



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der Schattenkonstruktion

Janke, Alphons

Köln a. Rh., 1902

2. Kapitel : Die Konstruktion der Schlagschatten auf die
Projektionsebenen.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76011](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76011)

Erster Abschnitt.

Die Konstruktion der Schlag- und Kernschatten.

1. Kapitel.

Richtung und Neigungswinkel der Lichtstrahlen. (Taf. 1.)

Man ist übereingekommen, bei der Konstruktion der Schatten in technischen Zeichnungen die Lichtstrahlen parallel zur Richtung einer körperlichen Diagonale eines Würfels zu nehmen. Dieser Würfel, Fig. 3, wird zu den Projektionsebenen so gelegt, daß seine Kanten entsprechend parallel zu den Projektionsachsen gerichtet sind; alsdann wählt man als Lichtstrahlrichtung L die Diagonale, welche die vordere, obere, linke Würfecke V_{01} mit der hinteren, unteren, rechten H_{0r} verbindet. Der Lichteinfall erfolgt von oben nach unten und von links nach rechts. Die Projektionen l_1 , l_2 und l_3 dieses Lichtstrahles L zeigen sich auf den drei Ebenen als 45° Linien zu den Achsen. Fig. 4 giebt die geometrische, Fig. 3 die isometrische Darstellung der Lichtstrahlen an.

Wie die Projektionen l_1 , l_2 und l_3 des Lichtstrahles L mit den Achsen gleiche Winkel einschließen, so sind auch die Neigungswinkel γ des räumlichen Lichtstrahles L zu den drei Projektionsebenen unter sich gleich. Diese Neigungswinkel γ betragen jedoch nicht 45° , sondern nur ungefähr $35\frac{1}{2}^\circ$. Die Bestimmung des Neigungswinkels γ erfolgt durch Umlappung in Fig. 5 oder durch Drehung in Fig. 6; die schraffierten Dreiecke enthalten gegenüber ihrer kleineren Kathete den Winkel γ .

2. Kapitel.

Die Konstruktion der Schlagschatten auf die Projektionsebenen.

a) Schlagschatten von Punkten. (Taf. 2.)

Ist nach Fig. 7 der Schlagschatten eines Punktes p zu suchen, so legt man sich durch denselben einen Lichtstrahl l ; der erste Durchgangspunkt s des Lichtstrahles mit einer der beiden Projektionsebenen ist der Schatten des Punktes p . Der

Schatten s_1 befindet sich in Fig. 7a auf dem Fußboden, weil der Punkt dem Fußboden näher als der Vorderwand liegt, im anderen Fall, Fig. 7b, wird der Schatten in die Vorderwand geworfen. Hat der Punkt p (Fig. 7c), von beiden Projektionsebenen gleichen Abstand, so kommt sein Schatten s in die Projektionsachse zu liegen.

b) Schlagschatten von Linien. (Taf. 2.)

Ohne weiteres erkennt man, daß der Schatten einer geraden Linie auf eine Ebene im allgemeinen wiederum eine Gerade ist.

In den Beispielen auf Tafel 2 ist der Schatten kräftig ausgezogen und an seinen Endpunkten durchgängig mit a und b bezeichnet, zum Unterschied von den Projektionen der Linien, die mit a , b , bzw. a'' , b'' , oder a''' , b''' , benannt sind.

Befindet sich die Schatten werfende Linie zwischen zwei Ebenen, dem Grundriß und dem Aufriß, so sind hinsichtlich des Schattens zwei Möglichkeiten vorhanden:

- 1) Der Schatten ab liegt nur in einer Projektionsebene (Fig. 8a und b, 9a, 10, 11 und 13).
- 2) Der Schatten ab liegt in den beiden Projektionsebenen (Fig. 8c, 9b und c, 12, 14 und 15).

Die Lösung beim ersten Fall besteht einfach darin, daß man von den beiden Endpunkten die Schatten a und b konstruiert, deren gerade Verbindungslinie der Schatten ab ist.

Im zweiten Falle hat der Schatten ab in der Projektionsachse einen Knickpunkt k , der mit den Schatten a und b der beiden Endpunkte verbunden, die Schattenlinie akb ergibt.

