

## Lehrbuch der wichtigsten Kartenprojektionen

Möllinger, Oskar Zürich, 1882

2. Aequivalente Cylinderprojektion einer Kugelzone

urn:nbn:de:hbz:466:1-76263

verlängerten Parallelkreisebenen die Cylinderfläche in Kreisen schneiden, welche mit dem Aequator congruent sind. Denkt man sich nun die Cylinderfläche längs einer Kante resp. eines Meridianes aufgeschnitten und in eine Ebene entwickelt, so entsteht ein Netz von senkrecht auf einander stehenden Geraden, bei welchen die Meridiane gleiche Entfernungen besitzen, während die Distanz der Parallelkreise um so mehr abnimmt, je näher die letzteren dem Pole liegen.

Um die Entfernung irgend eines Parallelkreises vom Aequator zu berechnen, hat man die Gleichung:

$$d = R \sin \varphi$$

in welcher R den Radius der Erde und  $\varphi$  die Breite des Parallel-kreises bezeichnet.

Um die Aequivalenz dieser Projektionsmethode nachzuweisen, bedenke man dass die Mantelfläche eines senkrechten Kreiscylinders welcher als Basis den Aequator und die Höhe y besitzt:

$$M = 2 R \pi . y$$

Dieselbe Formel hat man aber auch für die Oberfläche einer Kugelzone, deren Höhe y ist. Die zwischen den aufeinanderfolgenden Parallelkreisen liegenden Kugelzonen sind daher gleich den entsprechenden Cylinderzonen, und es ist auch die Mantelfläche des ganzen Cylinders gleich der Kugeloberfläche.

Diese Projektion wurde zuerst von dem deutschen Mathematiker Joh. Heinrich Lambert (1728—1777) in seinen Beiträgen zum Gebrauche der Mathematik beschrieben.

2. Aequivalente Cylinderprojektion einer Kugelzone. Eine gegebene Kugelzone, deren mittlerer Parallelkreis die Breite  $\varphi$  besitzt, kann auf eine Cylinderfläche projieirt werden, welche als Basis diesen Parallelkreis hat. Stellt man die Bedingung, dass die zu erhaltende Projektion äquivalent sein soll, so muss die Kugelzone welche sich von der Breite  $\varphi$  bis zur Breite  $\varphi_1$  erstreckt gleich der Mantelfläche des Cylinders sein, dessen Entwicklung die Kugelzone darstellt. Die Höhe h des Cylinders ergibt sich alsdann aus der Bedingungsgleichung:

Fläche der Kugelzone = der Fläche der Cylinderzone  $2 R \pi (R \sin \varphi_1 - R \sin \varphi) = 2 R \pi \cos \varphi h$ .  $2 R^2 \pi (\sin \varphi_1 - \sin \varphi) = 2 R \pi \cos \varphi h$ .  $h = \frac{R (\sin \varphi_1 - \sin \varphi)}{\cos \varphi}$ 

$$\mathbf{h} = \frac{2 \, \mathbf{R} \, \mathbf{Cos} \, \frac{1}{2} \, (\varphi_1 + \varphi) \, \mathbf{Sin} \, \frac{1}{2} \, (\varphi_1 - \varphi)}{\mathbf{Cos} \, \varphi}$$

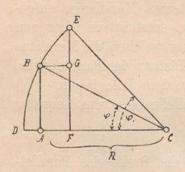


Fig. 38.

Auf dieselbe Weise kann auch die Höhe des unter dem mittleren Parallelkreise liegenden Theiles der Karte berechnet werden.

Diese Grösse wird auf folgende Weise construirt (siehe Fig. 38): Man mache CA = R, trage den Winkel  $\varphi$  im Punkte C an A C an, errichte im Punkte A eine Senkrechte A B, dann ist

$$BC = \frac{R}{\cos \varphi}$$

Beschreibt man ferner mit BC einen

Kreis, trägt man den Winkel  $\varphi_1$  nach DCE, und zieht man EF und BG, so ist:

$$EG = EF - FG = EF - AB$$

$$E G = C E Sin \varphi_1 - B C Sin \varphi = B C (Sin \varphi_1 - Sin \varphi)$$

$$EG = \frac{R}{\cos \varphi} (Sin \varphi_1 - Sin \varphi)$$

Es ist also E G = der gesuchten Höhe h.

3. Albers äquivalente Kegelprojektion.

Bei dieser sind die Längen der Grenzkreise einer Zone, deren Breiten  $\varphi'$  und  $\varphi''$  sind, gleich den Kreisbogen des Sectors, welcher die Zone darstellen soll, ferner ist die Oberfläche der Zone gleich der Mantelfläche des abgestumpften Kegels, welcher an die Stelle der Zone tritt.

Es ist daher:

2 R π (R Sin q'' — R Sin q') = (R π Cos q' + R π Cos q'') l Hieraus folgt die Länge l der Kegelkante:

$$1 = \frac{2 \operatorname{R} (\operatorname{Sin} \varphi'' - \operatorname{Sin} \varphi')}{\operatorname{Cos} \varphi' + \operatorname{Cos} \varphi''}$$

oder wenn man für  $(\sin \varphi'' - \sin \varphi')$  und  $(\cos \varphi' + \cos \varphi'')$  ihre bekannten goniometrischen Werthe setzt und reducirt:

1) 
$$1 = 2 R Tg \frac{\varphi'' - \varphi'}{2}$$

Dieser Werth lässt sich auf folgende Weise sehr einfach construiren (s. Fig. 39). Man beschreibe mit dem Radius OD = R einen Kreis, trage an OD die Winkel  $\varphi$ 'und  $\varphi$ " an, und ziehe im Mittel-