



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Lehrbuch der Schattenkonstruktion**

**Janke, Alphons**

**Köln a. Rh., 1902**

d) Lichtstrahl-Flächen - Schnitte projizierender Lichtstrahlebenen.

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76011](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76011)

der Figur in verschiedene Projektionsebenen, so ist der Schatten dieser Seite geknickt und der Knickpunkt  $k$  nach einem der angegebenen Verfahren zu finden; siehe z. B. Fig. 19b bei der Seite  $a c$ .

Ohne weiteres ergibt sich die Regel: Liegt eine ebene Figur parallel zu einer Projektionsebene, so ist ihr Schatten auf dieser Ebene parallel zu der entsprechenden Projektion. Es ist z. B. in Fig. 19b das Quadrat parallel zum Vorderriß, und demnach der Schatten  $abkk$  im Vorderriß parallel zu  $a, b, c, d$ .

Ist die ebene Figur ein Kreis, wie in Fig. 23 und 24, so ist der Schatten desselben ein Kreis in der Projektionsebene, zu welcher er parallel liegt, in der anderen dagegen eine Ellipse.

#### d) Lichtstrahl-Flächen; Schnitte projizierender Lichtstrahlebenen. (Taf. 4 und 5.)

Lichtstrahlflächen. Die sämtlichen Lichtstrahlen  $L$ , welche bei einer Geraden  $AB$  den Schatten hervorrufen, bilden eine Lichtstrahlebene, siehe Fig. 25a, b und c. Der Schnitt dieser Lichtstrahlebene mit einer oder beiden Projektionsebenen ist der Schatten der Geraden  $AB$ . Steht die schattenwerfende Gerade  $AB$  senkrecht zu einer Projektionsebene, so steht die Lichtstrahlebene zu dieser Ebene ebenfalls senkrecht und ist demnach eine sogen. projizierende Lichtstrahlebene. So ist in Fig. 25a die Lichtstrahlebene zum Grundriß und in Fig. 25b zum Aufriß projizierend.

Ist die schattenwerfende Linie eine Kurve, z. B. ein Kreis, wie in Fig. 25d, so bilden die sämtlichen Lichtstrahlen, welche den Schatten der Kurve entstehen lassen, eine cylindrische Lichtstrahlfläche, deren Schnitt mit einer oder beiden Projektionsebenen der Schatten der Kurve ist.

Man ersieht auch hieraus wieder, daß die Schattenkonstruktion auf der Lehre der Durchdringung beruht, und welche Ähnlichkeit sie mit der schiefen Projektion hat.

Zu den auf den Tafeln 2 und 3 dargestellten Schatten von Punkten, Linien und ebenen Figuren treten noch einige besondere Fälle, die hier aufgeführt werden mögen.

1) Fällt eine Gerade mit der Lichtstrahlrichtung zusammen, so ist ihr Schatten ein Punkt. Fig. 26a und b.

2) Fällt eine Gerade mit einer projizierenden Lichtstrahlebene zusammen, so ist ihr Schatten, sofern er auf beide Projektionsebenen zu liegen kommt, eine gebrochene Linie, deren Teile Winkel von  $90^\circ$  bzw.  $45^\circ$  mit der Projektionsachse einschließen. Fig. 26c und d. Es entsteht also derselbe Schatten wie in Fig. 8c bzw. 9b.

3) Fällt eine ebene Figur mit einer projizierenden Lichtstrahlebene zusammen, so ist ihr Schatten, sofern er auf beide Projektionsebenen zu liegen kommt, eine gebrochene Gerade, deren Teile Winkel von  $90^\circ$  bzw.  $45^\circ$  mit der Projektionsachse einschließen. Fig. 26e und f. Es entsteht also derselbe Schatten wie in Fig. 26c und d, als auch wie in Fig. 8c bzw. 9b.

Das über die Lichtstrahlflächen von Linien Gesagte kommt selbstverständlich auch vor, wenn der schattenwerfende Gegenstand ein Körper ist.

Sind bei einem Körper, Fig. 27a, sämtliche schattenwerfende Kanten gerade Linien, so bilden ihre Lichtstrahlebenen ein Prisma, dessen Durchschnitt mit den Projektionsebenen der Schatten des Körpers ist.

Bei einem Cylinder, Fig. 27b, berühren die Lichtstrahlen dessen Mantelfläche in zwei Mantellinien  $AC$  und  $BD$ , bilden also zwei Lichtstrahlebenen  $ACIa$  und



BD II b, während die Lichtstrahlen, die durch den rechten, oberen Bogen AB hindurchgehen, eine cylindrische Lichtstrahlfläche ABba erzeugen. Die beiden Mantellinien AC und BD, in welchen der Cylinder von den Lichtstrahlen berührt wird, sind seine Kernschattenlinien, und sind deren Schlagshatten CI und DII bezw. Ia und II b unter sich bezüglich parallel.