Die gerade Verbindungslinie ab der Schatten der Endpunkte, z. B. in Fig. 8c, ist nicht der Schlagschatten der Geraden ab , sondern eine Linie ohne jede projektive Bedeutung.

Lotrechte Linien. (Fig. 8.) Regel: Der Schatten von lotrechten Linien hat im Grundriß die 45° Richtung der Lichtstrahlen und ist im Aufriß senkrecht zur Projektionsachse gerichtet.

Der Knickpunkt k , Fig. 8c, ergibt sich hiernach ohne weiteres.

Linien, senkrecht zum Aufriß. (Fig. 9.) Regel: Der Schatten von Linien, die senkrecht zum Aufriß stehen, hat im Aufriß die 45° Richtung der Lichtstrahlen und ist im Grundriß senkrecht zur Projektionsachse gerichtet.

Der Knickpunkt k , Fig. 9b und c, ergibt sich hiernach ohne weiteres.

Linien, parallel zur Projektionsachse. (Fig. 10.) Regel: Die Schatten von Linien, die parallel zur Projektionsachse liegen, haben Schatten, welche parallel mit dieser Achse verlaufen.

Etwas allgemeiner ist nach Fig. 11 und 12 folgende Regel: Linien, die parallel zu einer Projektionsebene liegen, haben in dieser Ebene einen Schatten, welcher parallel der entsprechenden Projektion ist.

Liegt z. B. die Linie parallel zum Grundriß, Fig. 11a, so ist ihr Schatten ab im Grundriß parallel zur Grundrißprojektion a , b .

Der Knickpunkt k wird hierbei am einfachsten erhalten als Schnittpunkt der zur Projektion parallelen Schattenlinie mit der Projektionsachse. (Fig. 12a.)

Linien, schräg zu beiden Projektionsebenen. (Fig. 13 und 14.) Regel: Der Schatten von Linien, welche zu beiden Projektionsebenen schräg liegen, ist zu keiner ihrer Projektionen parallel.

Der Knickpunkt k wird am einfachsten erhalten unter Benutzung des zweiten Durchgangspunktes. Soll z. B. in Fig. 14a der Schatten $a k b$ der Linie $a b$ konstruiert werden, so sucht man zunächst die Schatten a und b der beiden Endpunkte und hierauf den Durchgangspunkt s , des Lichtstrahles von b mit dem hinteren Grundriß. Die Gerade $a s$, ist dann der Schatten der ganzen Linie auf dem Grundriß und schneidet die Projektionsachse in dem Knickpunkt k . In Fig. 14b ist zu demselben Zwecke der Durchgangspunkt $s_{,,}$ mit dem unteren Aufriß ermittelt.

Aus der Projektionslehre ist bekannt, daß durch zwei vollständig bekannte Projektionen eines Gegenstandes sich dessen dritte Projektion unzweifelhaft ergibt. Mit anderen Worten: durch die beiden Aufrisse ist der Grundriß, durch Grund- und Vorderriß ist der Seitenriß und endlich durch den Grund- und Seitenriß ist der Vorderriß gegeben. Hiervon wird vielfach im praktischen Konstruieren der Schlagschatten mit Nutzen Gebrauch gemacht.

In Fig. 15 ist eine Gerade in ihren drei Projektionen gezeichnet, ihr Schatten $a k b$ soll konstruiert werden. Derselbe ergibt sich nach dem bisher angewendeten Verfahren aus Grund- und Vorderriß oder unter Benutzung des Seitenrisses. In dem Seitenriß sind nach Maßgabe der Fig. 4 die dritten Projektionen der Lichtstrahlen eingezeichnet. Der Schattenpunkt a z. B. kann gefunden werden entweder durch den Lichtstrahl aus $a_{,,}$ und a , oder durch den Lichtstrahl aus $a_{,,}$ und $a_{,,}$. Die Projektionen k , und $k_{,,}$ des Knickpunktes k sind unmittelbar aus dem Seitenriß abzuleiten. Da sich nämlich dieser Punkt k in dem Seitenriß im Achsenschnitt O projiziert, ist der Schnitt des Lichtstrahles aus O mit $a_{,,}$ $b_{,,}$ die dritte Projektion $k_{,,}$ des Knickpunktes, aus welcher sich weiter die beiden anderen k , und $k_{,,}$ ergeben.

