



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der wichtigsten Kartenprojektionen

Möllinger, Oskar

Zürich, 1882

Zusammenstellung der Resultate für das Kartennetz von Deutschland

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76263](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76263)

Sehnen der Parallelkreise	Breite ihrer Endpunkte	sphärische	stereo-	Bonne'sche	Fehler der	Fehler der	Differenz zwischen der stereog. und Bonne'schen Proj.
		Distanz der Endpunkte	graphische Projektion	Projektion	stereog. Proj. (*)	Bonne'schen Projekt. (*)	
		geog. Ml.	geog. Ml.	geog. Ml.	geog. Ml.	geog. Ml.	geog. Ml.
A ₁ A ₂	51°	37,7546	37,6976	37,7547	-0,0570	+0,0001	+0,0571
B ₁ B ₂	52°	73,8421	73,7575	73,8442	-0,0846	+0,0021	+0,0867
C ₁ C ₂	53°	108,2004	108,1408	108,2109	-0,0596	+0,0105	+0,0701
D ₁ D ₂	54°	140,7678	140,8126	140,8011	+0,0448	+0,0333	-0,0115
A ₃ A ₄	49°	39,3589	39,2987	39,3588	-0,0602	-0,0001	+0,0601
B ₃ B ₄	48°	80,2596	80,1666	80,2575	-0,0930	-0,0021	+0,0909
C ₃ C ₄	47°	122,6395	122,5668	122,6284	-0,0727	-0,0111	+0,0616
D ₃ D ₄	46°	166,4367	166,4704	166,4017	+0,0337	-0,0350	-0,0687

Sehnen der Meridianbogen	Winkel, welche die Meridiane mit dem Haupt- meridiane bilden	sphärische	stereo-	Bonne'sche	Fehler der	Fehler der	Differenz zwischen der stereog. und Bonne'schen Proj.
		Distanz der Endpunkte	graphische Projektion	Projektion	stereograph. Projektion	Bonne'schen Projektion	
		geog. Ml.	geog. Ml.	geog. Ml.	geog. Ml.	geog. Ml.	geog. Ml.
A ₁ A ₄	2°	30	29,9553	30,0006	-0,0447	+0,0006	+0,0453
B ₁ B ₄	4°	60	59,9387	60,0001	-0,0613	+0,0001	+0,0614
C ₁ C ₄	6°	90	89,9754	89,9999	-0,0246	-0,0001	+0,0245
D ₁ D ₄	8°	120	120,0946	120,0001	+0,0946	+0,0001	-0,0945

Wie man aus der Fehlerreihe der stereographischen Projektionen ersieht, sind sowohl für die Parallelkreise als Meridiane die Projektionen der drei dem Centrum der Karte zunächstliegenden Sehnen kleiner als die sphärischen Distanzen ihrer Endpunkte, dagegen sind für die Sehnen D₁ D₂, D₃ D₄, D₁ D₄ die stereographischen Projektionen grösser als die sphärischen Entfernungen ihrer Endpunkte. Während also die stereographischen Projektionen derjenigen sphärischen Distanzen, deren senkrechte Abstände vom Mittelpunkte des Kugelabschnittes zwischen 0° und 3° liegen, kleiner sind als diese, sind die Projektionen solcher Distanzen, die vier und mehr Grade vom Centrum der Karte entfernt sind, grösser als die wirklichen Ent-

*) Das Zeichen + bedeutet, dass die Projektion grösser, das Zeichen -, dass sie kleiner ist als die sphärische Distanz.

fernungen auf der Kugel. Bei der stereographischen Projektion eines Kugelabschnittes sind daher in Folge unserer früheren Annahme die Distanzen im Innern der Karte etwas kleiner, diejenigen an den Grenzen der Karte etwas grösser als die wahren Entfernungen auf der Kugel.

In Bezug auf die Bonne'sche Methode ergibt sich aus der Betrachtung der Fehlercolumnne das Resultat, dass sowohl die Sehnen der Parallelkreise, als auch diejenigen der Meridiane mit den sphärischen Entfernungen ihrer Endpunkte sehr gut übereinstimmen, und könnte dies zu der Vermuthung Raum geben, dass bei der Bonne'schen Projektion wirklich keine bemerkenswerthen Abweichungen vorkommen, was indessen wie nachfolgende Zusammenstellung zeigen wird, für beliebig gewählte Distanzen nicht der Fall ist. Wie man ferner aus der Fehlerreihe der Bonne'schen Projektion ersieht, sind die Entfernungen $A_1 A_2$, $B_1 B_2$, $C_1 C_2$, $D_1 D_2$, welche nördlich vom Centrum der Karte liegen, grösser; die Entfernungen $A_3 A_4$, $B_3 B_4$, $C_3 C_4$, $D_3 D_4$, welche sich südlich davon befinden, kleiner, als die entsprechenden sphärischen Distanzen. Es folgt hieraus, dass die Meridianpunkte, welche sich nördlich vom mittleren Parallelkreise der Karte befinden, etwas zu weit vom Hauptmeridiane entfernt sind, während die südlich von diesem Parallelkreise gelegenen Meridianpunkte dem Hauptmeridiane zu nahe liegen.

