Lehrbuch der wichtigsten Kartenprojektionen

Möllinger, Oskar

Zürich, 1882

6. Die äquivalente Projektion von Joh. Werner

urn:nbn:de:hbz:466:1-76263

$2\,R\,\mathrm{Sin}\left(45^0 - \frac{\varphi}{2}\right)$ leicht construirt werden kann, er ist in Fig. 41 = AP, so wird auch der Werth von $r = \sqrt{m}\,.\,AP$ leicht durch Construction erhalten.

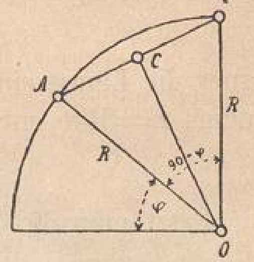

Fig. 41.

5. Projektion von Bonne. Dieselbe wurde schon Seite 89 ausführlich beschrieben, und kann man sich daher darauf beschränken ihre Aequivalenz nachzuweisen. Ein sehr schmaler Streifen der Kugeloberfläche, welcher zwischen den Parallelkreisen von den Breiten φ_1 und φ_2 liegt, ist gleich der Länge des Parallelkreises von der Breite $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$ multiplicirt mit dem Abstande $R\,(\varphi_1 - \varphi_2)$ der beiden Parallelkreise. [$\varphi_1 - \varphi_2$ sei gleich dem Arc., welcher der Breitendifferenz entspricht.] Da nun beide Längen auf der Karte in ihrer wahren Grösse aufgetragen werden und aufeinander senkrecht stehen, so wird ein solcher Streifen auf der Karte ebenfalls in seiner wahren Grösse abgebildet. Dasselbe gilt auch von jedem anderen analogen Flächenstreifen der Kugel, und da man jede sphärische Figur in der Richtung der Parallelkreise in unendlich schmale Streifen zerlegen kann, deren Projektionen gleich ihren Originalen sind, so wird ein jeder Theil der Kugelfläche auf der Karte in der wahren Grösse abgebildet, wodurch die Aequivalenz der Bonne'schen Projektion bewiesen ist.

6. Die äquivalente Projektion von Joh. Werner. Dieselbe ist eine conventionelle Kegelprojektion, bei welcher die Spitze des Kegels im Pole angenommen wird. Alle Parallelkreise werden als concentrische Kreise gezeichnet, welche als gemeinschaftlichen Mittelpunkt die Spitze des Kegels besitzen. Der Radius eines Parallelkreises von der Breite φ wird gleich der Länge des Meridianbogens genommen, welcher zwischen dem Pol und dem Parallelkreise liegt. Es ist daher:

$$r = R\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = R\,\psi$$

wenn φ den Arc. der Breite, und ψ sein Complement bezeichnet.

Da die Parallelkreise in ihrer wahren Länge abgetragen werden, so ist wieder jeder unendlich schmale Flächenstreifen der Kugel nach der Richtung der Parallelkreise gleich seiner Projektion, wesshalb diese Kegelprojektion ebenfalls äquivalent ist.

Der Quadrant eines Parallelkreises dessen Breite φ ist, erscheint als ein Bogen dessen Centriwinkel α auf folgende Weise erhalten wird:

Es ist die Länge des Parallelkreisquadranten

$$l = 90^{0} . \frac{R \operatorname{Cos} \varphi \pi}{180^{0}}$$

ferner die Länge eines Bogens, welcher dem Centriwinkel α und dem Radius $r = R \psi$ entspricht:

$$l = \frac{r \pi \alpha}{180} = \frac{R \psi \pi \alpha}{180^{0}}$$

Setzt man die Werthe von l einander gleich, so ist

$$90 \operatorname{Cos} \varphi = \psi \alpha$$

$$\alpha = 90^{0} \frac{\operatorname{Cos} \varphi}{\psi} = 90^{0} \frac{\operatorname{Sin} \psi}{\psi}$$

In welche Gleichung ψ in Bogenmass einzusetzen ist. Arc. $1^{0} = 0{,}0174533$

In nachfolgender Tabelle sind die Werthe von α für verschiedene Werthe von ψ zusammengestellt.

ψ	α	ψ	α
0^{0}	$90^{0}\ 0'$	100	$50^{0}45'$
10	89 33	110	44 3
20	88 11	120	37 12
30	85 57	130	30 23
40	82 53	140	23 40
50	79 1	150	17 10
60	74 26	160	11 1
70	69 12	170	5 16
80	63 27	180	0 0
90	57 18		

Diese Projektion wurde von dem deutschen Geometer Johann Werner (1468—1528) aus Nürenberg im Jahre 1514 veröffentlicht. Werner hat nebst dieser Projektionsart noch zwei andere analoge Projektionsmethoden angegeben, welche jedoch nicht äquivalent sind. Die Werner'schen Projektionen haben sämmtlich die Eigenschaft, dass die für die Projektion der ganzen Kugel erhaltenen Netze eine Herzform besitzen.