen Ort nicht verläßt, so ruht er; verläßt er ihn, so bewegt er sich.

Der von einem bestimmten Punkte zurückgelegte Weg heißt eine Linie.



(Fig. 1.)

Denkt man sich eine Linie um zwei beliebige, in ihr liegende Punkte gedreht und verläßt dabei keiner ihrer Punkte seinen ursprünglichen Ort, so heißt die Linie eine gerade; verläßt aber jeder ihrer Punkte seinen Ort, so ist sie eine krumme (Figur 1.).

Die Gränzen jeder Linie sind Punkte und dazwischen lassen sich in ihr noch Punkte annehmen, wodurch sie getheilt wird.

Zum Zeichnen von geraden Linien dient das Lineal, welches nur dann gut ist, wenn seine Kanten scharf sind und beim Hin- und Herschieben eines zweiten an seiner schmalen Fläche nicht der geringste Spalt bemerkbar ist, wenn man gegen das Licht sieht.

Jede Linie hat nur eine Ausdehnung; die Theile einer geraden zielen nach demselben Punkte hin, oder haben einerlei Richtung; eine krumme Linie hat in jedem ihrer Punkte eine andere Richtung.

Von einem Punkte bis zu einem zweiten ist nur eine gerade Linie möglich, sie ist die kürzeste Linie zwischen diesen Punkten und heißt die Entfernung der beiden Punkte.

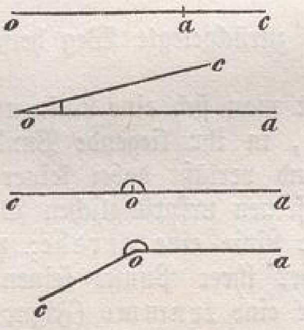
Haben zwei gerade Linien auch nur zwei Punkte gemeinschaftlich, so liegen sie *längs einander* oder haben dieselbe Richtung; sind es die Endpunkte, so decken sie einander oder sind *kongruent*.

Bewegt sich eine gerade Linie in ihrer eigenen Richtung, so entsteht der Ansatz einer neuen geraden Linie, welcher mit der ersten geraden Linie eine einzige bildet und ihre *Verlängerung* heißt.

Bewegt sich eine gerade Linie in einer anderen Richtung, als in ihrer eigenen, so ist der zurückgelegte Weg eine *Fläche*.

Wenn die geraden Verbindungslinien von je zwei denkbaren Punkten einer Fläche ganz in ihr liegen, so ist die Fläche eine *Ebene*; wenn nicht, eine *krumme Fläche*.

Die Gränzen jeder Fläche sind, wie es aus ihrer Entstehungsweise folgt, Linien, und auch innerhalb derselben lassen Linien so wie Punkte sich annehmen. Flächen werden durch Linien getheilt. — Jede Fläche hat eine Ausdehnung nach *zwei* Richtungen. — Der Weg einer geraden Linie kann eine ebene oder eine krumme Fläche sein. — Drei nicht in einer geraden Linie liegende Punkte liegen stets in einer der Lage nach bestimmten Ebene. Dreibeinige Tische stehen auch auf der unebenen Diele fest. Daher wendet man auch zu vielen Meßinstrumenten dreibeinige Gestelle an.



(Fig. 2.)

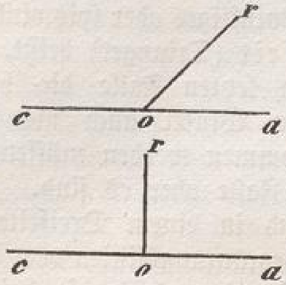
Wenn von einem Punkte o aus (Fig. 2) eine gerade Linie oc längs einer zweiten oa liegt, so haben sie einerlei Richtung; wird nun die eine Linie oc in einer bestimmten Ebene um o bewegt, so ist eine Verschiedenheit in der Richtung beider Linien oa und oc entstanden, welche man einen *Winkel* nennt, der gemeinschaftliche Punkt o heißt sein *Scheitel*, die beiden geraden Linien oa und oc von beliebiger Länge sind seine *Schenkel*.