Um zu untersuchen, welches die Fehler der Projektionen beliebig gewählter Kugeldistanzen sind, wurden auf der Kugelfläche 6 Orte angenommen, und ihre gegenseitigen Entfernungen, sowie diejenigen ihrer Projektionen berechnet. Als solche Orte wurden Paris, Turin, Triest und Berlin gewählt, ferner zwei Punkte A und C, welche in Bezug auf den Hauptmeridian zu Paris und Turin symmetrische Lagen besitzen (Taf. I. S. 60). Die Punkte A und C haben in Folge dessen mit den Orten Paris und Turin nach beiden Projektionsmethoden gleiche Ordinaten und ihre Abszissen unterscheiden sich von denjenigen der letztgenannten Orte nur in Bezug auf das Zeichen.

Im Folgenden sind die erhaltenen Zahlenwerthe zusammengestellt:

Sphärische Coordinaten.

Ort	Länge λ	Winkel, welchen der Meridian des Ortes mit dem Hauptmeridiane bildet	Breite φ
Paris	0° 0' 0"	—9° 30' 0"	48° 50' 49"*)
Turin	5° 21' 25" östl.	—4° 8' 35"	45° 4' 8"
Triest	11° 26' 17" „	1° 56' 17"	45° 38' 50"
Berlin	11° 3' 30" „	1° 33' 30"	52° 30' 17"
A	19° 0' 0" „	9° 30' 0"	48° 50' 49"
C	13° 38' 35" „	4° 8' 35"	45° 4' 8"

Coordinaten der Projektionen der Orte.

Ort	stereograph. Coordinaten		Bonne'sche Coordinaten		Differenz der Abszissen**)	Differenz der Ordinaten**)
	Abszisse	Ordinate	Abszisse	Ordinate		
Paris	—93,47328	—11,36807	—93,52353	—11,3497	+0,05025	—0,01837
Turin	—43,88849	—72,71969	—43,86745	—72,7555	—0,02104	+0,03581
Triest	20,31766	—64,96175	20,32029	—65,0290	+0,00263	+0,06725
Berlin	14,21128	37,66682	14,22707	37,7189	+0,01579	+0,05208
A	93,47328	—11,36807	93,52353	—11,3497	+0,05025	—0,01837
C	43,88849	—72,71969	43,86865	—72,7555	—0,01984	+0,03581

Entfernungen der Orte nach der stereographischen und Bonne'schen Projektionsmethode verglichen mit den wirklichen Distanzen auf der Kugel.

Entfernung	Wirkliche oder sphärische Distanz geogr. Mln.	stereogr. Projektion geogr. Mln.	Bonne'sche Projektion geogr. Mln.	Fehler der stereogr. Projektion geogr. Mln.	Fehler der Bonne'schen Projektion geogr. Mln.	Differenz zwischen der stereogr. und Bonne'schen Projektion
Paris-Turin	78,8267	78,8839	78,9701	+0,0572	+0,1434	+0,0862
Turin-Triest	64,6667	64,6732	64,6511	+0,0065	—0,0156	—0,0221
Triest-Berl.	102,9292	102,8101	102,9284	—0,1191	—0,0008	+0,1183

*) Breite des Pantheon.

***) Das Zeichen + bedeutet, dass die Bonne'sche Coordinate grösser, das Zeichen —, dass sie kleiner ist als die stereog. Coordinate.

Möllinger's Kartenprojektionen.

Entfernung	Wirkliche oder sphärische Distanz geogr. Mln.	stereogr. Projektion geogr. Mln.	Bonne'sche Projektion geogr. Mln.	Fehler der stereogr. Projektion geogr. Mln.	Fehler der Bonne'schen Projektion geogr. Mln.	Differenz zwischen der stereogr. und Bonne'schen Projektion
Berlin-Paris	118,4000	118,3232	118,3973	-0,0768	-0,0027	+0,0741
Paris-Triest	125,8104	125,7802	125,8645	-0,0302	+0,0541	+0,0843
Turin Berlin	124,8696	124,7428	124,8181	-0,1268	-0,0517	+0,0753
AP	187,0438	186,9466	187,0471	-0,0972	+0,0033	+0,1005
ATu.	150,4692	150,4403	150,4901	-0,0289	+0,0209	+0,0498
ATr.	90,6667	90,6864	90,7754	+0,0197	+0,1087	+0,0890
AB	93,2354	93,2035	93,2505	-0,0319	+0,0151	+0,0470
CP	150,4692	150,4403	150,4901	-0,0289	+0,0209	+0,0498
CTu.	87,7442	87,7770	87,7373	+0,0328	-0,0069	-0,0397
CTr.	24,7983	24,8147	24,7836	+0,0164	-0,0147	-0,0311
CA	78,8267	78,8839	78,9701	+0,0572	+0,1434	+0,0862
CB	114,4046	114,3063	114,3819	-0,0983	-0,0227	+0,0756

