Lehrbuch der wichtigsten Kartenprojektionen

Möllinger, Oskar

Zürich, 1882

II. Projektion auf den Aequator (stereographische Polarprojektion)

urn:nbn:de:hbz:466:1-76263

Auch für die Herbstgestirne projicirt sich die Ekliptik als gerade Linie T″U″ (Fig 8), welche in Bezug auf den Aequator G″H″ zu der Geraden R″S″ eine symetrische Lage besitzt.

Für No. 2 ergibt sich nach Gleichung Va und VIa:

$$\mathrm{Cos}\,\Delta = \mathrm{Sin}\,\vartheta = \mathrm{Sin}\,23^0\,27'\,20''$$
$$\Delta = 66^0\,32'\,40''$$
$$\mathrm{Sin}\,\omega = \frac{0}{\mathrm{Sin}\,66^0\,32'\,40''} = 0$$
$$\omega = 0^0$$
$$\varepsilon = 180^0$$

ferner nach Gleichung I, IIa, IIIa:

$$e = \mathrm{Tg}\,\frac{1}{2}\,(66^0\,32'\,40'' - 90^0)$$
$$e = -\,\mathrm{Tg}\,11^0\,43'\,40''$$
$$e = -\,0{,}20760$$
$$d = \mathrm{Tg}\,\Delta = \mathrm{Tg}\,66^0\,32'\,40''$$
$$d = 2{,}30473$$
$$r = \frac{1}{\mathrm{Cos}\,\Delta} = \frac{1}{\mathrm{Cos}\,66^0\,32'\,40''}$$
$$r = 2{,}51233$$

Für No. 4 ergibt sich nach Gleichung Va und VIa:

$$\mathrm{Cos}\,\Delta = -\,\mathrm{Sin}\,\vartheta = -\,\mathrm{Sin}\,23^0\,27'\,20''$$
$$\Delta = 66^0\,32'\,40''$$
$$\Delta = 180^0 - 66^0\,32'\,40''$$
$$\Delta = 113^0\,27'\,20''$$
$$\mathrm{Sin}\,\omega = 0\,,\quad \omega = 180^0$$
$$\varepsilon = 0^0$$

Nach den Gleichungen I, IIa, IIIa erhält man:

$$e = \mathrm{Tg}\,\frac{1}{2}\,(113^0\,27'\,20'' - 90^0)$$
$$e = \mathrm{Tg}\,11^0\,43'\,40''$$
$$e = 0{,}20760$$
$$d = \mathrm{Tg}\,\Delta = \mathrm{Tg}\,113^0\,27'\,20''$$
$$d = -\,2{,}30473$$
$$r = \frac{1}{\mathrm{Cos}\,\Delta} = \frac{1}{\mathrm{Cos}\,113^0\,27'\,20''}$$
$$r = -\,2{,}51233$$

Zusammenstellung der erhaltenen Werthe.

Ansicht	ε	e	d	r
I. Frühlingsgestirne	$156^0 32' 40''$	0,00000	∞	∞
II. Sommergestirne	180^0	— 0,20760	2,30473	2,51233
III. Herbstgestirne	$203^0 27' 20''$	0,00000	∞	∞
IV. Wintergestirne	360^0	0,20760	— 2,30473	—2,51233

II. Projektion auf den Aequator.

(Stereographische Polarprojektion.)

Befindet sich das Auge in dem einen Pol der Kugel, so fällt die Bildebene mit der Aequatorebene zusammen und der Aequator A′B′C′D′ (Fig. 10) ist der Grenzkreis der Karte. Die Erd- oder Himmelsaxe ist dentisch mit der Augenaxe und steht daher senkrecht auf der Bildebene, wesshalb sich alle Meridiane als gerade Linien projiciren, welche durch das Centrum der Karte gehen und unter sich gleiche Winkel einschliessen. Will man dieselben von 10^0 zu 10^0 oder von 15^0 zu 15^0 ziehen, so hat man den Umfang des Kreises A′B′C′D′ in 36 resp. 24 gleiche Theile zu theilen, und die Theilpunkte mit dem Centrum $P_n{}'$ der Karte zu verbinden.