Der Schatten $a z b$ einer krummen Linie ist im allgemeinen ebenfalls eine Kurve. Man erhält ihn meistens, indem man nicht nur von den beiden Endpunkten a und b , sondern von möglichst vielen Zwischenpunkten z den Schatten konstruiert und die so gefundenen Punkte sinngemäß miteinander verbindet (Fig. 18). In vielen Fällen werden aber auch hier Vereinfachungen der Konstruktion möglich sein. Die Kurven in Fig. 16 liegen zu einer Projektionsebene parallel und ist ihr Schatten deshalb, wie die Figuren erkennen lassen, der entsprechenden Projektion parallel. Ist die Kurve ein Kreisbogen, welcher parallel mit einer Projektionsebene verläuft, z. B. mit dem Fußboden, Fig. 16b, so kann die Konstruktion des Schattens mittels Zwischenpunkten unterbleiben. Durch den Schatten der Endpunkte a und b , sowie des Mittelpunktes m ist mit Hilfe des Zirkels der Schattenbogen $a b$ konstruierbar.

Wie in Fig. 15, ist auch bei einer Kurve in Fig. 17 der Schatten unter Verwendung der dritten Projektion ermittelt und der hier vorkommende Knickpunkt k durch den Lichtstrahl $O k_{,,}$ direkt zu finden.

c) Schlagschatten von ebenen Figuren. (Taf. 3.)

In den Beispielen auf Tafel 3 ist der Schatten der Figuren schraffiert und, wenigstens bei den geradlinig begrenzten Figuren, mit a , b u. s. w. bezeichnet, während die Projektionen der Figuren nicht schraffiert und mit a , b , u. s. w. benannt sind.

Die Konstruktion dieser Schatten beruht auf der Wiederholung der Konstruktion der Schatten von Punkten und Linien. Fallen die Schatten der beiden Endpunkte irgend einer Seite der Figur in dieselbe Projektionsebene, so ist der Schatten dieser Seite die gerade Verbindungslinie der Schatten der beiden Endpunkte, z. B. $a b$ in Fig. 19b. Kommen dagegen die Schatten der beiden Endpunkte irgend einer Seite

der Figur in verschiedene Projektionsebenen, so ist der Schatten dieser Seite geknickt und der Knickpunkt k nach einem der angegebenen Verfahren zu finden; siehe z. B. Fig. 19b bei der Seite $a c$.

Ohne weiteres ergibt sich die Regel: Liegt eine ebene Figur parallel zu einer Projektionsebene, so ist ihr Schatten auf dieser Ebene parallel zu der entsprechenden Projektion. Es ist z. B. in Fig. 19b das Quadrat parallel zum Vorderriß, und demnach der Schatten $abkk$ im Vorderriß parallel zu a, b, c, d .

Ist die ebene Figur ein Kreis, wie in Fig. 23 und 24, so ist der Schatten desselben ein Kreis in der Projektionsebene, zu welcher er parallel liegt, in der anderen dagegen eine Ellipse.

d) Lichtstrahl-Flächen; Schnitte projizierender Lichtstrahlebenen. (Taf. 4 und 5.)

Lichtstrahlflächen. Die sämtlichen Lichtstrahlen L , welche bei einer Geraden AB den Schatten hervorrufen, bilden eine Lichtstrahlebene, siehe Fig. 25a, b und c. Der Schnitt dieser Lichtstrahlebene mit einer oder beiden Projektionsebenen ist der Schatten der Geraden AB . Steht die schattenwerfende Gerade AB senkrecht zu einer Projektionsebene, so steht die Lichtstrahlebene zu dieser Ebene ebenfalls senkrecht und ist demnach eine sogen. projizierende Lichtstrahlebene. So ist in Fig. 25a die Lichtstrahlebene zum Grundriß und in Fig. 25b zum Aufriß projizierend.

