Lehrbuch der wichtigsten Kartenprojektionen

Möllinger, Oskar

Zürich, 1882

Tabelle der wachsenden Breiten in Minuten

urn:nbn:de:hbz:466:1-76263

$$\alpha = \frac{1}{M \operatorname{Sin} 1'} \log \operatorname{Tg}\left(45^{0} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\text{XLIIb)}\ \alpha = 7915{,}7046 \ldots \log \operatorname{Tg}\left(45^{0} + \frac{\varphi}{2}\right)^{*)}$$

log 7915,7046 = 3,8984896.

Mittelst dieser Gleichung wurden von mir die Werthe von α, deren auf einander folgende Differenzen mit φ zunehmen, und welche daher wachsende Breiten genannt werden, von Grad zu Grad berechnet. Dieselben sind in nachfolgender Tabelle zusammengestellt.**)

Werthe der wachsenden Breiten in Minuten.

Breite φ	Wachsende Breite in Minuten α	Differenz***)	Breite φ	Wachsende Breite in Minuten α	Differenz
90⁰	∞	∞	63⁰	4904,937	129,956
89	16299,557	2383,125	62	4774,981	125,756
88	13916,432	1394,325	61	4649,225	121,857
87	12522,107	989,587	60	4527,368	118,228
86	11532,520	767,898	59	4409,140	114,842
85	10764,622	627,732	58	4294,298	111,677
84	10136,890	531,070	57	4182,621	108,717
83	9605,820	460,360	56	4073,904	105,938
82	9145,460	406,396	55	3967,966	103,328
81	8739,064	363,766	54	3864,638	100,877
80	8375,298	329,591	53	3763,761	98,560
79	8045,707	301,141	52	3665,201	96,394
78	7744,566	277,361	51	3568,807	94,326
77	7467,205	257,137	50	3474,481	92,399
76	7210,068	239,729	49	3382,082	90,553
75	6970,339	224,596	48	3291,529	88,815
74	6745,743	211,319	47	3202,714	87,169
73	6534,424	199,584	46	3115,545	85,606
72	6334,840	189,139	45	3029,939	84,125
71	6145,701	179,783	44	2945,814	82,719
70	5965,918	171,361	43	2863,095	81,383
69	5794,557	163,739	42	2781,712	80,114
68	5630,818	156,813	41	2701,598	78,907
67	5474,005	150,492	40	2622,691	77,761
66	5323,513	144,703	39	2544,930	76,669
65	5178,810	139,388	38	2468,261	75,631
64	5039,422	134,485	37	2392,630	74,631

*) Aus dieser Glch. ergibt sich α als Anzahl von Minuten des Erdäquators.

**) Dieselben finden sich auch in den Werken von Mendoza und Guépratte, welche mir jedoch nicht zu Gebote standen, wahrscheinlich von Minute zu Minute angegeben.

***) Auch Länge der auf einander folgenden Breitegrade.

Breite φ	Wachsende Breite in Minuten α	Differenz	Breite φ	Wachsende Breite in Minuten α	Differenz
36°	2317,999	73,712	18	1098,217	62,913
35	2244,287	72,807	17	1035,304	62,578
34	2171,480	71,953	16	972,726	62,266
33	2099,527	71,143	15	910,460	61,974
32	2028,384	70,371	14	848,486	61,706
31	1958,013	69,638	13	786,780	61,457
30	1888,375	68,939	12	725,323	61,231
29	1819,436	68,274	11	664,092	61,022
28	1751,162	67,644	10	603,070	60,835
27	1683,518	67,045	9	542,235	60,668
26	1616,473	66,477	8	481,567	60,518
25	1549,996	65,939	7	421,049	60,389
24	1484,057	65,427	6	360,660	60,279
23	1418,630	64,945	5	300,381	60,186
22	1353,685	64,488	4	240,195	60,113
21	1289,197	64,058	3	180,082	60,058
20	1225,139	63,652	2	120,024	60,021
19	1161,487	63,270	1	60,003	60,003

Um mittelst dieser Tabelle eine Weltkarte zu construiren, ziehe man ein senkrechtes Axensystem OX, OY (Fig. 26 Seite 65), trage auf die Gerade XX', die den Aequator darstellt, 360 gleiche Theile auf, von denen jeder 1° des Aequators repräsentirt und ziehe durch die Theilpunkte e 2 3 .... 1'2'3' .... Parallele mit OY, welche die Meridiane der Karte sind. Theilt man alsdann einen Grad des Aequators in 60 gleiche Theile, so erhält man einen Massstab, auf welchem Minuten abgegriffen werden können. Die Parallelkreise werden nun construirt, wenn man auf die Gerade YY' vom Punkte O aus nach oben und unten die Werthe der wachsenden Breiten aufträgt, welche aus obiger Tabelle zu entnehmen und auf der Geraden OX abzugreifen sind, und durch die erhaltenen Theilpunkte Parallele mit der Xaxe zieht.

