Lehrbuch der wichtigsten Kartenprojektionen

Möllinger, Oskar

Zürich, 1882

Projektion auf den Horizont (stereographische Horizontalprojektion)

urn:nbn:de:hbz:466:1-76263

III. Projektion auf den Horizont.

(Stereographische Horizontalprojektion.)

Will man diejenige Hemisphäre der Erdkugel abbilden, in deren Centrum sich irgend ein Land oder eine grössere Stadt, z. B. Wien oder Paris befindet, so lässt man den Gegenpunkt Q des Auges mit demjenigen Orte zusammenfallen, der im Mittelpunkte der Karte liegen soll. Die Augenaxe steht alsdann senkrecht auf dem Horizont H″H″ (Fig. 15) des Ortes Q″ und die Bildebene L″N″ ist der wahre Horizont dieses Ortes. In Fig. 15 und 16 ist die Bildebene parallel mit der horizontalen Projektionsebene angenommen, während der Hauptmeridian $Q''P_n''O''P_s''$, welcher durch die Erdaxe $P_n''P_s''$ und die Augenaxe O″Q″ geht, eine zur vertikalen Projektionsebene parallele Lage besitzt. Die stereographische Projektion des Hauptmeridianes ist in Folge dessen eine zur Projektionsaxe parallele Gerade $p_n'p_s'$.

Fig. 15.

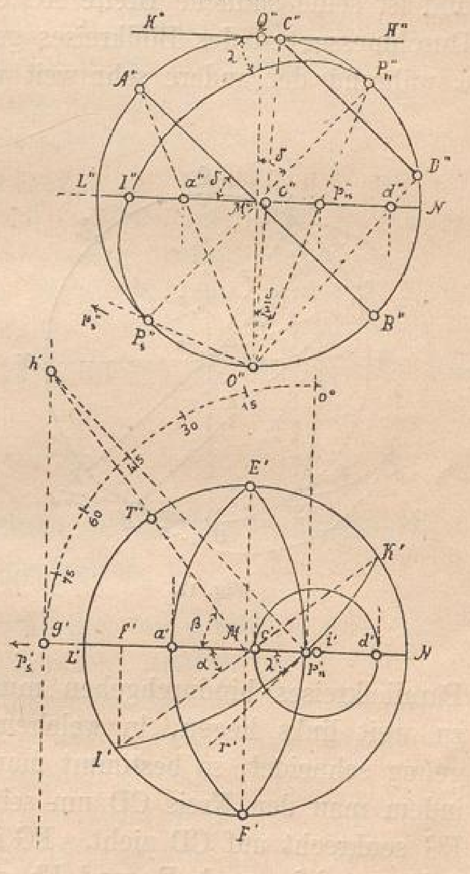

Fig. 16.

Da sämmtliche Parallelkreise C″D″, A″B″ etc. von dem grössten Kreise $A''P_n''B''P_s''$ in Durchmessern C″D″, A″B″ etc. geschnitten werden, so liegen die Projektionen dieser Durchmesser auf der Geraden $p_n'p_s'$, welche sämmtliche Mittelpunkte der stereographischen Projektionen der Parallelkreise enthält.

Um das Bild des Kreises C″D″ zu erhalten, ziehe man die Projektionsstrahlen O″C″ und O″D″, welche die Bildebene in c″d″ treffen, die horizontale Projektion c′d′ der Geraden cd ist ein Durchmesser des Parallelkreises c′d′, dessen Mittelpunkt i′ gefunden wird, wenn man c′d′ halbirt. Ebenso kann man auch für die übrigen Parallelkreise, welche entweder von 10 zu 10° oder von 15 zu 15° gezogen werden, die Mittelpunkte construiren. Der Aequator A″B″, dessen Ebene auf dem Hauptmeridiane senkrecht steht, schneidet die Bildebene in der Geraden EF, welche ebenfalls eine zur vertikalen Projektionsebene senkrechte Lage besitzt. Da die Gerade EF ihre eigene stereographische Projektion ist, so geht durch ihre Endpunkte E′,F′ das Bild des Aequators.

Liegt wie in Fig. 17 ein Parallelkreis CD südlich vom Aequator und ist seine südliche Breite AC etwas gross, so erhält man von dem Durchmesser cd des Bildkreises gewöhnlich nur den einen Endpunkt c, während der andere sehr weit wegfällt, wesshalb man den Mittelpunkt i dieses Kreises auf andere Weise zu erhalten suchen muss. Dies geschieht auf folgende Art: Die Ebene des Kreises CD steht senkrecht auf dem Hauptmeridiane und schneidet die Bildebene in der Sehne GH, welche im Punkte F ebenfalls auf dem Hauptmeridiane senkrecht steht. GH ist ihr eigenes Bild und erscheint bei der Niederlegung der Bildebene um den Durchmesser LN in der wahren Grösse, wesshalb durch die Endpunkte gh dieser Geraden das Bild des Parallelkreises hindurchgehen muss. Sollte die Sehne gh (Fig. 17) zu weit links liegen, in welchem Falle sie den Kreis nicht scharf genug schneidet, so bestimmt man die wahre Grösse von Fg und Fh indem man den Kreis CD um seinen Durchmesser CD niederlegt und FG senkrecht auf CD zieht. FG ist dann die wahre Grösse der halben Sehne, welche nach Fg und Fh getragen wird.