Ist die Drehung der Linie oc so weit erfolgt, daß sie mit der anderen oa eine gerade Linie (die Verlängerung) bildet, ohne längs ihr zu liegen, so hat der entstandene Winkel eine ganz bestimmte Größe, weil die Theile einer bestimmten geraden Linie dieselbe Richtung haben und er heißt ein *gestreckter Winkel*.

Bewegt sich oc noch weiter fort, so entsteht ein größerer Winkel als der gestreckte war und er heißt ein *erhabener Winkel*.

Die Winkel welche kleiner sind, als der erhabene, werden *hohle* genannt.

Geht vom Scheitel o (Fig. 3) eines gestreckten Winkels coa eine dritte Linie or, so bildet sie mit den Schenkeln des gestreckten Winkels



(Fig. 3.)

Nebenwinkel; sind sie gleich, so heißen sie *rechte Winkel* und die dritte Linie or ist die *winkelrechte* oder lothrechte auf ca.

Sind Winkel kleiner als rechte, so heißen sie *spitze*, sind sie größer, *stumpfe*; spitze und stumpfe Winkel sind *schiefe* Winkel.

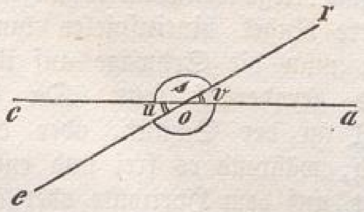
Da zwei gerade Linien eine Ebene noch nicht begränzen, so sind die Winkel keine Ebenen von bestimmter Begränzung.

Da alle gestreckten Winkel nach dem Begriffe der geraden Linie einander gleich sind, so sind es auch deren Hälften, nämlich die rechten.

Nebenwinkel haben stets den Werth von zwei rechten, denn es ist wenn sie ungleich sind, der eine um ebensoviel größer, als ein rechter, um wie viel der andere kleiner ist. — Alle Winkel um einen Punkt in einer Ebene (oder der *volle* Winkel) haben den Werth von vier rechten.

Zu einer bestimmten geraden Linie ist durch einen bestimmten Punkt, er mag in ihr oder außerhalb ihr liegen, nur *eine* lothrechte möglich. Die Lothrechte von einem außerhalb einer geraden Linie liegenden Punkte zu dieser Linie ist die *Entfernung* dieses Punktes von der Linie.

Um Lothrechte zu ziehen hat man einen *Winkelhaken*, d. i. zwei unter einem rechten Winkel verbundene Lineale. — Man kann, um einen rechten Winkel zu erhalten, auch eine an den Enden zusammengebundene Schnur mit 12 gleichen Theilen nehmen, sie an drei Theilpunkten, die durch ein buntes Band bezeichnet sein können, so anspannen, daß 3, 4 und 5 Theile je eine gerade Linie bilden und dann schließen die beiden ersten Stücke, welche 3 und 4 Theile enthalten, den rechten Winkel ein.

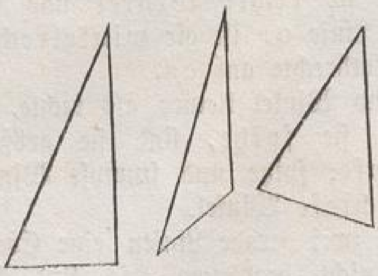


(Fig. 4.)

Wird der gemeinschaftliche Schenkel or (Fig. 4) zweier Nebenwinkel vom Scheitel o an verlängert, oder schneiden zwei gerade Linien einander, so entstehen zwei Paare von *Scheitelwinkeln* o und s und noch u und v.

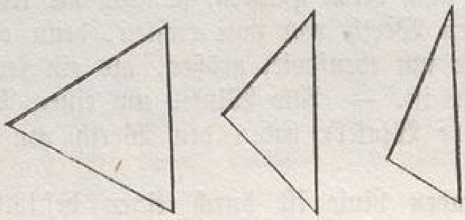
Scheitelwinkel sind einander gleich, weil ihnen derselbe dritte Winkel zu zwei rechten fehlt.

