Lehrbuch der wichtigsten Kartenprojektionen

Möllinger, Oskar

Zürich, 1882

Prüfung der stereographischen und Bonne'schen Kartennetze von Europa, Deutschland und der Schweiz

urn:nbn:de:hbz:466:1-76263

IV. Abschnitt.

Vergleichung der stereographischen und Bonne'schen Projektionsmethode.

Prüfung der berechneten Kartennetze von Europa und Deutschland.

Die Vorzüglichkeit eines Kartennetzes wird vor Allem durch die Uebereinstimmung seiner linearen Distanzen mit den entsprechenden Entfernungen auf der Oberfläche der Erdkugel oder des Erdellipsoides bedingt, während die Flächengleichheit entsprechender Theile von Bild und Original von geringerer Bedeutung ist. Wir wollen daher zur Prüfung des stereographischen und Bonne'schen Kartennetzes von Europa vier beliebige Punkte auf der Kugel wählen und ihre 6 sphärischen Distanzen, sowie diejenigen ihrer stereographischen und Bonne'schen Projektionen berechnen. Aus ihrer Vergleichung wird sich sofort ergeben, welcher Projektion im vorliegenden Falle der Vorzug zu geben ist. Als Eckpunkte des Viereckes wurden die Orte Lissabon, Constantinopel, Petersburg und Reikiavik auf Island (siehe Taf. I. Seite 60) gewählt. Von diesen liegen Constantinopel und Petersburg in der Nähe des Hauptmeridianes, Lissabon und Reikiavik an den Grenzen der Karte. Die sphärischen Coordinaten dieser Orte, welche dem „Annuaire publié par le bureau des longitudes à Paris" entnommen wurden, sind folgende:

für Lissabon: Länge $\lambda_1 = 11^0 28' 45''$ westlich v. Paris,
Breite $\varphi_1 = 38^0 42' 24''$ nördlich.
für Constantinopel Länge $\lambda_c = 26^0 38' 50''$ östlich v. Paris,
Breite $\varphi_c = 41^0 0' 16''$ nördlich.
für Petersburg: Länge $\lambda_p = 27^0 58' 13''$ östlich v. Paris,
Breite $\varphi_p = 59^0 56' 30''$ nördlich.

für Reikiavik: Länge $\lambda_r = 24^0 20' 20''$ westlich v. Paris,

Breite $\varphi_r = 64^0 8' 26''$ nördlich

Zunächst ergeben sich nach der schon früher angewandten Gleichung (siehe Fig. 24 S. 55)

$$\text{Cos}\,\sigma = \text{Sin}\,\varphi_1\ \text{Sin}\,\varphi_2 + \text{Cos}\,\varphi_1\ \text{Cos}\,\varphi_2\ \text{Cos}\ (\lambda_2 \pm \lambda_1)$$

die Seiten und Diagonalen des sphärischen Viereckes LCPR. [liegen beide Orte auf verschiedenen Seiten des 0^{ten} Meridianes, so gilt in $(\lambda_2 + \lambda_1)$ das $+$ Zeichen, im anderen Falle das $-$ Zeichen]

Für die Seite LC ist:

$$\text{Cos LC} = \text{Sin}\ 38^0 42' 24''\ \text{Sin}\ 41^0 0' 16''$$
$$+ \text{Cos}\ 38^0 42' 24''\ \text{Cos}\ 41^0 0' 16''\ \text{Cos}\ 38^0 7' 35''$$
$$\text{LC} = 29^0 7' 33'' = 104853'' = 436{,}887 \text{ geog. Meilen}$$
$$1^0 = 15 \text{ g. M.}$$
$$1'' = \frac{1}{240} = 0{,}0041666 \ldots \text{ g. M.}$$

Analog erhält man für die übrigen Distanzen die Werthe:

$$\text{CP} = 18^0 57' 18'' = 68238'' = 284{,}325 \text{ g. M.}$$
$$\text{PR} = 24^0\ 9' 29'' = 86969'' = 362{,}371 \text{ „ „}$$
$$\text{RL} = 26^0 33' 00'' = 95580'' = 398{,}250 \text{ „ „}$$
$$\text{LP} = 32^0 32'\ 8'' = 117128'' = 488{,}033 \text{ „ „}$$
$$\text{CR} = 37^0\ 5' 46'' = 133546'' = 556{,}442 \text{ „ „}$$

Berechnung der stereographischen Projektionen dieser Seiten. (siehe Fig. 34a)

Um die stereographischen Projektionen der Punkte LCPR zu bestimmen, verfahre man nach der in Aufgabe 1 (Seite 43) angegebenen Weise.

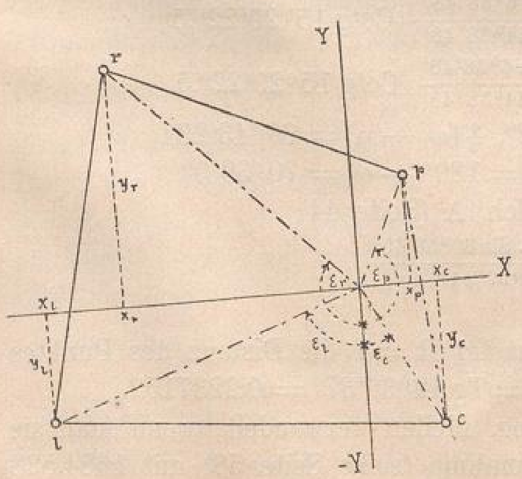

Fig. 34 a.