Ist die schattenwerfende Linie eine Kurve, z. B. ein Kreis, wie in Fig. 25d, so bilden die sämtlichen Lichtstrahlen, welche den Schatten der Kurve entstehen lassen, eine cylindrische Lichtstrahlfläche, deren Schnitt mit einer oder beiden Projektionsebenen der Schatten der Kurve ist.

Man ersieht auch hieraus wieder, daß die Schattenkonstruktion auf der Lehre der Durchdringung beruht, und welche Ähnlichkeit sie mit der schiefen Projektion hat.

Zu den auf den Tafeln 2 und 3 dargestellten Schatten von Punkten, Linien und ebenen Figuren treten noch einige besondere Fälle, die hier aufgeführt werden mögen.

1) Fällt eine Gerade mit der Lichtstrahlrichtung zusammen, so ist ihr Schatten ein Punkt. Fig. 26a und b.

2) Fällt eine Gerade mit einer projizierenden Lichtstrahlebene zusammen, so ist ihr Schatten, sofern er auf beide Projektionsebenen zu liegen kommt, eine gebrochene Linie, deren Teile Winkel von 90° bzw. 45° mit der Projektionsachse einschließen. Fig. 26c und d. Es entsteht also derselbe Schatten wie in Fig. 8c bzw. 9b.

3) Fällt eine ebene Figur mit einer projizierenden Lichtstrahlebene zusammen, so ist ihr Schatten, sofern er auf beide Projektionsebenen zu liegen kommt, eine gebrochene Gerade, deren Teile Winkel von 90° bzw. 45° mit der Projektionsachse einschließen. Fig. 26e und f. Es entsteht also derselbe Schatten wie in Fig. 26c und d, als auch wie in Fig. 8c bzw. 9b.

Das über die Lichtstrahlflächen von Linien Gesagte kommt selbstverständlich auch vor, wenn der schattenwerfende Gegenstand ein Körper ist.

Sind bei einem Körper, Fig. 27a, sämtliche schattenwerfende Kanten gerade Linien, so bilden ihre Lichtstrahlebenen ein Prisma, dessen Durchschnitt mit den Projektionsebenen der Schatten des Körpers ist.

Bei einem Cylinder, Fig. 27b, berühren die Lichtstrahlen dessen Mantelfläche in zwei Mantellinien AC und BD , bilden also zwei Lichtstrahlebenen $ACIa$ und

BD II b, während die Lichtstrahlen, die durch den rechten, oberen Bogen AB hindurchgehen, eine cylindrische Lichtstrahlfläche ABba erzeugen. Die beiden Mantellinien AC und BD, in welchen der Cylinder von den Lichtstrahlen berührt wird, sind seine Kernschattenlinien, und sind deren Schlagshatten CI und DII bezw. Ia und II b unter sich bezüglich parallel.

Der Kegel in Fig. 27c wird von den Lichtstrahlen in zwei Mantellinien AS und BS berührt. Es entstehen dadurch zwei Lichtstrahlebenen, ASI_s und BSI_s. Die beiden Mantellinien AS und BS bilden den Kernschatten des Kegels, und sind deren Schlagshatten AI und BI, bezw. Is_s und IIs_s, unter sich nicht parallel. Sie schneiden sich in s, bezw. in s_s; dieses sind die Durchgangspunkte des Lichtstrahls von der Spitze S mit dem Grundriß, bezw. Aufriß.

Schnitte projizierender Lichtstrahlebenen. Um zu erkennen, welche Flächen eines Körpers beleuchtet sind, und welche sich im Schatten befinden, legt man am einfachsten durch den Körper eine projizierende Lichtstrahlebene zum Grundriß. Die Grundrißspur dieser lotrechten Lichtstrahlebene fällt mit dem Lichtstrahlgrundriß l, zusammen. Fig. 28 bis 30.

Der Schnitt der projizierenden Lichtstrahlebene mit dem Körper ist in den Figuren auf der Tafel 5 durch Schraffur hervorgehoben.