Verbindet man beliebige Punkte der Schenkel eines rechten, stumpfen oder spitzen Winkels (Fig. 5.) durch eine gerade Linie, so erhält man eine dreiseitige begränzte Ebene, welche beziehungsweise ein rechtwinkliges, stumpfwinkliges oder spitzwinkliges *Dreiseit* (*Triangel*) heißt, wobei im letzten Falle die beiden anderen Winkel auch als spitze angenommen werden müssen, im ersten Falle aber es sind.



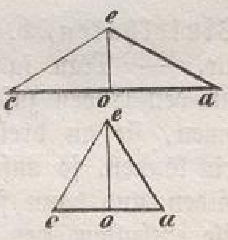
(Fig. 5.)

Sind in einem Dreiseite alle drei Begränzungslinien oder *Seiten* einander gleich, so heißt es *gleichseitig* (Fig. 6); sind deren zwei gleich, so ist es *gleichschenklig*, wobei die dritte die *Grundlinie* oder *Basis* genannt wird; ist keine der anderen gleich, so ist es *ungleichseitig*.



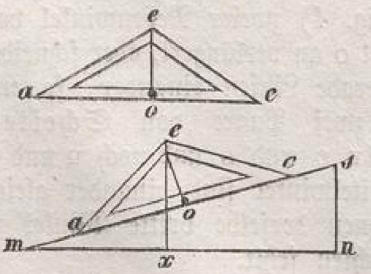
(Fig. 6.)

Wird bei einem gleichschenkligen Dreiseit die Basis oder bei einem gleichseitigen irgend eine Seite a c (Fig. 7) halbirt und der Halbirungspunkt o mit dem Scheitel des dritten Winkels e verbunden, so steht die Verbindungslinie eo auf der dritten Seite a c lothrecht.



(Fig. 7.)

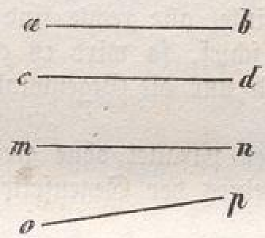
Die *Setzwage* a e c (Fig. 8) besteht aus drei geradlinigen Leisten, welche ein gleichschenkliges Dreiseit bilden, die Basis a c ist durch einen Strich halbirt und hat daselbst eine kugelförmige Vertiefung oder Oeffnung, damit die am Scheitel e des ihr gegenüber liegenden Winkels hängende kleinere Kugel hineinspielen kann, wenn man die Setzwage auf ihre Basis geraderauf setzt. Da die Kugel an der Schnur, oder das *Loth*, während es frei und ruhig hängt, auf dem Horizonte oder auf der Ebene eines ruhenden Wasserspiegels lothrecht steht; so wird dieses Loth nur dann in den Halbirungspunkt der Basis eintreffen, wenn diese selbst horizontal liegt.



(Fig. 8.)

Die Setzwage dient dazu, um Linien und Ebenen in eine horizontale Lage zu bringen und auch zu ermitteln, wie weit sie von der horizontalen Lage abweichen oder welches das Gefälle von einem Punkte s zu einem zweiten m auf eine bestimmte horizontale Strecke mn ist. — Setzt man die Wage eac mit ihrer Basis ac auf die schiefe Linie ms, so wird das Loth ex nicht in die auf der Basis ac vom Scheitel e ausgehende lothrechte eintreffen, sondern stets nach dem tiefer liegenden Punkte m hin sich richten. Der Winkel aber, welchen das Loth ex mit der auf der Basis lothrechten Linie oe bildet, ist stets gleich dem Winkel m, welchen die geneigte Linie ms mit der horizontalen mn bildet. Hat man also die Basis der Setzwage angemessen eingetheilt, so kann man das Gefälle sn auf eine gewisse Strecke mn beurtheilen.