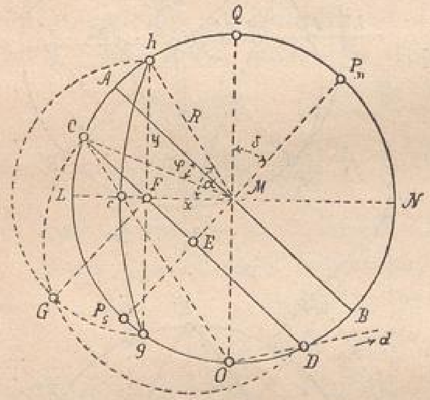

Fig. 17.

Da sämmtliche Meridiane durch die Pole $P_n P_s$ der Kugel gehen, so müssen ihre Bilder durch die Projektionen $p_n' p_s'$ dieser Pole gehen. (Fig. 16) p_s' ist daher eine sämmtlichen Meridianen gemeinschaftliche Sehne, und die Mittelpunkte dieser Meridiane liegen auf der Senkrechten g′h′, welche man in der Mitte von $p_n' p_s'$ auf dieser Geraden errichtet. Um sie zu erhalten erinnere man sich, dass sich die stereographischen Bilder zweier Kreise unter demselben Winkel schneiden, wie die Kreise selbst. Ist daher λ (Fig. 16) der Winkel, welchen der gesuchte

Meridian mit dem Hauptmeridiane der Karte bildet, so trage man diesen Winkel im Punkte p_n' an $L'p_n'$ an, $p_n'r'$ ist dann eine Tangente an den gesuchten Kreis, dessen Mittelpunkt h' erhalten wird, wenn man $p_n'h'$ senkrecht auf $p_n'r'$ zieht und sie mit der Geraden $g'h'$ zum Schnitt bringt. Will man die Meridiane von 10^0 zu 10^0 oder von 15^0 zu 15^0 zeichnen, so beschreibt man am einfachsten aus dem Punkte p_n' mit beliebigem Halbmesser (in Fig. 16 wurde er gleich $p_n'g'$ angenommen) einen Kreis, errichtet in p_n' eine Senkrechte auf $p_n'g'$ und theilt den Quadranten $g'0$ vom Punkte 0 aus in 9 resp. in 6 gleiche Theile, verbindet die Theilpunkte mit dem Punkte p_n', welche Linien die Senkrechte $g'h'$ in den gesuchten Mittelpunkten der Meridiane schneiden. In Fig. 16 bildet der gezeichnete Meridian mit dem Hauptmeridiane einen Winkel von 45^0. Sämmtliche Meridiane besitzen zum Hauptmeridiane je zwei und zwei eine symetrische Lage, wesshalb ihre Mittelpunkte gleichweit von g' entfernt sind. Derjenige Meridian, dessen Ebene auf dem Hauptmeridiane senkrecht steht, schneidet die Bildebene in der Geraden $E'F'$ durch deren Endpunkte das Bild dieses Meridianes hindurchgehen muss, der Mittelpunkt dieses Kreises liegt in g'.

Ableitung der Fundamentalformeln für die stereographische Horizontalprojection.

Da bei der construktiven Ausführung eines Kartennetzes immer unvermeidliche Constructionsfehler gemacht werden, so ist es zweckmässig auch für diesen Fall die Fundamentalformeln abzuleiten, nach welchen sowohl die Parallelkreise als auch die Meridiane unmittelbar berechnet und alsdann gezeichnet werden können.

Fundamentalformeln für die Parallelkreise. Für diese bleiben die Formeln I, II, III (Seite 17) vollständig unverändert und ist in denselben $\delta = P_n''Q''$ (Fig 15) d. h. gleich der Poldistanz des Ortes Q zu setzen, welcher den Mittelpunkt der Karte einnimmt während ϱ die Poldistanz der Parallelkreise ist. Da $\varrho = 90^0 - \varphi$, wenn φ dieBreite der Parallelkreise bezeichnet, so können die Formeln auch noch folgendermassen geschrieben werden:

$$\text{(XVII)}\quad e' = R \operatorname{Tg} \tfrac{1}{2} (\delta + 90^0 - \varphi) \qquad e = R \operatorname{Tg} \tfrac{1}{2} (\delta + \varphi - 90^0)$$

$$\text{(XVIII)}\quad d = \frac{R \operatorname{Sin} \delta}{2 \operatorname{Cos} \frac{\delta + 90^0 - \varphi}{2} \operatorname{Cos} \frac{\delta + \varphi - 90^0}{2}} = \frac{R \operatorname{Sin} \delta}{\operatorname{Cos} \delta + \operatorname{Sin} \varphi}$$