In Fig. 28a wird das vierseitige Prisma durch die lotrechte Lichtstrahlebene in dem Viereck 1·2·3·4 geschnitten. Aus dem Aufriß dieses Viereckes und den Lichtstrahlen l_s ersieht man, daß dieselben die Seiten 1·4 und 1·2 beleuchten, weshalb auch die entsprechenden Seitenflächen des Prismas beleuchtet sind. Die Seiten 2·3 und 3·4 werden von den Lichtstrahlen l_s nicht getroffen, liegen also, wie auch die zugehörigen Seitenflächen, im Schatten. Ferner erkennt man, daß die Punkte 2 und 4, als auch die durch sie hindurchgehenden Seitenkanten, Schatten werfen müssen. Die in Fig. 28b und c gezeichneten Prismen stehen im Grundriß auf, und können aus diesem Grund ihre Aufstandsflächen keine Schatten werfen.

Der Schnitt des Prismas in Fig. 28b mit der projizierenden Lichtstrahlebene ist ein Dreieck, dessen eine Seite 2·3 mit der Richtung der Lichtstrahlen l_s zusammenfällt. Diese Seite 2·3, wie auch die entsprechende Seitenfläche des Prismas liegen in der Richtung der Lichtstrahlen, befinden sich also im Streiflicht.

Bei dem Prisma in Fig. 28c ergibt sich aus dem Schnittdreieck 1·2·3, daß die Seiten 1·2 und 2·3, als auch demnach die entsprechenden, oberen Seitenflächen des Prismas beleuchtet sind. Der kleinere Schnitt 4·5·6·7 durch das Prisma ist so gewählt, daß die eine seiner Ecken 6 auf der rechten oberen Seite des hinteren Dreiecks liegt. Da nun der Punkt 6 Schatten wirft, so gilt dies auch von der Dreiecksseite des Prismas, auf welcher er sich befindet.

In ganz ähnlicher Weise kann das eben angedeutete Verfahren auch bei anderen Körpern benutzt werden.

Soll bei dem Cylinder in Fig. 29 erörtert werden, in welcher Beziehung seine Mantelfläche zu den Lichtstrahlen steht, so wird durch ihn wiederum eine lotrechte Lichtstrahlebene gelegt. Der Schnitt dieser Ebene mit dem Cylinder ist eine Ellipse, die sich im Aufriß als Kreis projiziert. Dieser Kreis wird von den Lichtstrahlaufrissen l_s in den beiden Punkte b₂ berührt und demnach auch der Cylinder. Durch die Punkte b₂ sind die Mantellinien des Cylinders bestimmt, die im Kernschatten liegen. Der Teil b₂ h b₂ des Cylindermantels liegt lichtzugewendet, ist also hell, der andere Teil b₂ d b₂ ist lichtabgewendet, also dunkel.

Von der in Fig. 30 gezeichneten Kugel ist klarzulegen, in welcher Beziehung die Lichtstrahlen, die sich nach l_1 projizieren, zur Kugeloberfläche stehen. Es wird zu diesem Behuf durch l_1 eine lotrechte Lichtstrahlebene gelegt. Dieselbe schneidet die Kugel in einem Kreis, welcher sich im Aufriß als die anschriffierte Ellipse darstellt. Die Lichtstrahlaufrisse l_2 berühren die Ellipse in den beiden Punkten b_2 und demnach auch die Kugel. Beide Punkte sind Kernschattenpunkte der Kugel.

Die genaue Ermittlung der Punkte b_2 hängt besonders von der genauen Zeichnung der Schnittellipse ab. Sicherer und schneller können die Berührungspunkte b durch folgendes Verfahren bestimmt werden. Man nimmt zu der lotrechten Lichtstrahlebene durch l_1 (Fig. 30) eine parallele Ebene an, welche den Grundriß in der Achse GG schneidet. Auf diese neue, dritte Projektionsebene projiziert man sodann den Schnittkreis der Kugel mit der lotrechten Lichtstrahlebene, als auch die Lichtstrahlen selbst. Darauf dreht man die neue Projektionsebene mit dem auf ihr befindlichen Schnittkreis und den Lichtstrahlaufrissen l_3 um die Achse GG so lang, bis sie in den Grundriß zu liegen kommt. Die Lichtstrahlen l_3 ergeben die Berührungspunkte b_3 mit dem, in der Figur unten rechts befindlichen, anschriffierten Schnittkreis. Durch Zurückdrehen und weiteres Projizieren erhält man dann die Punkte b_1 und b_2 .

