Lehrbuch der Schattenkonstruktion

Janke, Alphons

Köln a. Rh., 1902

e) Schlag und Kernschatten von Körpern.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76011

Von der in **Fig. 30** gezeichneten Kugel ist klarzulegen, in welcher Beziehung die Lichtstrahlen, die sich nach l_1 projizieren, zur Kugeloberfläche stehen. Es wird zu diesem Behuf durch l_1 eine lotrechte Lichtstrahlebene gelegt. Dieselbe schneidet die Kugel in einem Kreis, welcher sich im Aufriß als die anschraffierte Ellipse darstellt. Die Lichtstrahlaufrisse l_2 berühren die Ellipse in den beiden Punkten b_2 und demnach auch die Kugel. Beide Punkte sind Kernschattenpunkte der Kugel.

Die genaue Ermittelung der Punkte b_2 hängt besonders von der genauen Zeichnung der Schnittellipse ab. Sicherer und schneller können die Berührungspunkte b durch folgendes Verfahren bestimmt werden. Man nimmt zu der lotrechten Lichtstrahlebene durch l_1 (**Fig. 30**) eine parallele Ebene an, welche den Grundriß in der Achse G G schneidet. Auf diese neue, dritte Projektionsebene projiziert man sodann den Schnittkreis der Kugel mit der lotrechten Lichtstrahlebene, als auch die Lichtstrahlen selbst. Darauf dreht man die neue Projektionsebene mit dem auf ihr befindlichen Schnittkreis und den Lichtstrahlaufrissen l_3 um die Achse G G so lang, bis sie in den Grundriß zu liegen kommt. Die Lichtstrahlen l_3 ergeben die Berührungspunkte b_3 mit dem, in der Figur unten rechts befindlichen, anschraffierten Schnittkreis. Durch Zurückdrehen und weiteres Projizieren erhält man dann die Punkte b_1 und b_2.

Bezüglich der Projektionen auf der neuen Projektionsebene ist zu bemerken, daß der Mittelpunkt m_3 des Schnittkreises dieselbe Höhenlage hat, wie der Kugelmittelpunkt m_2; ferner, daß die Lichtstrahlen l_3 mit der Achse G G keine Winkel von 45°, sondern den Neigungswinkel γ der Lichtstrahlen einschließen. Die Berührungspunkte b_3 befinden sich auf den wagerechten Kugelkreisen P_u und P_o, die ihrerseits parallel zum Kugeläquator A A liegen.

Nach **Fig. 31** ist dieselbe Aufgabe mit einer Kugel gelöst durch eine projizierende Lichtstrahlebene zum Aufriß, die durch l_2 geht. Die Lösung ist ähnlich der eben besprochenen eine doppelte. Die Berührungspunkte b_1 ergeben sich aus den Lichtstrahlen l_1 und der Schnittellipse, oder aus den Lichtstrahlen l_3 und dem Schnittkreis.

c) Schlag- und Kernschatten von Körpern. (Taf. 6 bis 8.)

Der Schlagschatten der auf den Tafeln 6 bis 8 dargestellten Körper ist parallel zur Projektionsachse, der sichtbare, im Schatten liegende Teil der Körper dagegen senkrecht zu dieser Achse schraffiert.

Prisma, Cylinder, Pyramide und **Kegel.** Die Konstruktion der Schatten von Körpern ist, wenn dieselben selbst einfache sind und eine einfache Lage zu den Projektionsebenen haben, wie es in den praktischen Anwendungen meistens der Fall ist, ohne sonderliche Schwierigkeiten. Man überlege, welche Kanten von den Körpern Schatten werfen können und erhält mit Konstruktion der Schatten dieser Kanten den Schlagschatten des Körpers. Z. B. in **Fig. 32** ersieht man sofort aus dem Grundriß, daß die Flächen I·II·1·2, II·III·2·3 und 1·2·3·4 des Würfels beleuchtet sind und demnach die Kanten I·1, 1·4, 4·3 und 3·III schattenwerfende sind. Der Schlagschatten des Würfels ist das Vieleck I·k·s_1·s_4 k·s_3 III·IV·I.

Bei dem Cylinder in **Fig. 36a** wird der Schlagschatten erzeugt durch die beiden Mantellinien I.1, 5·V und den Kreisbogen 1·2·3·4·5. Der Schlagschatten des Cylinders in **Fig. 36b** entsteht durch den Schatten der beiden Mantellinien I·1, 5·V, des hinteren Kreisbogens I·VIII·VII.VI·V und des vorderen Kreisbogens 1·2·3.4·5. Nach **Fig. 37** ist der Schlagschatten eines Cylinders mit Hilfe des Seitenrisses gefunden.