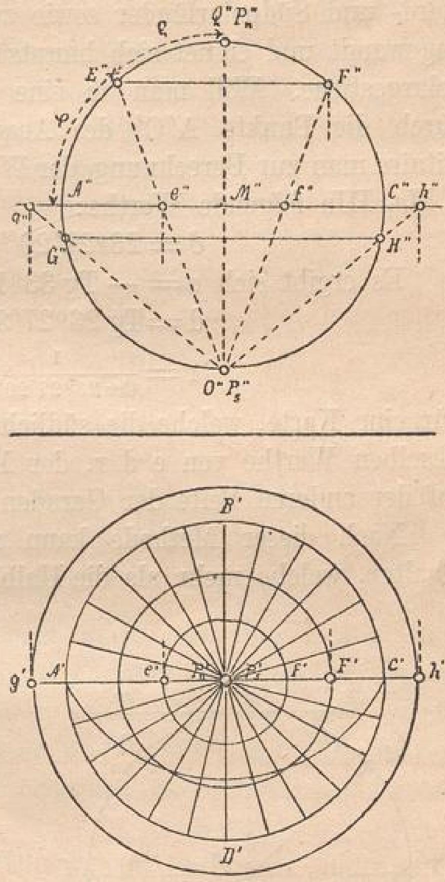

Fig. 10.

Um die Projektion irgend eines Parallelkreises E″F″ zu erhalten, denke man sich zu seinen Punkten Projektionsstrahlen gezogen, welche in ihrer Gesammtheit einen senkrechten Kreiskegel bilden, der von der Bildebene AC in dem Kreise e f geschnitten wird, e f ist die stereographische Projektion des Parallelkreises, welcher in der horizontalen Projektionsebene in der wahren Grösse erscheint. Theilt man den Bogen A″Q″ in ebensoviele gleiche Theile wie den Bogen A′B′, so gehen durch die Theilpunkte die zu projicirenden Parallelkreise, welche alle auf dieselbe Weise erhalten werden. Ihre Radien ergeben sich, wenn man in Gleichung IIIa (S. 17) die Entfernung ihres Poles P_n vom Gegenpunkte Q des Auges gleich Null setzt. Man erhält:

$$r = \frac{R \operatorname{Sin} \varrho}{\operatorname{Cos} 0^0 + \operatorname{Cos} \varrho} = \frac{R \operatorname{Sin} \varrho}{1 + \operatorname{Cos} \varrho}$$

$$r = \frac{R \cdot 2 \operatorname{Sin} \frac{\varrho}{2} \operatorname{Cos} \frac{\varrho}{2}}{2 \operatorname{Cos}^2 \frac{\varrho}{2}} = R \operatorname{Tg} \frac{\varrho}{2} \quad \text{(XIV)}$$

Die Poldistanz ϱ der Parallelkreise ist aber das Complement ihrer Breite φ und daher:

$$r = R\ \mathrm{Tg}\ \frac{1}{2}\,(90^0 - \varphi) \quad \text{(XIVa)}$$

Für $R = 1$ gibt die Tabelle Seite 24 in der drittletzten Colonne die Werthe von r wenn φ von 5^0 zu 5^0 zunimmt.

Diese Projektionsmethode wird beim Entwurfe von Karten der Nord- und Südpolarländer sowie zur Construction von Himmelskarten angewandt und eignet sich hauptsächlich zur Darstellung der Circumpolargestirne. Will man in eine solche Karte die Ekliptik, welche durch die Punkte $A'C'$ des Aequators geht, einzeichnen, so substituire man zur Berechnung der Werthe e d und r in die Gleichungen I, IIa, IIIa folgende Werthe:

$$\delta = 23^0 27' 20'' \qquad \varrho = 90^0$$

Es ergibt sich $e = -\mathrm{Tg}\ 33^0 16' 20'' = -0{,}65618$

$$d = \mathrm{Tg}\ 23^0 27' 20'' = 0{,}43389$$

$$r = \frac{1}{\mathrm{Cos}\ 23^0 27' 20''} = 1{,}09007$$

Für eine Karte, welche die südliche Hemisphäre darstellt, ergeben sich dieselben Werthe von e d r, der Mittelpunkt der Ekliptik liegt jedoch auf der anderen Seite der Geraden $B'D'$ (Fig. 10).