Bezüglich der Projektionen auf der neuen Projektionsebene ist zu bemerken, daß der Mittelpunkt m_3 des Schnittkreises dieselbe Höhenlage hat, wie der Kugelmittelpunkt m_2 ; ferner, daß die Lichtstrahlen l_3 mit der Achse GG keine Winkel von 45° , sondern den Neigungswinkel γ der Lichtstrahlen einschließen. Die Berührungspunkte b_3 befinden sich auf den wagerechten Kugelkreisen P_u und P_o , die ihrerseits parallel zum Kugeläquator AA liegen.

Nach Fig. 31 ist dieselbe Aufgabe mit einer Kugel gelöst durch eine projizierende Lichtstrahlebene zum Aufriß, die durch l_2 geht. Die Lösung ist ähnlich der eben besprochenen eine doppelte. Die Berührungspunkte b_1 ergeben sich aus den Lichtstrahlen l_1 und der Schnittellipse, oder aus den Lichtstrahlen l_3 und dem Schnittkreis.

e) Schlag- und Kernschatten von Körpern. (Taf. 6 bis 8.)

Der Schlagshadow der auf den Tafeln 6 bis 8 dargestellten Körper ist parallel zur Projektionsachse, der sichtbare, im Schatten liegende Teil der Körper dagegen senkrecht zu dieser Achse schraffiert.

Prisma, Cylinder, Pyramide und Kegel. Die Konstruktion der Schatten von Körpern ist, wenn dieselben selbst einfache sind und eine einfache Lage zu den Projektionsebenen haben, wie es in den praktischen Anwendungen meistens der Fall ist, ohne sonderliche Schwierigkeiten. Man überlege, welche Kanten von den Körpern Schatten werfen können und erhält mit Konstruktion der Schatten dieser Kanten den Schlagshadow des Körpers. Z. B. in Fig. 32 ersieht man sofort aus dem Grundriß, daß die Flächen I-II-1-2, II-III-2-3 und 1-2-3-4 des Würfels beleuchtet sind und demnach die Kanten I-1, 1-4, 4-3 und 3-III schattenwerfend sind. Der Schlagshadow des Würfels ist das Vieleck I-k-s₁-s₄-k-s₃-III-IV-I.

Bei dem Cylinder in Fig. 36a wird der Schlagshadow erzeugt durch die beiden Mantellinien I-1, 5-V und den Kreisbogen 1-2-3-4-5. Der Schlagshadow des Cylinders in Fig. 36b entsteht durch den Schatten der beiden Mantellinien I-1, 5-V, des hinteren Kreisbogens I-VIII-VII-VI-V und des vorderen Kreisbogens 1-2-3-4-5. Nach Fig. 37 ist der Schlagshadow eines Cylinders mit Hilfe des Seitenrisses gefunden.

Der Schlagshadow der Pyramide in Fig. 38 ist derselbe wie der des Dreiecks

1 · s · 3. Die Knickpunkte k_1 und k_2 werden am sichersten erhalten, indem man sich den Schatten s'_s der Spitze s auf den verlängerten Grundriß konstruiert; sie sind dann der Schnitt der Schatten $1s'_s$ und $3s'_s$ mit der Projektionsachse.

Der Schatten des Kegels in Fig. 39 wird erhalten, indem zuerst der Schlag Schatten s'_s der Spitze s auf dem verlängerten Grundriß gesucht wird. Hierauf zieht man von s'_s die Tangente $1s'_s$ und $r's'_s$ an den Grundrißkreis des Kegels und erhält damit die Berührungspunkte l und r . Die Verbindungslinien von l bezw. r mit s , sind Mantellinien und zugleich der Kernschatten des Kegels. Der Schlag Schatten des letzteren ist der des Dreiecks $1s, r$.