Der Schlagschatten der Pyramide in **Fig. 38** ist derselbe wie der des Dreieckes

1·s·3. Die Knickpunkte k_1 und k_3 werden am sichersten erhalten, indem man sich den Schatten s'_s der Spitze s auf den verlängerten Grundriß konstruiert; sie sind dann der Schnitt der Schatten $1 s'_s$ und $3 s'_s$ mit der Projektionsachse.

Der Schatten des Kegels in **Fig. 39** wird erhalten, indem zuerst der Schlagschatten s'_s der Spitze s auf dem verlängerten Grundriß gesucht wird. Hierauf zieht man von s'_s die Tangente $l s'_s$ und $r s'_s$ an den Grundrißkreis des Kegels und erhält damit die Berührungspunkte l und r. Die Verbindungslinien von l bezw. r mit $s_,$ sind Mantellinien und zugleich der Kernschatten des Kegels. Der Schlagschatten des letzteren ist der des Dreieckes $l s_, r$.

Der Winkel β, welchen die Grundrisse der Kernschattenlinien einschließen, hängt ab von dem Spitzenwinkel α des Kegels bei $s_{,,}$, er kann nie 180° sein, sondern ist immer kleiner. In den beiden Punkten l und r, können nicht, wie bei dem Cylinder z. B. in **Fig. 36a** an I und V Tangenten an den Grundkreis gezogen werden, welche mit den Grundrissen der Lichtstrahlen zusammenfallen. Stellt man sich vor, die Spitze des Kegels in **Fig. 39** sänke nach und nach tiefer, so würden sich gleichzeitig die Punkte r und l nähern und schließlich einmal zusammenfallen. Ein Kegel, bei welchem dies zutrifft, ist in **Fig. 40a** gezeichnet, derselbe hat nur eine Kernschattenlinie $s_, s_s$. Sinkt die Spitze des Kegels noch tiefer, (**Fig. 40b**) so ist überhaupt ein Kernschatten nicht mehr möglich, und wird die gesamte Mantelfläche des Kegels beleuchtet.

Die Konstruktion des Schattens eines Kegels, welcher nicht im Grundriß aufsteht, ist aus **Fig. 41** zu ersehen. Zur Erhaltung der Kernschattenpunkte wird vom Grundkreis des Kegels der Schatten auf den Grundriß konstruiert.

Kugel. Wie der Schlagschatten beim Cylinder und Kegel aus ihrem Kernschatten gefunden wird, so ist es auch bei der Kugel. Der Konstruktion des Kernschattens der Kugel liegt folgende Betrachtung zu Grunde. Die Lichtstrahlen, welche den Kernschatten erzeugen, bilden in ihrer Gesamtheit einen Cylinder. Dieser sogen. Lichtstrahlcylinder berührt mit seinem Normalkreis die Kugel in einem größten Kreis, welcher der Kernschatten ist. Da nun der Lichtstrahlcylinder zu beiden Projektionsebenen schräg steht, so stellt sich der Kernschatten im Auf- und Grundriß als Ellipse dar.

Die Konstruktion auf Tafel 7 wird zurückgeführt auf den Fall in **Fig. 30.** Man bildet von der Kugel und dem Lichtstrahlcylinder eine neue dritte Projektion. Dieselbe befindet sich auf einer Projektionsebene, welche parallel zum Lichtstrahlgrundriß l_1 gerichtet ist und senkrecht zum Grundriß steht. Der Schnitt der neuen Projektionsebene mit dem Grundriß ist die Gerade G G. Um diese Gerade wird nun die neue Projektionsebene mit der auf ihr befindlichen Projektion der Kugel und des Lichtstrahlcylinders gedreht, bis sie in den Grundriß zu liegen kommt, siehe **Fig. 44.** Der Lichtstrahlcylinder bildet mit seiner, durch den Kugelmittelpunkt m_3 gehenden Achse L und der Achse G G den Neigungswinkel γ der Lichtstrahlen. Der Berührungskreis von Kugel und Lichtstrahlcylinder ist die Gerade $1 \cdot m_3 5$.

Die Punkte 1 und 5 dieses Kreises kommen in dem Grundriß **Fig. 43** auf die projizierende Lichtstrahlebene, die durch l_1 geht, zu liegen. Auf dem Äquator A A, **Fig. 44,** befinden sich die Kreispunkte 3 und 7, die sich im Grundriß ebenfalls auf dem Äquator projizieren müssen. Soll nun weiter von einem beliebigen Kreispunkt, z. B. 8, auf $1 \cdot m_3 \cdot 5$ liegend, der Grundriß gewonnen werden, so geschieht dies, indem man durch ihn einen wagerechten Parallelkreis P_{II} legt. Genannter Kreis erscheint im Grundriß in seiner wahren Größe und wird auf ihm durch das Ziehen der Senkrechten 8·8 zur Achse G G der Grundrißpunkt 8 gefunden. Auf diese Weise können im Grundriß **Fig. 43** so viel Ellipsenpunkte gefunden werden, als zum genauen Zeichnen dieser Kurve erforderlich ist.