Der Kegel in Fig. 27c wird von den Lichtstrahlen in zwei Mantellinien AS und BS berührt. Es entstehen dadurch zwei Lichtstrahlebenen, ASI<sub>s</sub> und BSI<sub>s</sub>. Die beiden Mantellinien AS und BS bilden den Kernschatten des Kegels, und sind deren Schlagshatten AI und BI, bezw. Is<sub>s</sub> und IIs<sub>s</sub>, unter sich nicht parallel. Sie schneiden sich in s, bezw. in s<sub>s</sub>; dieses sind die Durchgangspunkte des Lichtstrahls von der Spitze S mit dem Grundriß, bezw. Aufriß.

Schnitte projizierender Lichtstrahlebenen. Um zu erkennen, welche Flächen eines Körpers beleuchtet sind, und welche sich im Schatten befinden, legt man am einfachsten durch den Körper eine projizierende Lichtstrahlebene zum Grundriß. Die Grundrißspur dieser lotrechten Lichtstrahlebene fällt mit dem Lichtstrahlgrundriß l, zusammen. Fig. 28 bis 30.

Der Schnitt der projizierenden Lichtstrahlebene mit dem Körper ist in den Figuren auf der Tafel 5 durch Schraffur hervorgehoben.

In Fig. 28a wird das vierseitige Prisma durch die lotrechte Lichtstrahlebene in dem Viereck 1·2·3·4 geschnitten. Aus dem Aufriß dieses Viereckes und den Lichtstrahlen l<sub>s</sub> ersieht man, daß dieselben die Seiten 1·4 und 1·2 beleuchten, weshalb auch die entsprechenden Seitenflächen des Prismas beleuchtet sind. Die Seiten 2·3 und 3·4 werden von den Lichtstrahlen l<sub>s</sub> nicht getroffen, liegen also, wie auch die zugehörigen Seitenflächen, im Schatten. Ferner erkennt man, daß die Punkte 2 und 4, als auch die durch sie hindurchgehenden Seitenkanten, Schatten werfen müssen. Die in Fig. 28b und c gezeichneten Prismen stehen im Grundriß auf, und können aus diesem Grund ihre Aufstandsflächen keine Schatten werfen.

Der Schnitt des Prismas in Fig. 28b mit der projizierenden Lichtstrahlebene ist ein Dreieck, dessen eine Seite 2·3 mit der Richtung der Lichtstrahlen l<sub>s</sub> zusammenfällt. Diese Seite 2·3, wie auch die entsprechende Seitenfläche des Prismas liegen in der Richtung der Lichtstrahlen, befinden sich also im Streiflicht.

Bei dem Prisma in Fig. 28c ergibt sich aus dem Schnittdreieck 1·2·3, daß die Seiten 1·2 und 2·3, als auch demnach die entsprechenden, oberen Seitenflächen des Prismas beleuchtet sind. Der kleinere Schnitt 4·5·6·7 durch das Prisma ist so gewählt, daß die eine seiner Ecken 6 auf der rechten oberen Seite des hinteren Dreiecks liegt. Da nun der Punkt 6 Schatten wirft, so gilt dies auch von der Dreiecksseite des Prismas, auf welcher er sich befindet.

In ganz ähnlicher Weise kann das eben angedeutete Verfahren auch bei anderen Körpern benutzt werden.

Soll bei dem Cylinder in Fig. 29 erörtert werden, in welcher Beziehung seine Mantelfläche zu den Lichtstrahlen steht, so wird durch ihn wiederum eine lotrechte Lichtstrahlebene gelegt. Der Schnitt dieser Ebene mit dem Cylinder ist eine Ellipse, die sich im Aufriß als Kreis projiziert. Dieser Kreis wird von den Lichtstrahlaufrissen l<sub>s</sub> in den beiden Punkte b<sub>2</sub> berührt und demnach auch der Cylinder. Durch die Punkte b<sub>2</sub> sind die Mantellinien des Cylinders bestimmt, die im Kernschatten liegen. Der Teil b<sub>2</sub> h b<sub>2</sub> des Cylindermantels liegt lichtzugewendet, ist also hell, der andere Teil b<sub>2</sub> d b<sub>2</sub> ist lichtabgewendet, also dunkel.