Der Winkel β , welchen die Grundrisse der Kernschattenlinien einschließen, hängt ab von dem Spitzwinkel α des Kegels bei s ,, er kann nie 180° sein, sondern ist immer kleiner. In den beiden Punkten l und r , können nicht, wie bei dem Cylinder z. B. in Fig. 36 a an I und V Tangenten an den Grundkreis gezogen werden, welche mit den Grundrisse der Lichtstrahlen zusammenfallen. Stellt man sich vor, die Spitze des Kegels in Fig. 39 sänte nach und nach tiefer, so würden sich gleichzeitig die Punkte r und l nähern und schließlich einmal zusammenfallen. Ein Kegel, bei welchem dies zutrifft, ist in Fig. 40 a gezeichnet, derselbe hat nur eine Kernschattenlinie s, s_s . Sinkt die Spitze des Kegels noch tiefer, (Fig. 40 b) so ist überhaupt ein Kernschatten nicht mehr möglich, und wird die gesamte Mantelfläche des Kegels beleuchtet.

Die Konstruktion des Schattens eines Kegels, welcher nicht im Grundriß aufsteht, ist aus Fig. 41 zu ersehen. Zur Erhaltung der Kernschattenpunkte wird vom Grundkreis des Kegels der Schatten auf den Grundriß konstruiert.

Kugel. Wie der Schlag Schatten beim Cylinder und Kegel aus ihrem Kernschatten gefunden wird, so ist es auch bei der Kugel. Der Konstruktion des Kernschattens der Kugel liegt folgende Betrachtung zu Grunde. Die Lichtstrahlen, welche den Kernschatten erzeugen, bilden in ihrer Gesamtheit einen Cylinder. Dieser sogen. Lichtstrahlcylinder berührt mit seinem Normalkreis die Kugel in einem größten Kreis, welcher der Kernschatten ist. Da nun der Lichtstrahlcylinder zu beiden Projektionsebenen schräg steht, so stellt sich der Kernschatten im Auf- und Grundriß als Ellipse dar.

Die Konstruktion auf Tafel 7 wird zurückgeführt auf den Fall in Fig. 30. Man bildet von der Kugel und dem Lichtstrahlcylinder eine neue dritte Projektion. Dieselbe befindet sich auf einer Projektionsebene, welche parallel zum Lichtstrahlgrundriß l_1 gerichtet ist und senkrecht zum Grundriß steht. Der Schnitt der neuen Projektionsebene mit dem Grundriß ist die Gerade $G G$. Um diese Gerade wird nun die neue Projektionsebene mit der auf ihr befindlichen Projektion der Kugel und des Lichtstrahlcylinders gedreht, bis sie in den Grundriß zu liegen kommt, siehe Fig. 44. Der Lichtstrahlcylinder bildet mit seiner, durch den Kugelmittelpunkt m_3 gehenden Achse L und der Achse $G G$ den Neigungswinkel γ der Lichtstrahlen. Der Berührungskreis von Kugel und Lichtstrahlcylinder ist die Gerade $1 \cdot m_3 \cdot 5$.

Die Punkte 1 und 5 dieses Kreises kommen in dem Grundriß Fig. 43 auf die projizierende Lichtstrahlebene, die durch l_1 geht, zu liegen. Auf dem Äquator $A A$, Fig. 44, befinden sich die Kreispunkte 3 und 7 , die sich im Grundriß ebenfalls auf dem Äquator projizieren müssen. Soll nun weiter von einem beliebigen Kreispunkt, z. B. 8 , auf $1 \cdot m_3 \cdot 5$ liegend, der Grundriß gewonnen werden, so geschieht dies, indem man durch ihn einen wagerechten Parallellkreis P_n legt. Genannter Kreis erscheint im Grundriß in seiner wahren Größe und wird auf ihm durch das Ziehen der Senkrechten $8 \cdot 8$ zur Achse $G G$ der Grundrißpunkt 8 gefunden. Auf diese Weise

können im Grundriß Fig. 43 so viel Ellipsenpunkte gefunden werden, als zum genauen Zeichnen dieser Kurve erforderlich ist.