Man berechne für jeden Ort der Reihe nach die Werthe von γ, ϑ, ω und ε, sodann mittelst den Gleichungen A und B (Seite 44) die Werthe von Δ und d, wodurch die stereographische Projektion des Ortes in der Bildebene bestimmt ist. Legt man nun durch den Mittelpunkt O der Karte ein rechtwinkliges Coordinatensystem und lässt man die Ordinatenaxe OY mit dem Hauptmeridiane zusammenfallen, so ergeben sich die Coordinaten eines jeden Ortes nach den Gleichungen:

$$x = d . \operatorname{Sin} \varepsilon, \qquad y = d \operatorname{Cos} \varepsilon.$$

Endlich erhält man die Entfernung der stereographischen Projektionen zweier Orte durch die Gleichung:

$$l = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Da das Rechnungsverfahren für einen jeden der 4 angenommenen Orte dasselbe ist, so genügt es die Rechnung für einen der Orte z. B. für Lissabon durchzuführen und für die übrigen nur die erhaltenen Resultate anzugeben.

Berechnung des Winkels γ_1. Da als Hauptmeridian der Karte der 40. östlich von Ferro angenommen wurde, und Ferro 20°30′ westlich von Paris liegt, so bildet der Meridian von Paris mit dem Hauptmeridiane einen Winkel

$$\gamma = 40^0 - 20^0 30' = 19^0 30'$$

und es ist für Lissabon

$$\gamma_1 = 19^0 30' + 11^0 28' 45'' = 30^0 58' 45''$$

Ferner der aus Fig. 7 Seite 43 ersichtliche Bogen

$$\vartheta_1 = 90^0 - \varphi_1 = 51^0 17' 36''$$

Bei der Berechnung des Netzes von Europa wurde die Poldistanz des Gegenpunktes Q : $\delta = 38^0$ angenommen und ist daher

$$\vartheta_1 - \delta = 13^0 17' 36'' \text{ und } \tfrac{1}{2}(\vartheta_1 - \delta) = 6^0 38' 48''$$

$$\vartheta_1 + \delta = 89^0 17' 36'' \text{ und } \tfrac{1}{2}(\vartheta_1 + \delta) = 44^0 38' 48''$$

somit nach den Glch. V (Seite 19)

$$\operatorname{Tg} \tfrac{1}{2}(\omega_1 + \eta_1) = \frac{\operatorname{Cos} 6^0 38' 48''}{\operatorname{Cos} 44^0 38' 48''} \operatorname{Cotg} 15^0 29' 22'',5$$

$$\operatorname{Tg} \tfrac{1}{2}(\omega_1 - \eta_1) = \frac{\operatorname{Sin} 6^0 38' 48''}{\operatorname{Sin} 44^0 38' 48''} \operatorname{Cotg} 15^0 29' 22'',5$$

$$\tfrac{1}{2}(\omega_1 + \eta_1) = 78^0 46' 22'', \; \tfrac{1}{2}(\omega_1 - \eta_1) = 30^0 43' 29''$$

$$\omega_1 = 109^0 29' 51'', \; \varepsilon_1 = 180^0 - \omega_1 = 70^0 30' 9''$$

Ferner ergibt sich nach Glch. A (Seite 44)

$$\operatorname{Sin} \varDelta_1 = \frac{\operatorname{Sin} 51^0 17' 36'' . \operatorname{Sin} 30^0 58' 45''}{\operatorname{Sin} 109^0 29' 51''}$$

$$\varDelta_1 = 25^0 13' 14''$$

Nach Glch. B (Seite 44) ist für $R = 1$ die Distanz des Punktes 1 vom Centrum der Karte: $d = \operatorname{Tg} 12^0 36' 37'' = 0{,}2237152$.

Diese Distanz wird in geog. Meilen verwandelt, wenn man sie nach der früher gemachten Annahme (siehe Seite 58) mit 1684,528 (log = 3,2264782) multiplicirt. Es ist dann d = 376,854 geog. Meilen.

Die Coordinaten des Punktes l in Bezug auf die durch den Mittelpunkt der Karte gehenden Axen sind:

$$x_l = -376{,}854 \operatorname{Sin} 70^0 30' 9'' = -355{,}2441$$
$$y_l = -376{,}854 \operatorname{Cos} 70^0 30' 9'' = -125{,}7811$$

Für Constantinopel ergeben sich in analoger Weise die Coordinaten

$$x_c = 79{,}9625, \qquad y_c = -158{,}4973$$

und daher $x_l - x_c = -435{,}2066 \qquad y_l - y_c = 32{,}7162$

Die Distanz $lc = \sqrt{(-435{,}2066)^2 + 32{,}7162^2} = 436{,}435$ geog. Meilen.