Die Summe der Fehlerquadrate, welche immer ein Minimum sein soll, beträgt bei der stereographischen Projektion: 0,06719091, bei der Bonne'schen Projektion: 0,06068531 Quadratmeilen. Zieht man aus diesen Zahlen die Quadratwurzel, so erhält man die Seiten der Fehlerquadrate, welche gleich 0,259212 und 0,246344 Einheiten sind. Obgleich sich durch diese Zahlen ein kleiner Vortheil zu Gunsten der Bonne'schen Projektionsmethode ergibt, so ist doch der Unterschied beider Zahlen so gering, dass beide Projektionsmethoden als auf gleicher Stufe stehend betrachtet werden können. Vergleicht man die sich ergebenden Fehlerreihen, so sieht man, dass in 3 Fällen (für die Distanzen ATu, CP, CTr) die Fehler bei beiden Methoden nahezu gleich sind, ausserdem sind in 5 Fällen die Fehler der stereographischen, in 7 Fällen diejenigen der Bonne'schen Projektion kleiner als die entsprechenden der anderen Projektionsmethode. Der grösste Fehler bei der stereographischen Methode ist gleich 0,1268 Meilen, während derjenige bei der Bonne'schen Methode 0,1434 Meilen beträgt, es ist also auch in dieser Beziehung zwischen beiden Projektionsmethoden kein bemerkenswerther Unterschied. Nimmt man an der grösste noch vorkommende Fehler betrage bei beiden Methoden 0,15 Meilen, so würde derselbe im Maasstabe 1:600000, in welchem die Karte von Deutschland einen Durchmesser von 2,963 oder nahezu 3 Meter erhält, gleich 1,8 Millimeter werden, eine Grösse welche zwar

klein ist aber beim Abgreifen einer Distanz immerhin noch berücksichtigt werden kann.

Betrachtet man endlich noch die sich ergebenden Differenzen zwischen den stereographischen und Bonne'schen Projektionen, so erhält man sowohl in Bezug auf die Coordinaten der einzelnen Punkte als auch in Bezug auf ihre gegenseitigen Entfernungen als grössten Unterschied, welcher sich für die Distanz „Triest-Berlin“ ergibt, 0,1183 g. Meilen, ein Werth, welcher weder den grössten Fehler der bei der stereographischen Projektion begangen wird noch denjenigen, welcher sich nach der Bonne'schen Methode ergibt, erreicht.

Für das Kartennetz der Schweiz wurde ebenfalls eine Vergleichung der stereographischen und Bonne'schen Methode angestellt. Als Mittelpunkt der Karte wurde derjenige angenommen, dessen sphärische Coordinaten $\lambda = 5^{\circ}53'$ (östlich von Paris) und $\varphi = 46^{\circ}48'$ betragen. Durch Rechnung ergibt sich der Bogenhalbmesser des Grenzkreises der Karte $= 1^{\circ}58'$ oder $= 29,5$ geog. Meilen. Die stereographische Projection des Grenzkreises besitzt einen Radius $r = 0,01716409$ Einheiten, welche 29,5 geog. Meilen repräsentiren, und sind daher die berechneten Werthe des stereographischen Netzes mit $\frac{29,5}{0,01716409} = 1718,704$ ($\log = 3,2352012$) zu multipliciren. Die Poldistanz des Gegenpunktes des Auges beträgt $\delta = 43^{\circ}12'$. Zur Prüfung des Netzes wurden auch hier 4 Orte: Genf, Zürich, Basel, Airolo angenommen, und ihre sphärischen, stereographischen und Bonne'schen Entfernungen berechnet. Es ergaben sich folgende Werthe:

Ort	Länge östlich von Paris *)	nördliche Breite *)	Poldistanz	Winkel, welchen der Meridian des Ortes mit dem Hauptmeridiane bildet
Genf	$\lambda_g = 3^{\circ}49'00''$	$\varphi_g = 46^{\circ}11'59''$	$\mathcal{P}_g = 43^{\circ}48'1''$	$\gamma_g = 2^{\circ}04'$
Zürich	$\lambda_z = 6^{\circ}12'45''$	$\varphi_z = 47^{\circ}22'40''$	$\mathcal{P}_z = 42^{\circ}37'20''$	$\gamma_z = 0^{\circ}19'45''$
Basel	$\lambda_b = 5^{\circ}15'00'$	$\varphi_b = 47^{\circ}33'$	$\mathcal{P}_b = 42^{\circ}27'$	$\gamma_b = 0^{\circ}38'$
Airolo	$\lambda_a = 6^{\circ}15'00''$	$\varphi_a = 46^{\circ}32'$	$\mathcal{P}_a = 43^{\circ}28'$	$\gamma_a = 0^{\circ}22'$

*) Die Werthe wurden Wolf's Taschenbuch der Mathematik entnommen.