Die gewonnenen Grundrißpunkte der Ellipse in Fig. 43 werden in dem Aufriß Fig. 42 mit Hilfe der Ordinaten und Parallelkreise P konstruiert.

Man sieht aus den Figuren, daß die beiden Kernschatten-Ellipsen im Grund- und Aufriß kongruent sind. Ihre großen Achsen sind $3 \cdot 7$ bzw. $g \cdot g$, ihre kleinen die Linien $1 \cdot 5$ bzw. $k \cdot k$. Die tiefsten und höchsten Punkte 1 und 5 des Kernschattens bestimmen sich im Aufriß durch die Parallelkreise P_t und P_h , deren Entfernung b vom Äquator AA aus Fig. 44 zu entnehmen ist.

Nachdem die Projektionen des Kernschattens gefunden sind, ist der Schlagschatten der Kugel zu konstruieren. Derselbe ist der Schlagschatten der Kernschattenellipsen. Die Konstruktion der Schlagschatten-Ellipsen ist aus der Figur zu ersehen.

Ring, Fig. 45. Die Kernschattenpunkte s und σ , die ein beliebiger Lichtstrahl l auf der Ringfläche hervorruft, sind die Berührungspunkte dieses Lichtstrahles mit der Ringfläche. Zur Konstruktion dieser Punkte kann durch den Lichtstrahlgrundriß l_1 eine projizierende Lichtstrahlebene gelegt werden, deren Schnitt mit der Ringfläche im Aufriß durch Schraffur hervorgehoben ist. Die Berührungspunkte der Lichtstrahlrichtungen l_2 an diese Schnittfigur sind die Aufrisse s'' und σ'' , der gesuchten Kernschattenpunkte, ihre Grundrisse s_1 und σ_1 liegen auf l_1 . Durch mehrfaches Wiederholen dieses Verfahrens können die Kernschattenkurven gezeichnet werden.

Einfacher und genauer findet man den Kernschatten beim Ring mit Hilfe des Kernschattens einer Kugel nach Tafel 8. Den Ring (Fig. 46 und 47) kann man sich entstanden denken durch eine Kugel, deren Mittelpunkt sich auf dem Kreis m_1, m_2, \dots, m_8 bewegt. An die rotierende Kugel ist der Kernschatten konstruiert worden, ihr Grund- und Aufriß sind in Fig. 48 und 49 dargestellt. Von der rotierenden Kugel sind in dem Grundriß des Ringes (Fig. 47) acht Lagen gezeichnet. In jeder Lage berührt sich die Kugel mit der Ringfläche in einem lotrechten Meridiankreis. Sie haben also in jeder Lage einen Meridiankreis gemeinsam und ebenso die auf diesem Kreis befindlichen Kernschattenpunkte. Da nun aus Fig. 48, dem Grundriß der Kugel, bekannt ist, wo die Kernschattenpunkte eines jeden Meridianes liegen, können diese Punkte ohne weiteres nach Fig. 47, dem Grundriß des Ringes übertragen werden. So entspricht z. B. der Ringmeridian $2M6$ dem Kugelmeridian $2m6$, von welchem letzterem die Kernschattenpunkte 2 und 6 sind. Beide Punkte 2 und 6 haben gleiche Entfernung von m , dieselbe wird in Fig. 47 von m_2 , bzw. m_8 radial nach 2 und II, bzw. VI und 6 abgetragen, womit 4 Kernschattenpunkte des Ringes erhalten werden.

Der Ring wird von den Lichtstrahlen in einer äußeren und einer inneren Kernschattenkurve berührt. Die erstere ist mit arabischen, die andere mit römischen Zahlen bezeichnet.

Mit Hilfe des Kugelaufrißes Fig. 49 ist man nun imstande, auch den Aufriß der Kernschattenkurven des Ringes in Fig. 46 zu finden. Den Abstand, den die Kernschattenpunkte der Kugel von ihrer Äquatorebene AA haben, besitzen auch die entsprechenden Punkte der Kernschattenlinie des Ringes von der Äquatorebene AA des letzteren.

Die Konstruktion des Schlagschattens ist auf der Tafel mit angegeben.