Lehrbuch der wichtigsten Kartenprojektionen

Möllinger, Oskar

Zürich, 1882

Die gewöhnliche Kegelprojektion

III. Abschnitt.

Die Kegelprojektionen.

Die gewöhnliche Kegelprojektion.

Beim Entwurfe von Karten einzelner Länder, wie sie in unseren Atlanten vorkommen, bei welchen der kleine Massstab, in dem sie gezeichnet sind, eine grosse Genauigkeit nicht erfordert, wendet man gewöhnlich die im Folgenden beschriebene Kegelprojektion an:

Man denkt sich an die Kugel eine Kegelfläche gelegt, welche sie längs dem mittleren Parallelkreise des darzustellenden Landes berührt, und entwickelt diese Kegelfläche, vom mittleren Meridiane der Karte aus, in eine Ebene. In Fig. 30 sei AB der Aequator, GH der mittlere Parallelkreis des Landes, SGH die Kegelfläche, welche die Kugel längs des Parallelkreises GH berührt. Soll diese Kegelfläche in eine Ebene entwickelt werden, so ist vor Allem die Länge GS der Kegelkante zu berechnen.

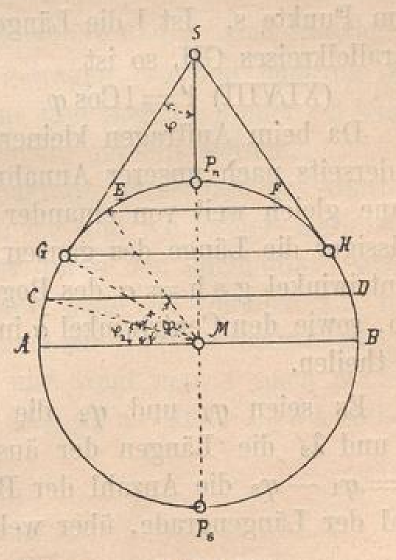

Fig. 30.

Ist φ die Breite des Parallelkreises GH, R der Erdradius, so ergibt sich aus $\triangle$ SGM in welchem $\sphericalangle$ GSM $= \varphi$ ist.

$$SG = R \operatorname{Cotg} \varphi$$

Diese Länge wird in der Entwicklung (Fig. 31) nach gs getragen und mit dem Radius s g aus s ein Kreis beschrieben, welcher den mittleren Parallelkreis der Karte darstellt. Soll das Kartennetz von Grad zu Grad gezeichnet werden, so trage man die Länge eines Meridiangrades:

(XLVII) $l = \frac{R\pi}{180}$ auf die Gerade s g vom Punkte g aus so oft nach oben und unten auf, als der Unterschied der Breiten ($\varphi_1 - \varphi_2$) der äusseren Parallelkreise der Karte Grade enthält und beschreibe aus dem Punkte s Kreise, welche durch die erhaltenen Theilpunkte gehen und die Parallelkreise der Karte darstellen. Um die Meridiane der Karte zu construiren, als welche die Kanten des Kegels betrachtet werden, trage man auf den mittleren Parallelkreis g h vom Punkte g aus, die Länge l' des Parallelkreisgrades so oft auf, als die Karte Längengrade besitzt und verbinde die Theilpunkte 123... 456... mit dem Punkte s. Ist l die Länge des Aequatorgrades, φ die Breite des Parallelkreises GH, so ist

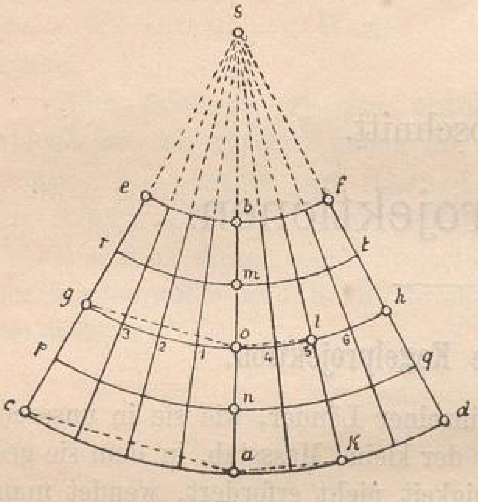

Fig. 31.