Die Entfernungen der übrigen Orte sind in nachfolgender Tabelle zusammengestellt.

Berechnung der Bonne'schen Projektionen der Seiten LC, CP, PR, RL, LP, CR.

Da das Rechnungsverfahren auch hier für eine jede Seite dasselbe ist, so genügt es die Rechnung für die Seite LC durchzuführen.

Für Lissabon ist

$\gamma_l = 30^0 58' 45'' = 111525''$

und die Breite

$\varphi_l = 38^0 42' 24''$. Wie bei Berechnung des Bonne'schen Netzes von Europa gefunden wurde, ist die Kante des Tangentialkegels, welche gleichzeitig Radius des mittleren Parallelkreises ist $MO = 671{,}466$ geog. Meilen, und da $1'' = \frac{1}{240}$ geog. Meilen und die geog. Breite des Kartenmittelpunktes $\varphi = 52^0$ ist, so ist der Radius des Parallelkreises auf welchem Lissabon liegt:

$$r_l = 671.466 + \frac{52.60.60 - \varphi_l}{240}$$
$$= 671{,}466 + \frac{47856}{240}$$
$$r_l = 671{,}466 + 199{,}40$$
$$= 870{,}866 \text{ geog. Meilen.}$$

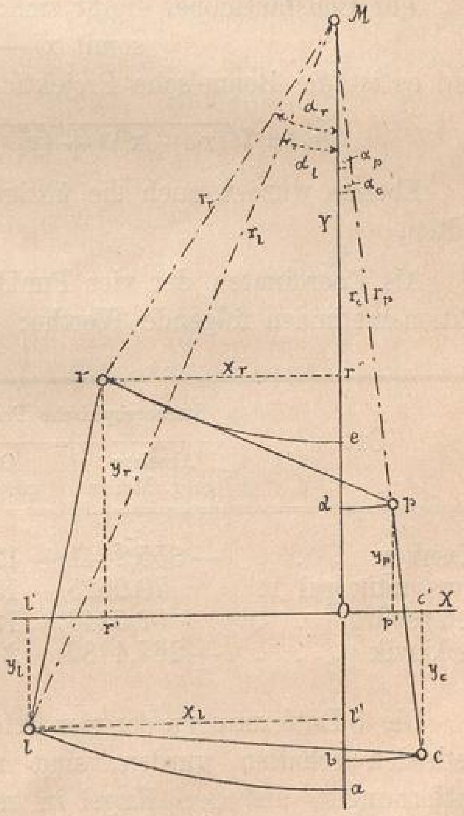

Fig. 34.

Nach Gleichung LIX (S. 91) ergibt sich nun der Werth des Centriwinkels α_1 welcher dem Bogen al (Fig. 34) entspricht.

$$\alpha_1 = \frac{859,437 . 111525}{870,866} \operatorname{Cos} 38^0 42' 24''$$

$$\alpha_1 = 85887'' = 23^0 51' 27''$$

Legt man durch den Mittelpunkt O der Karte ein senkrechtes Coordinatensystem und lässt man die Ordinatenaxe OY, wie Fig. 34 zeigt, mit dem Hauptmeridiane der Karte zusammenfallen, so ergeben sich die Coordinaten des Punktes l nach den Gleichungen:

$$x_l = - r_l \operatorname{Sin} \alpha_l = - 870,866 \operatorname{Sin} 23^0 51' 27'' = - 352,233$$

$$y_l = - r_l \operatorname{Cos} \alpha_l + MO = - 870,866 \operatorname{Cos} 23^0 51' 27'' + 671,466$$

$$y_l = - 124,988.$$

Auf analoge Weise werden auch die Coordinaten für die Bonne'schen Projektionen der übrigen Orte berechnet.

Für Constantinopel ergibt sich: $x_c = 80,779, \quad y_c = - 161,023$
somit $x_l - x_c = - 433,012, \; y_l - y_c = 36,035$
und es ist die Bonne'sche Projektion der Seite LC:

$$lc = \sqrt{(x_l - x_c)^2 + (y_l - y_c)^2} = 434,509$$

Ebenso wurden auch die übrigen Distanzen cp, pr, rl, lp, cr erhalten.

Als Coordinaten der vier Punkte ergaben sich nach beiden Projektionsmethoden folgende Werthe:

Ort	Stereographische Projektion		Bonne'sche Projektion	
	Abszisse geog. Meilen	Ordinate geog. Meilen	Abszisse geog. Meilen	Ordinate geog. Meilen
Lissabon . . .	— 355,2441	— 125,7811	— 352,2330	— 124,988
Constantinopel .	79,9625	— 158,4973	80,7788	— 161,023
Petersburg . .	62,5446	120,7769	63,4978	122,787
Reikiavik . . .	— 267,4487	270,9911	— 270,6742	263,781

Die 6 Entfernungen der vier Orte, wie sie nach beiden Projektionsmethoden erhalten wurden, sind im Vergleiche mit den wirklichen Entfernungen auf der Kugel in nachfolgender Tabelle zusammengestellt: