Die natürlichen Anschauungsgesetze des perspektivischen Körperzeichnens

Stüler, Friedrich

Breslau, 1892

Eigenschaften und Darstellung der Ellipse.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76277

Hohles 12seitiges Prisma.

Entsprechend der geometrischen Zeichnung wird man auch bei der axonometrischen Darstellung die diagonal gegenüberliegenden Winkelpunkte durch Hülfslinien verbinden, welche alle gemeinschaftlich den Mittelpunkt des umschriebenen Kreises passieren. Dieselben dienen zur Bestimmung der Seitenbreiten des inneren Polygons. Ist daher die Breite einer inneren horizontalen Polygonseite bekannt, so ergeben sich die Breiten und Richtungen aller anderen Seiten desselben durch Parallellinien mit den äusseren Polygonseiten, während die geringe Dicke gleichmässig von den inneren und äusseren Ecken lotrecht angetragen wird. Das reguläre Polygon nähert sich der Form des Kreises immer mehr und wird mit grossem Vorteil sowohl zur axonometrischen Darstellung des Kreises, als auch zur perspektivischen Zeichnung der Ellipse verwandt. Vergl. die perspektivische Darstellung der inneren Kreishöhlung in Fig. 70b.

Wie schon aus der axonometrisch gezeichneten 12teiligen regulären Polygonform hervorgeht, wird die axonometrische Darstellung des Kreises eine elliptische Form haben. Der Kreis stellt aber nur den speciellen Fall der Ellipsenform dar, in welchem die zwei Brennpunkte der Ellipse so nahe an einander gerückt sind, dass sie zusammenfallend das Centrum des Kreises bilden; Fig. 71.

Eigenschaften und Darstellung der Ellipse.

Der Kreis, als specielle Ellipsenform, teilt auch alle Eigenschaften der Ellipse, welche hier nur in vereinfachter Form auftreten. Ein kreisförmiger Stahlring wird durch eine starke Pressung von oben her in eine elliptische Ringform übergehen und wir unterscheiden in dieser eine grosse Längenausdehnung, die **grosse** Axe der Ellipse und eine starke, rechtwinklig hierzu gerichtete Verkürzung, die kurze oder **kleine** Ellipsen-Axe. Die gleichmässige Spannung aller Punkte der Stahlellipse wird jedoch dem Gesetze unterworfen sein, dass alle Punkte der Peripherie gleich weit entfernt sind von **zwei** bestimmten Punkten auf der grossen Axe, welche gleichen Abstand vom Mittelpunkte derselben (dem ursprünglichen Kreis-Centrum) haben.

Diese beiden Punkte heissen die Brennpunkte der Ellipse; die **Summe** der Abstände jedes Peripheriepunktes von diesen beiden Brennpunkten ist **gleich** der grossen Axe; Fig. 72a.

Anmerkung. Hierauf beruht das bekannte Verfahren, ganze oder halbe Ellipsen von grossem Umfange auf dem Fussboden vorzureissen, welches Gärtner und Bauhandwerker mit grossem Nutzen verwerten können.

Ist das tangierende Rechteck, innerhalb dessen die Ellipse gezeichnet werden soll (siehe Fig. 74a), resp. die grosse und kleine Axe der Ellipse gegeben (Fig. 72a), so suche man zunächst die beiden Brennpunkte derselben dadurch auf, dass man von einem Endpunkte der kleinen Axe mit der halben grossen Axe als Radius (mittelst einer Latte oder Schnur) rechts und links gleiche Bogen schlägt, welche die lange Axe in den betreffenden Brennpunkten trifft. Schlägt man in diesen Punkten Nägel oder Holzpflöcke etc. ein und befestigt an denselben mittelst zweier Schlingen eine Schnur, deren Länge genau mit der grossen Axe übereinstimmt, so hat man nur durch einen festanliegenden Stab oder Reissbleistift diese Schnur anzuspannen und den Stab, in den Boden einreissend, so lange fortzubewegen, bis er seinen ursprünglichen Standpunkt wieder erreicht, um die genaue Form der Ellipse auf dem Erdboden oder der hölzernen Bodenunterlage verzeichnet zu haben.

Je stärker die Ellipse zusammengedrückt wird, desto weiter werden sich diese beiden Brennpunkte von dem ursprünglichen Centrum des Kreises entfernen und um so grösser wird die Krümmung der Ellipse in der Nähe dieser Punkte sein; Fig. 72b u. 72c. Bei der geometrischen, axonometrischen und perspektivischen Darstellung der Ellipsenform wird es daher vor allen Dingen darauf ankommen, diejenigen Peripheriepunkte der Ellipse, resp. solche Tangentenrichtungen zu erhalten, welche in der Nähe dieser stärksten Krümmung der Ellipse liegen.

Da die Zeichnung der Ellipse in der graphischen Darstellungskunst unendlich oft vorkommt, so bedingt diese vielfache Anwendung eine möglichst einfache Darstellungsart. Die zu- und abnehmende Bewegung in der Ellipsenform wird sich jedoch viel deutlicher durch eine Tangentenumschliessung markieren, als durch Bestimmung einzelner Punkte, deren innerer Zusammenhang erst durch die Vollendung ihrer Verbindungslinie klar vor die Augen tritt.

Wenn man auf den Kreis zurückgeht, wird sich als einfachstes Tangentenviereck das Quadrat ergeben; die Mitten der Quadratseiten sind dann die Berührungspunkte. Die Verbindungslinien von diesen zwei gegenüberliegenden Berührungspunkten bilden zwei aufeinander rechtwinklig stehende Durchmesser, und axonometrisch oder perspektivisch gezeichnet, die grosse und kleine Axe der

Ellipse. Um nun diejenigen Berührungspunkte, resp. die diesen entsprechenden Tangenten zu finden, welche axonometrisch oder perspektivisch gezeichnet, in der Nähe der grössten Ellipsenkrümmung liegen, muss man in der geometrischen Zeichnung des Kreises diejenigen Tangenten aufsuchen, welche in der Nachbarschaft des horizontalen Durchmessers den Kreis berühren; siehe Fig. 73 a. Zu diesem Zwecke verlängere man die horizontalen Quadratseiten nach aussen rechts und links um die Hälfte ihrer Länge, teile die bez. gegenüberliegende Quadratseite in vier gleiche Teile und verbinde die Mitten dieser halben Quadratseiten mit den Endpunkten der Verlängerungen der gerade gegenüberliegenden Quadratseiten. Diese vier Verbindungslinien, nach oben und unten hinreichend verlängert, werden in der Verlängerung der senkrechten Axe nach oben und unten je einen gemeinschaftlichen Schnittpunkt haben, welcher sich als sehr brauchbarer Kontrollierungspunkt für die genaue Konstruktion der Tangenten erweist.

Die Berührungspunkte dieser Tangenten mit dem Kreise erhält man hinreichend genau durch eine das Centrum des Kreises durchschneidende Linie, welche man von dem Halbierungspunkte einer der oben erwähnten Verlängerungen nach dem Halbierungspunkte der schräg gegenüberliegenden Verlängerung zieht. Diese Konstruktionsweise empfiehlt sich besonders dadurch, dass man es hier nur mit einer Zwei- oder Vierteilung zu thun hat, um in zuverlässiger Weise die geeignetsten Tangenten und Berührungspunkte der Ellipse zu erhalten. Dieselbe lässt sich in der jetzt als bekannt vorausgesetzten Zeichnungsweise sowohl auf die axonometrische als auch auf die perspektivische Darstellung des Kreises in jeder beliebigen Lage und Stellung der Ellipse übertragen; siehe Fig. 73 b, 73 c und 73 d; Fig. 74 a und 74 b. In Fig. 73 d ist die perspektivische Zeichnung eines liegenden Ringes von rechteckigem Querschnitte in sehr grossem Massstabe dargestellt; es ist hier besonders darauf hinzuweisen, dass die der Bildfläche parallelen Querschnitte des horizontalen Mittelschnittes auf beiden Seiten **gleich** gross, die verkürzten Querschnitte des senkrecht zur Bildebene gerichteten Mittelschnittes aber von vorn nach hinten sehr stark **abnehmen**. Die perspektivische Konstruktion ist der geometrischen Figur 73 a genau entsprechend.

Für die geometrische Darstellung der Ellipse (siehe Fig. 74 a), bei welcher ein ganz beliebiges Verhältnis zwischen der sich rechtwinklig schneidenden grossen und kleinen Axe gegeben sein kann, wird sich diese Konstruktionsweise bei verhältnismässig grösster Genauigkeit ebenfalls als die einfachste empfehlen. In diesem Falle wird das Tangenten-Viereck nicht ein Quadrat, sondern ein Rechteck bilden, dessen Seitenlängen den Axengrössen genau entsprechen.

In Fig. 74b ist die geometrische Konstruktion der Fig. 73a für die perspektivische Darstellung eines stehenden Kreises benutzt, welcher senkrecht zur Bildfläche gerichtet ist. Zu erwähnen ist hierbei, dass die Verkürzungen der halben Hülfsquadrate, welche dem mittleren vollen Tangenten-Quadrate vorn und hinten hinzugefügt werden, durch die Verlängerung der bez. Diagonale eines der vier kleinen Quadrate bestimmt wird, in welche das mittlere Tangenten-Quadrat durch seine beiden Mittellinien zerfällt. Vergl. perspektivische Konstruktionsart mit Fig. 33.

Ferner ist die Zerlegung des Tangenten-Quadrates in vier gleiche Rechtecke hier in der Weise ausgeführt, dass die vordere vertikale Seite dieses Tangenten-Quadrates in vier gleiche Längen geteilt wurde und diese Teilpunkte mit den entsprechenden Teilpunkten einer weiter hinter stehenden, somit stark verkürzten Vertikalen verbunden sind.

Die Durchschnittspunkte dieser perspektivischen Parallelen mit den Diagonalen des Tangenten-Quadrates liefern diejenigen Hülfspunkte, welche für die perspektivische Verkürzung der vier gleichen Rechtecke massgebend sind. Zur Vervollständigung der Rechtecke hat man nur nötig, durch diese Punkte wieder Vertikale zu ziehen. Dieses Teilungsverfahren kann ganz allgemein für die Zerlegung von Quadraten und Rechtecken in eine beliebige Anzahl gleicher Rechtecke benutzt werden und beruht auf der geometrischen Konstruktion, alle Teilpunkte einer Quadrat- oder Rechteckseite mittelst Parallelen zur anderen Quadrat- oder Rechteckseite auf die bezügliche Diagonale zu übertragen, und durch diese Schnittpunkte Parallelen zur ersten Seite zu ziehen. Siehe Fig. 75d und vergl. Fig. 22a.

Als Bedingung der Übertragung der geometrischen Konstruktionsweise auf eine perspektivische gilt, dass diejenige Seite, auf welcher man die **erste** Teilung vornimmt, sich unverkürzt darstellen muss. Bei Erfüllung dieser Bedingung überhebt dieses einfache Verfahren in den gebräuchlichsten Anwendungen der Frontal- und Übereck-Perspektive die umständliche Benutzung der sogenannten Teilpunkte, da hierdurch sowohl gleichmässige als auch ungleichmässige Teilungen perspektivisch verkürzt dargestellt werden können.

In Fig. 75a ist eine andere Konstruktionsweise der Ellipse geometrisch dargestellt, welche allerdings nur annäherungsweise genau ist, sich jedoch durch einen sehr geringen Bedarf von Hülfslinien auszeichnet und daher für die perspektivische Darstellung der Ellipse in kleinerem Massstabe vielfache Verwendung findet. Diese Konstruktion beruht auf der Darstellung eines regulären Achtecks, in welches ein Kreis eingeschrieben ist, wie es Fig. 44 in der Vorder- und Seitenansicht zur klaren Anschauung bringt. Man ist hier von den Annäherungs-Verhältnissen ausgegangen, dass sich die Achtecksseite zu ihrer Vertikal- und Horizontal-Projektion, welche drei Linien zusammen ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck bilden, wie 3 : 2 verhält, somit die Seite des Hülfsquadrates, welches durch die Verlängerungen der horizontalen und senkrechten Seiten des Achtecks entsteht, in 7 gleiche Teile zerlegt werden muss, von denen die mittleren 3 Teile die Länge der Achtecksseite bilden. Der eingeschriebene Kreis wird die Mitten der Achtecksseiten berühren und diese Halbierungspunkte der schrägen Achtecksseiten bilden zugleich die Durchschnittspunkte der Diagonalen des Hülfsquadrates und des eingeschriebenen Kreises. Wird die Vertikalseite des Tangenten-Quadrates in die vorerwähnten 7 gleichen Teile zerlegt, und von dem untersten (somit dem 1.) und dem obersten (somit dem 6.) Teilpunkte Parallelen zur horizontalen Quadratseite gezogen, so schneiden letztere die Diagonalen in denjenigen Punkten, durch welche der Kreis seinen Weg nehmen muss. Zu den 4 Teilpunkten, welche hierdurch auf den Diagonalen des Hülfsquadrates gefunden werden, treten noch die Durchschnittspunkte der Mittellinien auf diesen Quadratseiten, man erhält somit 8 Punkte auf der Kreisperipherie. Ist der stehende Kreis senkrecht zur Bildebene gedreht, so wird er als Ellipse erscheinen; nach allem Vorangegangenen können wir aber leicht das Hülfsquadrat darstellen, in demselben die der geometrischen Konstruktion entsprechenden Hülfslinien ziehen und erhalten somit innerhalb des perspektivisch verkürzten Tangenten-Quadrats jene 8 Punkte, welche diese Ellipse passieren muss.

Anmerkung. Behufs Vereinfachung der Konstruktion lässt man das den Kreis tangierende Achteck meistenteils weg und begnügt sich für die Darstellung der Ellipse mit den Teilpunkten auf den Diagonalen mit Hinzunahme der Mittelpunkte der Quadratseiten. (Siehe geometrische Konstruktion in Fig. 75a.) Dieselben geben jedoch erfahrungsgemäss dem Anfänger nur ungenügende Anhaltspunkte für eine dem Auge wohlthuende Darstellung der perspektivischen Ellipsenform. Letzterem ist die Zuhülfenahme des umschreibenden Achtecks dringend anzuraten, da er durch die perspektivischen Verkürzungen der Achtecksseiten diejenigen Richtungen erhält, welche für die allmähliche zu- und abnehmende Krümmung der Ellipse massgebend sind.

Die vorher beschriebene Konstruktion ist in Fig. 75b für die perspektivische Darstellung einer stehenden Ringform mit rechtekigem Querschnitte verwendet, welche senkrecht zur Bildfläche gerichtet ist; in derselben sind die Durchschnittsfiguren der beiden Mittelschnitte und eines Diagonalschnittes besonders gekennzeichnet. Siehe geometrische Darstellung des Kreises, Fig. 75c, und vergleiche in Fig. 75d die Übertragung einer gleichmässigen Teilung der senkrechten Seite eines stehenden Rechtecks auf die Diagonale und die horizontale Seite desselben.