Gehen in einer bestimmten Ebene von zwei Punkten a und c aus (Fig. 9) zwei gerade Linien ab und cd so, daß sie einander nirgends treffen, so weit man sie auch nach beiden Seiten verlängert annimmt, so heißen sie gleichlaufend oder parallel; wenn sie aber bei der Verlängerung einander näher kommen, zusammenlaufend oder konvergent, wenn sie auseinander gehen, divergent, wie mn und op.

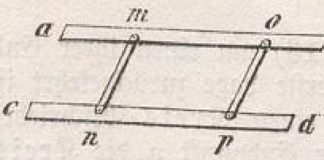


(Fig. 9.)

Konvergente Linien sind zugleich divergente.

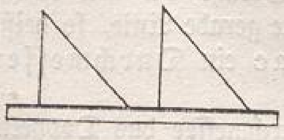
Ist jede von zwei Linien einer dritten parallel, so sind sie einander selbst parallel.

Parallellinien lassen sich durch das Parallellineal zeichnen, wozu man zwei Lineale (Fig. 10) ab und cd nimmt und sie durch zwei gleich lange Querstäbe mn und op verbindet, die an zwei Paaren gleich weit entfernter Punkte der beiden Lineale drehbar befestigt sind. Die beiden Lineale lassen sich zusammenschieben und von einander entfernen. Hält man das eine an einer geraden Linie fest, so werden alle an dem anderen in jeder seiner Lage gezeichneten Linien unter einander und mit jener ersten parallel sein.



(Fig. 10.)

Man kann zum Zeichnen von Parallellinien auch ein Lineal und ein Dreieck anwenden (Fig. 11), indem man ersteres festhält und letzteres mit einer seiner Seiten an jenem hinschiebt, wobei jede der beiden anderen Seiten sich selbst parallel bleibt.



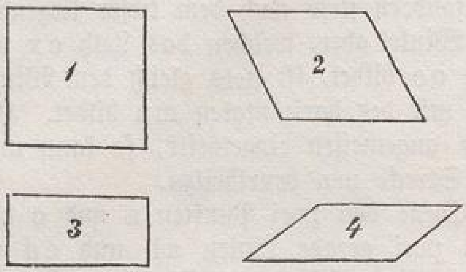
(Fig. 11.)

Die Ebene zwischen zwei Paaren von Parallellinien heiß ein Parallelogramm.

Aus zwei bestimmten geraden Linien und

dem von ihnen gebildeten Winkel läßt sich nur ein Parallelogramm zeichnen, wobei vier Fälle denkbar sind (Fig. 12):

1) sind die beiden Linien gleich und der Winkel ein rechter, so ist es ein Quadrat, bei welchem alle 4 Seiten gleich und alle 4 Winkel rechte sind;



(Fig. 12.)

2) sind die beiden Linien gleich und der Winkel ein schiefer, so wird es ein Rhombus, bei welchem alle Seiten gleich und die Winkel schiefe sind;

3) sind die beiden Linien ungleich und der Winkel ein rechter, so wird es ein Oblongum, bei welchem nur die Gegenseiten gleich, aber die Winkel alle rechte sind;

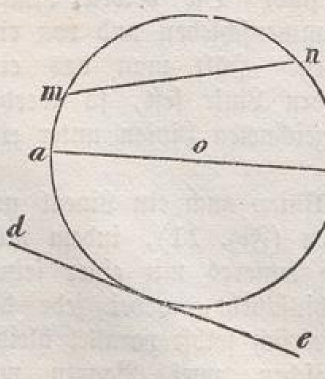
4) sind die Linien ungleich und der Winkel schief, so wird es ein Rhomboid, bei welchem nur die Gegenseiten und nur die Gegenwinkel einander gleich sind.

Sind in einem Vierseite nur zwei Gegenseiten parallel ohne gleich zu sein, so ist es ein Paralleltrapez; wenn keines der Gegenseitenpaare parallel ist, so ist es ein Trapezoid.

Die gerade Verbindungslinie der Scheitel zweier Gegenwinkel einer vier- oder mehrseitigen Figur heißt Diagonale.

Jede Diagonale eines Parallelogramms theilt es in zwei nach allen Stücken gleiche Dreiseite, so daß aus einem der Dreiseite das Parallelogramm ergänzt werden kann.