Die gewonnenen Grundrißpunkte der Ellipse in **Fig. 43** werden in dem Aufriß **Fig. 42** mit Hilfe der Ordinaten und Parallelkreise P konstruiert.

Man sieht aus den Figuren, daß die beiden Kernschatten-Ellipsen im Grund- und Aufriß kongruent sind. Ihre großen Achsen sind 3 · 7 bezw. g · g, ihre kleinen die Linien 1 · 5 bezw. k · k. Die tiefsten und höchsten Punkte 1 und 5 des Kernschattens bestimmen sich im Aufriß durch die Parallelkreise P_t und P_h, deren Entfernung b vom Äquator A A aus **Fig. 44** zu entnehmen ist.

Nachdem die Projektionen des Kernschattens gefunden sind, ist der Schlagschatten der Kugel zu konstruieren. Derselbe ist der Schlagschatten der Kernschattenellipsen. Die Konstruktion der Schlagschatten-Ellipsen ist aus der Figur zu ersehen.

Ring, Fig. 45. Die Kernschattenpunkte s und σ, die ein beliebiger Lichtstrahl l auf der Ringfläche hervorruft, sind die Berührungspunkte dieses Lichtstrahles mit der Ringfläche. Zur Konstruktion dieser Punkte kann durch den Lichtstrahlgrundriß l_1 eine projizierende Lichtstrahlebene gelegt werden, deren Schnitt mit der Ringfläche im Aufriß durch Schraffur hervorgehoben ist. Die Berührungspunkte der Lichtstrahlrichtungen l_2 an diese Schnittfigur sind die Aufrisse $s_{\prime\prime}$ und $\sigma_{\prime\prime}$ der gesuchten Kernschattenpunkte, ihre Grundrisse s, und σ_1 liegen auf l_1. Durch mehrfaches Wiederholen dieses Verfahrens können die Kernschattenkurven gezeichnet werden.

Einfacher und genauer findet man den Kernschatten beim Ring mit Hilfe des Kernschattens einer Kugel nach Tafel 8. Den Ring (**Fig. 46 und 47**) kann man sich entstanden denken durch eine Kugel, deren Mittelpunkt sich auf dem Kreis m_1, m_2 ..... m_8 bewegt. An die rotierende Kugel ist der Kernschatten konstruiert worden, ihr Grund- und Aufriß sind in **Fig. 48 und 49** dargestellt. Von der rotierenden Kugel sind in dem Grundriß des Ringes (**Fig. 47**) acht Lagen gezeichnet. In jeder Lage berührt sich die Kugel mit der Ringfläche in einem lotrechten Meridiankreis. Sie haben also in jeder Lage einen Meridiankreis gemeinsam und ebenso die auf diesem Kreis befindlichen Kernschattenpunkte. Da nun aus **Fig. 48**, dem Grundriß der Kugel, bekannt ist, wo die Kernschattenpunkte eines jeden Meridianes liegen, können diese Punkte ohne weiteres nach **Fig. 47**, dem Grundriß des Ringes übertragen werden. So entspricht z. B. der Ringmeridian 2 M 6 dem Kugelmeridian 2 m 6, von welch' letzterem die Kernschattenpunkte 2 und 6 sind. Beide Punkte 2 und 6 haben gleiche Entfernung von m, dieselbe wird in **Fig. 47** von m_2, bezw. m_6 radial nach 2 und II, bezw. VI und 6 abgetragen, womit 4 Kernschattenpunkte des Ringes erhalten werden.

Der Ring wird von den Lichtstrahlen in einer äußeren und einer inneren Kernschattenkurve berührt. Die erstere ist mit arabischen, die andere mit römischen Zahlen bezeichnet.

Mit Hilfe des Kugelaufrisses **Fig. 49** ist man nun imstande, auch den Aufriß der Kernschattenkurven des Ringes in **Fig. 46** zu finden. Den Abstand, den die Kernschattenpunkte der Kugel von ihrer Äquatorebene A A haben, besitzen auch die entsprechenden Punkte der Kernschattenlinie des Ringes von der Äquatorebene A A des letzteren.

Die Konstruktion des Schlagschattens ist auf der Tafel mit angegeben.