Zeichnet man in das so construirte Kartennetz die einzelnen Kontinente, Länder, Flüsse, Berge und Seeen ein, so erhält man eine Karte, welche nach ihrem ersten Construkteur Merkator:*) eine Merkatorprojektion genannt wird.

*) Gerard Kremer genannt Mercator geb. den 5. März 1512 in Rupelmonde (Flandern) gest. den 2. Dezember 1594 in Duisburg (Rheinprovinz) war Kartenzeichner, Mathematiker, Geschichtsforscher etc.

Ein näherungsweises Verfahren zur Berechnung der Entfernungen der Parallelkreise einer Merkatorprojektion ergibt sich auf folgende Weise: Man denke sich das Netz der Karte von n zu n Minuten in der Weise construirt, dass die Rechtecke, welche dem Aequator zunächst liegen, Quadrate sind und für die übrigen Rechtecke sich die Basis zur Höhe verhält, wie die entsprechenden Dimensionen auf der Kugel. Bezeichnet man alsdann die Länge von n Bogenminuten des Aequators oder des Meridianes mit l, so ist die Länge von n Bogenminuten eines Parallelkreises, dessen Breite φ ist, gleich $l \operatorname{Cos} \varphi$. Diese Längen sind aber die Seiten eines Kugelrechteckes, dessen südliche Seite (wofern man die nördliche Halbkugel projicirt) die Breite φ besitzt. Die entsprechenden Seiten der Merkatorprojektion des Kugelrechteckes seien λ und b, dann ist nach unserer Annahme

$$b = l \text{ und daher}$$

$$\lambda : l = l : l \operatorname{Cos} \varphi$$

$$\lambda = \frac{l}{\operatorname{Cos} \varphi} = l \operatorname{Sec} \varphi.$$

Für $R = 1$ ist die Länge l von n Bogenminuten eines grössten Kreises

$$l = \frac{\pi n}{180 . 60} = \frac{\pi n}{10800} \text{ und}$$

$$\lambda = \frac{\pi n}{10800 \operatorname{Cos} \varphi}$$

Soll λ in Minuten ausgedrückt werden, so ist zu berücksichtigen dass $\lambda = \operatorname{Arc} \alpha' = \alpha \operatorname{Arc} 1' = \alpha \operatorname{Sin} 1'$ und

$$\alpha \operatorname{Sin} 1' = \frac{\pi n}{10800 \operatorname{Cos} \varphi}$$

$$(\text{XLIII}) \quad \alpha' = \frac{\pi n}{10800 \operatorname{Sin} 1' \operatorname{Cos} \varphi} = \frac{n}{\operatorname{Cos} \varphi}$$

Nach dieser Glch. können die Entfernungen der Parallelkreise näherungsweise berechnet werden. Werden z. B. die Parallelkreise von Grad zu Grad gezogen, so ist $n = 60$ und es ergibt sich für die Entfernung der Parallelkreise deren Breiten $\varphi_1 = 60^0$ und $\varphi_2 = 61^0$ sind

$$\alpha' = \frac{60}{\operatorname{Cos} 60^0} = 120'$$

Die richtige Entfernung ist die Grösse des 61ten Meridiangrades in unserer Tabelle der wachsenden Breiten, welche gleich 121,857′ ist. Es ergibt sich daher zwischen der wirklichen und der näherungsweisen Entfernung der beiden Parallelkreise eine Differenz von 1,857′.

Die Merkatorprojektion, nach welcher die ganze Erdoberfläche auf einem Blatte dargestellt werden kann, wird vielfach dann angewandt, wenn eine richtige Darstellung der Umrisse der Continente und Länder

Nebensache, dagegen ein Zusammenhang beider Kugelhemisphären erwünscht ist; so bei der Construktion von physikalischen und erdmagnetischen Karten, bei Karten, welche die Meeresströmungen oder Ebbe und Fluthbewegungen darstellen, ferner bei geologischen, pflanzen- und thiergeographischen Karten.

Vor Allem aber ist diese Projektion von grosser Wichtigkeit in der Schifffahrtskunde, indem auf einer nach dieser Methode construirten Karte sämmtliche Aufgaben, welche sich auf den Curs eines Schiffes beziehen, in höchst einfacher Weise, wie wir im Nachfolgenden sehen werden, graphisch gelöst werden können.