Bewegt sich eine gerade Linie oa (Fig. 13) um einen ihrer Endpunkte o in derselben Ebene bis sie in ihre erste Lage zurückgekehrt ist, so hat sie einen Kreis beschrieben, ihr bewegter Endpunkt a die Kreislinie (Peripherie) als Gränze des Kreises, der unbewegte Punkt o ist der Mittelpunkt und die Linie selbst heißt Strahl (Radius).



(Fig. 13.)

Alle Strahlen desselben Kreises sind einander gleich.

Bildet ein Strahl oa mit einem anderen oc eine gerade Linie, so heißt die ganze Linie ac ein Durchmesser des Kreises.

Da jeder Durchmesser das Doppelte

eines Strahles ist, so sind alle Durchmesser desselben Kreises einander gleich.

Jeder Durchmesser halbirt den Kreis und die Kreislinie.

Hat eine gerade Linie mn ihre Endpunkte in der Kreislinie, ohne daß der Mittelpunkt in ihr liegt, so heißt sie Sehne; trifft sie aber nur die Kreislinie wie die de, indem sie selbst ganz außerhalb des Kreises liegt, so heißt sie Tangente.

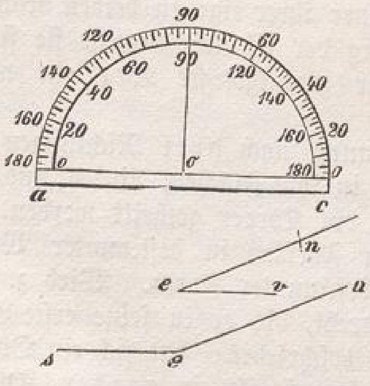
Jede Tangente hat mit der Kreislinie und dem Kreise nur einen Punkt gemeinschaftlich, welcher Berührungspunkt heißt.

Die durch den Endpunkt eines Radius lothrecht gezogene gerade Linie ist Tangente.

Schneiden zwei Durchmesser eines Kreises einander winkelrecht, so theilen sie den Kreis und die Kreislinie in vier einander gleiche Theile, welche Quadranten heißen.

Man nimmt jeden der vier rechten Winkel am Mittelpunkte in 90 gleiche Theile getheilt an, verlängert die theilenden Linien bis an die Kreislinie und erhält dadurch am Mittelpunkte 4 mal 90 oder 360 Winkelgrade und aus der Kreislinie 360 gleiche Bogengrade. Die weitere Unterabtheilung geschieht durch die Zahl 60 in Minuten und Sekunden sowohl für die Winkel, als auch für die Bogen. Die üblichen Zeichen für die Grade, Minuten und Sekunden sind: 0, ′, ″.

Die Anzahl der Grade, Minuten und Sekunden eines Bogens ist auch die des zu dem Bogen gehörigen Winkels am Mittelpunkte und umgekehrt, also kann in dieser Beziehung das eine dem andern zum Maße dienen.

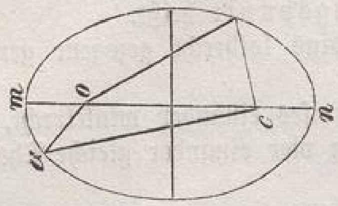


(Fig. 14.)

Darauf gründet sich die Einrichtung und Benutzung des Uebertragers oder Transporteurs (Fig. 14), welcher dazu dient, theils um die Größe von Winkeln nach Graden &c. anzugeben, theils um Winkel an Punkte von Linien überzutragen.

Will man die Größe der Winkel ner oder seu angeben, so legt man den Transporteur mit dem Halbirungspunkte o seines Durchmessers ac in den Scheitel e des Winkels und den Durchmesser ac längs des einen Schenkels eu in dem einen, und es in dem andern Falle; und dann wird die Zahl, an welcher der andere Schenkel (en oder eu) die Peripherie trifft, die Größe des Winkels angeben. Die doppelte Benennung der Theilungspunkte erscheint nach der Lage der Schenkel des Winkels als zweckmäßig.

Befestigt man auf einer Ebene in zwei Punkten o und c (Fig. 15) die Enden eines Fadens, welcher länger ist, als die Entfernung der beiden Punkte, spannt man mit einem Schreibestifte den Faden zu der Lage oac und zeichnet man auf der Ebene bei fortwährender Spannung der Fadentheile die krumme Linie; so ist dies eine Ellipse; die festen Punkte o und c sind ihre Brennpunkte, die grade Linie mn durch sie bis an die krumme ist die große Axe, die Lothrechte durch ihre Mitte die kleine Axe.



(Fig. 15.)

Trifft eine außerhalb einer Ebene liegende gerade Linie die Ebene, so kann sie gegen diese überall hin dieselbe Lage haben, was der Fall ist, wenn sie mit allen Linien in der Ebene, die durch den Treffungspunkt gehen, rechte Winkel bildet und dann sagt man: die Linie steht auf der Ebene winkelrecht oder lothrecht. Das Loth steht auf einem ruhenden Wasserspiegel lothrecht.

Von einem Punkte gibt es zu einer bestimmten Ebene nur eine Lothrechte und sie heißt die Entfernung des äußeren Punktes von der Ebene.

Haben zwei Ebenen die Lage gegen einander, daß sie bei ihrer beliebigen Erweiterung einander nie treffen, so heißen sie parallel.

Parallele Ebenen haben überall dieselbe Entfernung von einander.

Denkt man sich eine Ebene in einer ihrer eigenen beiden Richtungen bewegt, so entsteht eine Erweiterung der Ebene; bewegt sie sich aber in einer neuen Richtung, so ist der zurückgelegte Weg ein mathematischer Körper.

Jeder Körper hat eine Ausdehnung nach drei Richtungen, seine Gränzen sind Flächen und man kann in ihm Flächen, Linien und Punkte annehmen. Nur durch Flächen kann ein Körper getheilt werden.

Werden Ebenen von bestimmten Formen in bestimmter Weise bewegt, so entstehen Körper auch von bestimmter Form. Wird z. B. ein Halbkreis um seinen Durchmesser gedreht, bis er in seine erste Lage zurückgekehrt ist, so hat er eine Kugel beschrieben; hat sich ein Oblongum um eine seiner Seiten als Axe gedreht, so ist ein grader Zylinder entstanden; dreht man ein rechtwinkliges Dreiseit um einen Schenkel (Kathete) des rechten Winkels, so entsteht ein grader Kegel, von welchem der andere Schenkel, die Axe, auch die Höhe ist. — Ein Quadrat kann einen Würfel bilden, welches ein Körper ist, der von sechs vollkommen übereinstimmenden Quadraten begränzt ist.

Wird ein Kreis um einen Durchmesser gedreht, bis jede Hälfte in die Lage der andern gekommen ist, so ist auch eine Kugel entstanden und daher ist jede, eine Kugel durch den Mittelpunkt theilende Ebene ein Kreis. — Mittelpunkt, Strahl und Durchmesser des Kreises sind es auch für die Kugel. Alle übrigen die Kugel theilenden Kreise sind kleiner, als ein solcher.

Bei der Erde sind der Aequator, die Ekliptik und alle Meridiane größte Kreise. Alle Punkte des Aequators sind von jedem Pole um 90 Grade oder einen Quadranten entfernt. Jeder Meridian steht wie die in ihm befindliche Erdaxe auf dem Aequator lothrecht. Tritt der Mittelpunkt der Sonne in dem Meridian des betreffenden Ortes auf die Erdoberfläche, so hat dieser Ort Mittag.

Denkt man sich durch den Mittelpunkt der Erde auf dem nach unserem jedesmaligen Standpunkte gezogenen Strahle den lothrechten Kreis gelegt und denselben bis an die scheinbare Himmelskugel erweitert, so ist dies der wahre Horizont, welcher die Himmelskugel halbirt.

Steht man erhaben auf einem freien Standpunkte, z. B. auf einem Berge über einer Ebene oder auf einem Schiffe im freien Meere, so sieht man rings um sich die Gränzen eines Kreises, welcher von dem Erdkörper einen um so dickeren Streifen abschneidet, je höher man steht. Dieser Kreis ist der scheinbare Horizont, welcher mit dem wahren parallel geht. — Der Spiegel einer ruhenden Flüssigkeit heißt der künstliche Horizont. Diese drei Horizonte sind mit einander parallel.

Wenn die Strahlen von Kugeln wachsen wie die Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. w., so wachsen die Oberflächen der dazu gehörigen Kugeln wie 1, 4, 9, 16 u. s. w., d. h. wie die Quadratzahlen der Strahlen. — Unter dem Quadrate einer Zahl versteht man das durch einmalige Multiplikation mit sich selbst erhaltene Produkt; das Quadrat von 5 ist also 25 und 5 heißt die Quadratwurzel zu 25. Die Würfelzahlen oder Kubikzahlen sind Produkte aus drei gleichen Zahlen.

Von den Maßen.

Um eine genaue Vorstellung von der Größe der Längen-, Flächen- und Körperausdehnungen zu erhalten, muß man ihnen gleichartige und der Größe nach ganz bestimmte Maßeinheiten annehmen. Man nimmt sie von unserem Erdkörper, damit sie uns niemals verloren gehen.

Man denkt sich nämlich jeden Grad des Aequators in 15 gleiche Theile getheilt, die man Meilen nennt, jede Meile in 2000 gleiche Theile, welche Ruthen (°) heißen, macht von ihnen 10 oder 12 theilige Unterabtheilungen (für Geometer und für Handwerker) mit den Namen Fuße (′), Zolle (″), Linien oder Striche (‴) und Skrupel (⁗) und bekommt so die Dezimal- oder Duodezimalmaße.

Eine geographische Meile enthält demnach 20,000 geometrische und 24,000 Werkfuße. Auf den Landstraßen sind die Meilen in Hundertel getheilt, so daß ein Nummerstein von dem nächsten immer eine Entfernung von 20 Ruthen oder 200 Fuß der geometrischen oder Dezimal-Eintheilung enthält.

In Frankreich hat man den 10millionsten Theil des Quadranten eines Erdmeridians als Längeneinheit genommen und nannte ihn Meter. Für die weitere Eintheilung hat man aber nur die sehr zweckmäßige Dezimaleintheilung gewählt, so daß ein Meter 10 Dezimeter, 100 Zentimeter, 1000 Millimeter enthält.

1 Meter ist = 3,168 rhl. Fuß; 1 Dezimeter = 3,823 rhl. Zoll;

1 Zentimeter = 4,588 rhl. Linien; 1 Millimeter = 0,4588 rhl. Linien; 1 preußischer Fuß ist gleich 0,313853 Meter.

Um eine Vorstellung von der Größe der Flächen zu erhalten, nimmt man das seiner Form und Größe nach so leicht erkennbare Quadrat als Maßeinheit an und hat somit Quadratmeilen, Quadratruthen, Quadratmeter u. s. w. je nach der Größe der Seiten für die Quadrate.

Eine Quadratmeile enthält 2000 . 2000 oder 4 Millionen Quadratruthen; eine Ruthe 10 . 10 = 100 oder 12 . 12 = 144 Quadratfuße, jenachdem man geometrisches oder Werkmaß hat. Darnach erklärt sich auch die oben gegebene Benennung Quadratzahl.

Für die Körperausdehnungen nimmt man den Würfel als Maß an, weil seine ganze Größe und Gestalt sich schon aus einer seiner Kanten ergibt und man hat somit Kubikmeilen, Kubikzolle, Kubikmeter u. s. w., je nach den Kanten der Würfel.

Eine Kubikruthe enthält 10 . 10 . 10 = 1000 Kubikfuße des geometrischen oder 12 . 12 . 12 = 1728 Kubikfuße des Werkmaßes.

Ueber andere Maße folgt das Nöthige in den betreffenden Abschnitten.