(XLVIII) $l' = l \operatorname{Cos} \varphi$

Da beim Auftragen kleiner Linien Fehler unvermeidlich sind, und anderseits nach unserer Annahme sowohl die Parallelkreise als Meridiane gleich weit von einander entfernt sein sollen, so ist es zweckmässiger die Länge des ganzen Meridianbogens a b (Fig. 31) und den Centriwinkel g s h $= \alpha$ des Bogens g h zu berechnen, und den Bogen a b, sowie den Centriwinkel α in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile zu theilen.

Es seien φ_1 und φ_2 die Breiten der äussersten Parallelkreise, λ_1 und λ_2 die Längen der äussersten Meridiane der Karte, ferner $m = \varphi_1 - \varphi_2$ die Anzahl der Breitengrade und $n = \lambda_1 - \lambda_2$ die Anzahl der Längengrade, über welche sich die Karte erstreckt, dann ist

(XLIX) Bogen a b $= \frac{R\pi m}{180^0}$

Die eine Hälfte dieses Bogens wird nach o b, die andere nach o a getragen und die Strecke a b in m gleiche Theile getheilt.

Um die Grösse des Centriwinkels g s h $= \alpha$ des Kreissectors zu berechnen, erinnere man sich dass die Projektion g h des mittleren Parallelkreises mit dem Parallelkreisbogen gleiche Länge erhalten soll. Dieser Bogen besitzt aber n Grade und da die Breite des Parallelkreises φ ist, so ergibt sich die Länge des Parallelkreisbogens nach der Gleichung:

$$b = \frac{R \pi n}{180} \operatorname{Cos} \varphi,$$

welche gleich der Länge des Bogens g h zu setzen ist, somit:

$$1) \quad Bg . g\ h = \frac{R \pi n}{180} \operatorname{Cos} \varphi$$

Anderseits findet die Proportion statt:

$$Bg . gh : s\ g . \pi = \alpha : 180^0$$

und da $s g = R \operatorname{Cotg} \varphi$

$$2) \quad Bg . g\ h = \frac{R \operatorname{Cotg} \varphi \pi \alpha}{180^0}$$

Setzt man die Werthe 1) und 2) einander gleich, so ist:

$$\frac{R \pi n}{180} \operatorname{Cos} \varphi = \frac{R \operatorname{Cotg} \varphi \pi \alpha}{180} \text{ oder}$$

$$n \operatorname{Cos} \varphi = \alpha \operatorname{Cotg} \varphi$$

$$\text{und (L)} \quad \alpha = \frac{n \operatorname{Cos} \varphi}{\operatorname{Cotg} \varphi} = n \operatorname{Sin} \varphi$$

Wird nach dieser Gleichung α berechnet, und $\frac{\alpha}{2}$ vom mittleren Meridiane aus nach a s c und a s d getragen, so sind dadurch die äussersten Meridiane der Karte bestimmt und Bogen g h oder c d kann in eine entsprechende Anzahl gleiche Theile getheilt werden.

Fällt der Mittelpunkt s der Parallelkreise ausserhalb des Blattes (siehe Fig. 31) und sind die Richtungen c e und a b zweier Meridiane gegeben, so kann der Meridian, welcher durch den Theilpunkt k geht, auf folgende Weise erhalten werden: Man ziehe die Geraden a c, o g und a k und konstruire zu diesen 3 Linien die vierte Proportionale x. Zieht man alsdann ol parallel mit ak und trägt man x nach ol, so ist l k der gewünschte Meridian, denn da g o // a c und o l // a k so bestehen die Proportionen:

g o : c a = s o : s a

ferner ist o l : a k = s o : s a

und daher g o : c a = o l : a k

Auf diese Weise kann auch jeder andere Merdian erhalten werden.