Nach dieser Methode kann man Projektionen der Kugelfläche erhalten, welche mehr als die Halbkugel darstellen. Ist z. B. in Fig. 10 $G''H''$ ein Parallelkreis, welcher südlich vom Aequator liegt, so besitzt seine stereographische Projektion $g''h''$ einen grösseren Halbmesser als der Aequator und ist ein zu diesem concentrischer Kreis $g'h'$. Je grösser die südliche Breite der Parallelkreise wird, um so grösser werden die Radien der Bildkreise, welche in Folge der Schiefe der Sehstrahlen unverhältnissmässig wachsen, wesshalb die an den Grenzen einer solchen Karte liegenden Figuren verzerrt erscheinen. Zur Darstellung der in unseren Breiten im Laufe des Jahres sichtbaren Himmelszone sowie beim Entwurfe einer Karte, welche mehr als die eine Erdhemisphäre darstellen soll, wird diese Projektionsart hie und da angewandt. In Fig. 11 ist $P_n\ P_s$ die Erdaxe, $A\ A'$ der Aequator und Q ein beliebiger Erd-

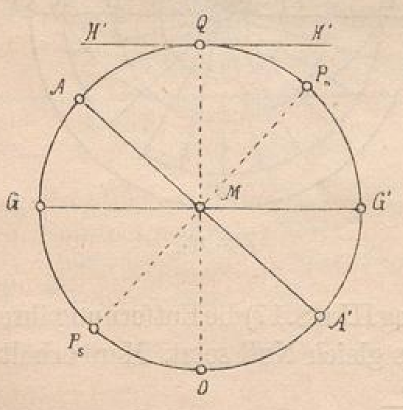

Fig. 11.

ort, dessen geog. Breite AQ = φ gegeben ist. H'H' ist der scheinbare, GG' der wirkliche Horizont dieses Ortes, welch' letzterer die Himmelskugel in eine sichtbare und unsichtbare Hälfte theilt. Alle Gestirne, welche daher eine südl. Declination bis AG = $90^0 - \varphi$ besitzen, sind für diesen Ort im Laufe des Jahres sichtbar, und es bildet für einen Bewohner dessen geog. Breite 48^0 beträgt, derjenige Parallelkreis die Grenze der Karte, dessen südl. Declination = 42^0 ist. Die Radien der südlichen Parallelkreise ergeben sich, wenn man in Gleichung XIV ϱ der Reihe nach die Werthe 95^0 100^0 .... 130^0 gibt. Für den Kugelradius R = 1 erhält man folgende Werthe von r:

südliche Declination	$r = Tg \frac{\varrho}{2}$
5^0	1,0913
10	1,1918
15	1,3032
20	1,4281
25	1,5697
30	1,7321
35	1,9210
40	2,1445

Aus dieser Zusammenstellung sieht man, dass der Radius desjenigen Parallelkreises dessen südliche Declination 40^0 beträgt, doppelt so gross ist als der Radius der Kugel, wesshalb die Gestirne, welche die Kugelzone zwischen dem Aequator und — 40^0 südl. Declination einnehmen, eine viel grössere Fläche bedecken als die Gestirne zwischen 0^0 und 90^0 nördl. Declination.

Dieser Uebelstand wird vermieden, sobald man den Augenpunkt auf der Verlängerung der Weltaxe annimmt. Die Projektionen der Meridiane bleiben dabei unverändert, diejenigen der Parallelkreise sind concentrische Kreise, deren Radien von der Annahme des Augenpunktes abhängen. Prof. Otto Möllinger hat bei der Construktion seiner transparenten Sternkarte den Augenpunkt in solcher Entfernung vom Centrum der Kugel angenommen, dass die Bogen vom Aequator bis 42^0 nördlicher und südlicher Declination auf der Karte gleich gross erscheinen und in Folge dessen die Parallelkreise von $+ 42^0$ und $- 42^0$ Declination gleichweit vom Aequator entfernt sind. Die Karte ist für einen Bewohner des 48. Parallelkreises construirt, wesshalb der Bogen AQ = 48^0, der Bogen AG = 42^0 zu setzen ist (Fig. 11).