Von der in Fig. 30 gezeichneten Kugel ist klarzulegen, in welcher Beziehung die Lichtstrahlen, die sich nach  $l_1$  projizieren, zur Kugeloberfläche stehen. Es wird zu diesem Behuf durch  $l_1$  eine lotrechte Lichtstrahlebene gelegt. Dieselbe schneidet die Kugel in einem Kreis, welcher sich im Aufriß als die anschriffierte Ellipse darstellt. Die Lichtstrahlaufrisse  $l_2$  berühren die Ellipse in den beiden Punkten  $b_2$  und demnach auch die Kugel. Beide Punkte sind Kernschattenpunkte der Kugel.

Die genaue Ermittlung der Punkte  $b_2$  hängt besonders von der genauen Zeichnung der Schnittellipse ab. Sicherer und schneller können die Berührungspunkte  $b$  durch folgendes Verfahren bestimmt werden. Man nimmt zu der lotrechten Lichtstrahlebene durch  $l_1$  (Fig. 30) eine parallele Ebene an, welche den Grundriß in der Achse  $GG$  schneidet. Auf diese neue, dritte Projektionsebene projiziert man sodann den Schnittkreis der Kugel mit der lotrechten Lichtstrahlebene, als auch die Lichtstrahlen selbst. Darauf dreht man die neue Projektionsebene mit dem auf ihr befindlichen Schnittkreis und den Lichtstrahlaufrissen  $l_3$  um die Achse  $GG$  so lang, bis sie in den Grundriß zu liegen kommt. Die Lichtstrahlen  $l_3$  ergeben die Berührungspunkte  $b_3$  mit dem, in der Figur unten rechts befindlichen, anschriffierten Schnittkreis. Durch Zurückdrehen und weiteres Projizieren erhält man dann die Punkte  $b_1$  und  $b_2$ .

Bezüglich der Projektionen auf der neuen Projektionsebene ist zu bemerken, daß der Mittelpunkt  $m_3$  des Schnittkreises dieselbe Höhenlage hat, wie der Kugelmittelpunkt  $m_2$ ; ferner, daß die Lichtstrahlen  $l_3$  mit der Achse  $GG$  keine Winkel von  $45^\circ$ , sondern den Neigungswinkel  $\gamma$  der Lichtstrahlen einschließen. Die Berührungspunkte  $b_3$  befinden sich auf den wagerechten Kugelkreisen  $P_u$  und  $P_o$ , die ihrerseits parallel zum Kugeläquator  $AA$  liegen.

Nach Fig. 31 ist dieselbe Aufgabe mit einer Kugel gelöst durch eine projizierende Lichtstrahlebene zum Aufriß, die durch  $l_2$  geht. Die Lösung ist ähnlich der eben besprochenen eine doppelte. Die Berührungspunkte  $b_1$  ergeben sich aus den Lichtstrahlen  $l_1$  und der Schnittellipse, oder aus den Lichtstrahlen  $l_3$  und dem Schnittkreis.

### e) Schlag- und Kernschatten von Körpern. (Taf. 6 bis 8.)

Der Schlagsschatten der auf den Tafeln 6 bis 8 dargestellten Körper ist parallel zur Projektionsachse, der sichtbare, im Schatten liegende Teil der Körper dagegen senkrecht zu dieser Achse schraffiert.

**Prisma, Cylinder, Pyramide und Kegel.** Die Konstruktion der Schatten von Körpern ist, wenn dieselben selbst einfache sind und eine einfache Lage zu den Projektionsebenen haben, wie es in den praktischen Anwendungen meistens der Fall ist, ohne sonderliche Schwierigkeiten. Man überlege, welche Kanten von den Körpern Schatten werfen können und erhält mit Konstruktion der Schatten dieser Kanten den Schlagsschatten des Körpers. Z. B. in Fig. 32 ersieht man sofort aus dem Grundriß, daß die Flächen I-II-1-2, II-III-2-3 und 1-2-3-4 des Würfels beleuchtet sind und demnach die Kanten I-1, 1-4, 4-3 und 3-III schattenwerfend sind. Der Schlagsschatten des Würfels ist das Vieleck I-k-s<sub>1</sub>-s<sub>4</sub>-k-s<sub>3</sub>-III-IV-I.

Bei dem Cylinder in Fig. 36a wird der Schlagsschatten erzeugt durch die beiden Mantellinien I-1, 5-V und den Kreisbogen 1-2-3-4-5. Der Schlagsschatten des Cylinders in Fig. 36b entsteht durch den Schatten der beiden Mantellinien I-1, 5-V, des hinteren Kreisbogens I-VIII-VII-VI-V und des vorderen Kreisbogens 1-2-3-4-5. Nach Fig. 37 ist der Schlagsschatten eines Cylinders mit Hilfe des Seitenrisses gefunden.

Der Schlagsschatten der Pyramide in Fig. 38 ist derselbe wie der des Dreiecks