Es ist nämlich durchaus nicht nothwendig nach der Mercatorprojektion stets die ganze Erdoberfläche darzustellen, sondern es kann sich eine solche Karte über einen beliebigen Theil der Erdoberfläche erstrecken und daher in beliebig grossem Massstabe ausgeführt werden. Soll sich z. B. eine Karte von 0° bis 80° westlicher Länge von Paris und 36° bis 70° nördlicher Breite erstrecken, so enthält sie einen grossen Theil des atlantischen Oceans und kann auf der Ueberfahrt eines Schiffes von Europa nach Amerika Verwendung finden. Zur Construktion des Netzes dieser Karte trägt man auf eine unbestimmte Gerade AB (Fig. 27) achtzig beliebig gleiche Theile auf, wobei man

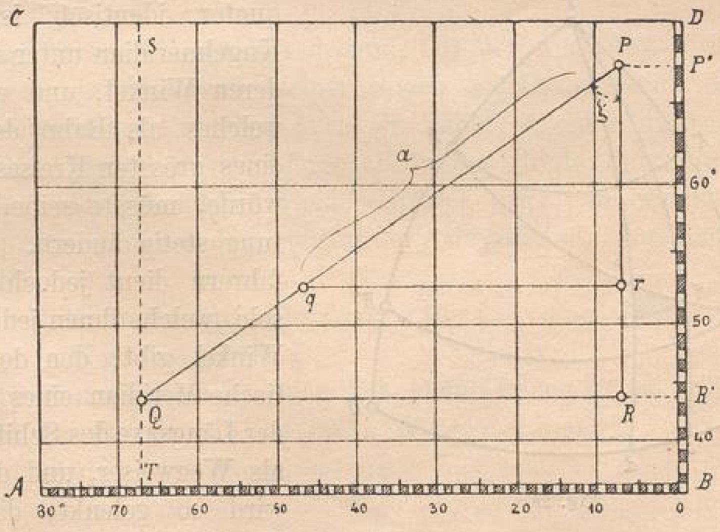

Fig. 27.

einen solchen Theil gleich der Länge eines Aequatorgrades betrachtet. In den Theilpunkten errichte man Senkrechte, welche die Meridiane der Karte darstellen, ferner trage man auf die Gerade BD die Unterschiede der wachsenden Breiten auf, die sich aus der Tabelle (Seite 68) für die Breiten von 36° bis 70° ergeben und ziehe durch die so erhaltenen Theilpunkte Parallele mit AB, welches die Parallelkreise der Karte sind.

Da die Geraden AB und BD bei der Lösung der sich auf den Curs eines Schiffes beziehenden Aufgaben als Massstäbe benutzt werden, so ist es zweckmässig dieselben von Minute zu Minute, oder wofern die Theilung zu klein wird, von 10 Minuten zu 10 Minuten einzutheilen.

Graphische Lösung der auf den Curs eines Schiffes sich beziehenden Aufgaben.

Von allen Curven, welche zwei Punkte A und B der Erdoberfläche (siehe Fig. 28) verbinden, ist der Bogen eines grössten Kreises, welcher durch diese Punkte geht, ihre kürzeste Entfernung, und wäre dieser somit der von einem Schiffe zu befolgende Weg. Ein grösster Kreis der Kugel schneidet aber, wofern er nicht mit dem Aequator identisch ist, jeden Kugelmeridian unter einem anderen Winkel, und ein Schiff, welches als Bahn den Bogen eines grössten Kreises befolgen würde, müsste seine Wegrichtung stetig ändern. Den Seefahrern dient jedoch die Bussole, welche ihnen jederzeit den Winkel gibt, den der magnetische Meridian eines Ortes mit der Längsaxe des Schiffes bildet, als Wegweiser, und das Schiff wird so gelenkt, dass seine Wegrichtung mit dem wahren

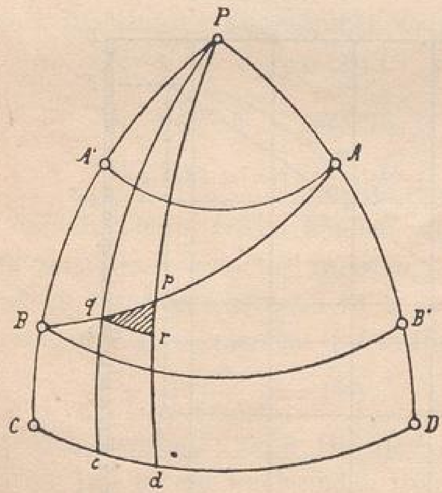

Fig. 28.

Meridiane eines jeden Ortes denselben Winkel einschliesst. Man nennt diesen Winkel, welcher also während einer bestimmten oft längeren Zeit constant bleibt, den Azimutalwinkel. Die von einem Schiffe